

由部分相干场驱动的吸收型 光学系统的统计性质*

王立

(辽宁师范大学物理系)

胡岗

(北京师范大学物理系)

提 要

本文讨论部分相干场驱动的吸收型光学系统的统计性质。指出当驱动场的相干分量较弱时,在一定条件下输出光的二阶关联函数有一个独立于双稳阈峰的涨落峰,它是由输入光的位相涨落引起的,其峰值远小于双稳阈峰。对于噪声很小的极限情况,利用高斯近似导出输出光的二阶关联函数双稳阈峰的位置及高度与输入场和腔的参数之间简单定量关系。在噪声很大的极限条件下,我们采用一定的近似方法得到了关于输出光二阶关联函数的简单解析表达式。最后给出输入场的相干分量与非相干分量及系统的协作参数一般取值的情况下输出光二阶关联函数的双稳阈峰的数值计算结果。

非线性光学系统在一定条件下具有双稳性(OB)^[1~10],对于吸收型光学双稳性(AOB),Bonifacio和Lugiato等人用平均场理论和锁模近似下的Fokker-Planck方程(F. P. E.)进行了详细分析^[2,5],对于噪声为常数的特殊情况,Reid等人作了进一步的讨论^[6],而Drummond等则着重研究完全非相干光驱动场对输出光统计性质的影响^[7]。

考虑含 N 个双能级原子的环形单模光学腔,该腔由相干外场驱动并通过单光子跃迁与原子发生共振相互作用,系统的空间变量忽略不计。在没有噪声及所有关联函数都能分解因子的假设下,对于高 Q 值的系统,场变量的运动方程近似为^[2]

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \tau} = -(\alpha - E) - 2c \left[1 + \frac{|\alpha|^2}{n_0} \right]^{-1} \alpha, \quad (1)$$

式中 n_0 为饱和光子数, c 为反应原子间协作关系的协作参数,时间度标 $\tau = Kt$,而 K 是腔场的衰变率, α 和 E 分别为腔场场强和标度化的相干外场场强^[2],不考虑噪声和随机性,并令 $x = \alpha/\sqrt{n_0}$, $y = E/\sqrt{n_0}$,方程(1)的定态解为

$$y = x \left(1 + \frac{2c}{1 + |x|^2} \right), \quad (2)$$

在一定条件下,这个解给出了双稳性^[2]。

考虑噪声后,系统可由F. P. E.描述

$$\begin{aligned} & \partial P(\alpha, \alpha^*, \tau) / \partial \tau \\ & = -\partial \{ -(\alpha - E) - 2c(1 + |\alpha|^2/n_0)^{-1} \alpha \} P / \partial \alpha - \partial \{ -(\alpha^* - E^*) \\ & \quad - 2c(1 + |\alpha|^2/n_0)^{-1} \alpha^* \} P / \partial \alpha^* + 2\bar{n} \partial^2 P / \partial \alpha \partial \alpha^*, \end{aligned} \quad (3)$$

式中, \bar{n} 为自发辐射或输入场非相干部分引起的噪声, α^* 和 E^* 为 α 和 E 的复共轭, (3) 式满足势条件^[8], 其稳态解可写作

$$\begin{aligned} P(\alpha, \alpha^*) &= A \exp[-\varphi(\alpha, \alpha^*)/\bar{n}], \\ \varphi(\alpha, \alpha^*) &= |\alpha|^2 - (E^* \alpha + \alpha^* E) + 2n_0 c \ln(1 + |\alpha|^2/n_0), \end{aligned} \quad (4)$$

其中 A 为归一化常数, φ 是势函数, 其极值方程就是方程(2)。

利用(4)式可求得未归一化的定态强度矩

$$\begin{aligned} I^{(0)} &= \int d^2\alpha |\alpha|^{2s} P(\alpha, \alpha^*) \\ &= \int_0^\infty dR (1 + R^2/n_0)^{-H} R^{2s+1} \exp(-R^2/\bar{n}) \int_0^{2\pi} d\theta \exp[2E_0 R \cos(\theta - \theta_0)/\bar{n}], \end{aligned}$$

式中

$$H = 2n_0 c/\bar{n}, \quad \alpha = R \exp(i\theta), \quad E = E_0 \exp(i\theta_0), \quad (5)$$

式中对 θ 的积分就是取零阶虚宗量贝塞尔函数

$$\begin{aligned} I_0(j) &= \int_0^{2\pi} d\theta \exp\left[2E_0 R \frac{\cos(\theta - \theta_0)}{\bar{n}}\right], \\ z &= 2E_0 R/\bar{n}. \end{aligned} \quad (6)$$

由 $I^{(0)}$ 可定义归一化二阶关联函数^[5]

$$g_{(0)}^{(2)} = I^{(2)} I^{(0)} / [I^{(1)}]^2, \quad (7)$$

$g_{(0)}^{(2)}$ 相应地反应了输出光的统计性质, 很显然对于纯相干光 $g_{(0)}^{(2)} = 1$, 而对高斯型热光 $g_{(0)}^{(2)} = 2$ ^[5]。

当 $z \gg 1$ 时, 几率分布沿角量方向的线宽很窄, 可以忽略位相分布而采用锁模近似 $\theta = \theta_0$ 。在这种近似下, θ 角可立即求出, 问题从二维简化成一维。

$$P(R) = A \exp[-\psi(R)/\bar{n}],$$

$$\psi(R) = R^2 - 2E_0 R + 2n_0 c \ln\left(1 + \frac{R^2}{n_0}\right). \quad (8)$$

我们讨论由部分相干场驱动的光学系统, 即驱动光既含相干部分 E , 又有非相干部分 \bar{n} , E 和 \bar{n} 却可以在很大范围内变动。本文集中研究随着 E 和 \bar{n} 的变动, 输出光场统计性质的变化, 即归一化二阶关联函数 $g_{(0)}^{(2)}$ 的行为。

一、

在相干外场较弱的情况下, 锁模近似不再成立, 但由于 $z < 1$ 时, (6) 式中贝塞尔函数 $I_0(z)$ 的级数展开头两项就能近似地反映级数性质

$$I_0(z) \approx 1 + \left(\frac{z}{2}\right)^2 \approx \exp\left[\left(\frac{z}{2}\right)^2\right]. \quad (9)$$

当 $E_0 R < \frac{\bar{n}}{2}$ 时, (5) 式可用

$$I^{(0)} = \int_0^\infty dR \left(1 + \frac{R^2}{n_0}\right)^{-H} R^{2s+1} \exp(-aR^2) \quad (10)$$

代替。式中

$$a = \left(1 - \frac{E_0^2}{n}\right) / \bar{n}. \quad (11)$$

(当 R 很大时(9)式不成立, 然而此时(10)式中因子 $\exp(-aR^2)$ 已很快趋于零, 所以只要 E_0 很小, (10)式总可代替(5)式。)

利用势函数的写法, 可将对 θ 积分后的分布函数写成

$$P(R) = A \exp\left\{-\left[aR^2 + H \ln\left(1 + \frac{R^2}{n_0}\right)\right]\right\}. \quad (12)$$

可以看出, 当 E_0 达到临界值

$$E_0^2 = \bar{n} [1 + 2cn_0 / (n_0 + R^2)] \quad (13)$$

时, $R=0$ 的解就会失稳。值得指出的是这种失稳是由位相涨落引起, 它既不能由方程式(1)得出, 也不能由锁模近似下的 F. P. E. 得到。

根据(10)式这一特点, 我们可以预料, 当相干外场较弱时, 辐射场的统计性质将出现某种反常行为。

图 1、2 给出了(5)式和(8)式的数值计算结果, 它的确实了以上的推测。在图 1 和 2 中我们分别画出了 $n_0 = \bar{n} = 1$, $c=5$ 和 $c=10$ 时辐射场的二阶关联函数 $g_{\{0\}}^{(2)}$ 相对相干外场 E_0 的变化曲线 a 。图 1 显示出强度涨落变化存在两个峰值。在阈区 ($E_0 \sim c$), 位于 E_L 处有一个二阶关联函数 $g_{\{0\}}^{(2)}$ 的强峰, 这是由于几率分布双稳峰的激烈竞争的结果。值得注意的是在相干外场较弱的地方, 位于 E_0 处还存在 $g_{\{0\}}^{(2)}$ 的一个小峰。它是由于位相涨落所引起, 其峰值远小于 E_L 处 $g_{\{0\}}^{(2)}$ 的峰值。这个小峰的存在意味着在相干外场场强由零开始增加时, 输入光相干性越强, 输出光相干性反而越弱。因此是一个值得注意的现象。为了比较, 图 1 和图 2 曲线 b 给出了相应的锁模近似的结果。可以看到, 尽管曲线 b 具有和 a 完全相同的参数, 然而 b 不存在上述的小峰。这说明只有考虑位相涨落, 上述反常行为才有可能。

计算结果还表明:

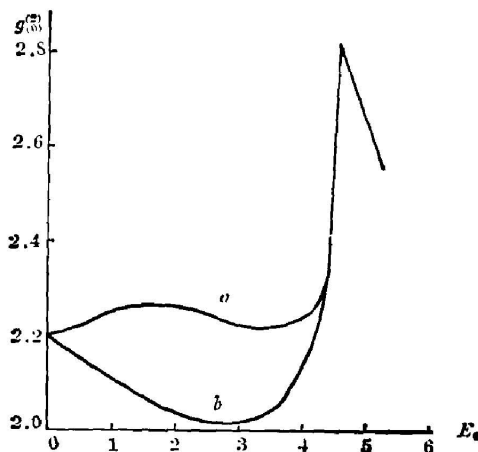


Fig. 1 $g_{\{0\}}^{(2)}$ as a function of E_0 for two dimensional (a), and one-dimensional approximation (b). Parameters $c=5$, $n_0=1$, $\bar{n}=1$

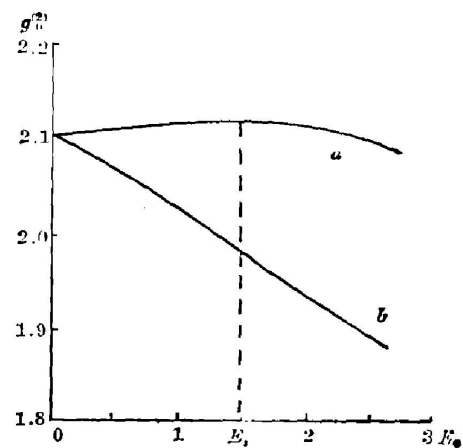


Fig. 2 $g_{\{0\}}^{(2)}$ as a function of E_0 for two-dimensional (a) and one-dimensional approximation (b). Parameters $c=10$, $n_0=1$, $\bar{n}=1$

a) 当噪声 \bar{n} 很小时, $g_{(3)}^{(2)}$ 的小峰就不复存在, 这是因为此时输入场的位相涨落也很小, 不足以引起输出光强的涨落。随着噪声 \bar{n} 逐渐增大, 小峰开始出现。继续增大噪声 \bar{n} , 小峰峰值将增大并向右移动, 直至与 $g_{(3)}^{(2)}$ 大峰相连最后被其吞没。

b) 当协作参数 c 增大时, $g_{(3)}^{(2)}$ 小峰的峰值会减小并向左移动, 当 c 增大到一定值时, $g_{(3)}^{(2)}$ 小峰消失。

c) 饱和光子数 n_0 对 $g_{(3)}^{(2)}$ 小峰的影响在定性上与协作参数 c 类似, 而在定量上没有噪声 \bar{n} 和协作参数 c 的影响明显。

二、

当噪声很小时 ($\bar{n} \ll 1$), 可以用高斯近似来分析输入场的统计性质对 $g_{(3)}^{(2)}$ 大峰的影响。

在高斯近似下, 几率分布的形式为

$$P(R) = (1/\sqrt{2\pi}\sigma_i) \exp[-(R-R_i)^2/2\sigma_i^2] \quad (i=1, 3),$$

$$\sigma_i^{-2} = d^2[\psi(R)/\bar{n}]/dR^2|_{R=R_i},$$

$$= \alpha[1 + \{2cn_0(n_0 - R_i^2)/(n_0 + R_i^2)^2\}]/\bar{n}, \quad (14)$$

其中 R_i 是方程(1)的解。在阙区 R_1 和 R_3 为两个稳定解, 而分布函数是由以 R_1 和 R_3 为中心的两个高斯分布递加而成

$$P(R) = (\omega_1/\sqrt{2\pi}\sigma_1) \exp[-(R-R_1)^2/2\sigma_1^2] + (\omega_3/\sqrt{2\pi}\sigma_3) \exp[-(R-R_3)^2/2\sigma_3^2]. \quad (15)$$

ω_1 和 ω_3 分别表示了两个高斯峰内所包含的几率数占总几率的比率, 它们是

$$\omega_i = \sigma_i \exp[-\psi(R_i)/\bar{n}] / \{ \sigma_1 \exp[-\psi(R_1)/\bar{n}] + \sigma_3 \exp[-\psi(R_3)/\bar{n}] \}, \quad (i=1, 3). \quad (16)$$

由于 $g_{(3)}^{(2)}$ 大峰是两个高斯几率峰竞争的结果, 因此极值条件是

$$\sigma_1 \exp[-\psi(R_1)/\bar{n}] = \sigma_3 \exp[-\psi(R_3)/\bar{n}]. \quad (17)$$

由此解得大峰处输入场相干分量与非相干分量之间必须满足的关系

$$\frac{dE}{d\bar{n}} = \frac{\ln b_1 - \ln b_3}{4(R_3 - R_1)} = \frac{\ln \sigma_1 - \ln \sigma_3}{2(R_3 - R_1)},$$

$$b_i = \sigma_i^2 \bar{n}. \quad (18)$$

由于 $R_3 > R_1$, $b_3 > b_1$, 所以有

$$dE/d\bar{n} < 0. \quad (19)$$

由极值条件(17)式还可确定 $g_{(3)}^{(2)}$ 大峰的峰值, 将(17)式代入(16)式可得

$$\omega_1 = \omega_3 = 1/2,$$

和

$$R_{\max}^{(2)}(0) = 1 + \frac{R_1}{R_3} + 4 \frac{b_3}{R_3^2} \bar{n}, \quad (20)$$

在(18)和(20)式中都只考虑到 \bar{n} 的一次项。

高斯近似是一种熟知的分析方法^[5,11]。这里我们利用它给出了在部分相干驱动场作用下, 输出光涨落峰的位置, 高度与输入场和腔参数之间的简洁定量关系。输出场涨落随输入

光的噪声增大而增大。涨落峰位置随 \bar{n} 的增大而向 E 小的方向移动, 原因在于增加外场非相干分量, 使一部分外场相干分量应饱和的吸收原子被非相干场饱和, 这样在 E 较小时吸收介质就可达到饱和, (18)式的导数项绝对值越大说明非相干光所起的饱和作用越大, 反之, 饱和作用主要由相干光完成。

三、

当噪声很大时, 系统已不存在真正的双稳性, 我们从(10)式出发, 得到了某些特定条件下 $g_{(0)}^{(2)}$ 的解析表达式。

令 $t=R^2$, (10)式可改写成

$$I^{(0)} = \int_0^\infty dt t^{2t} (1+t)^{-H} \exp(-at). \quad (21)$$

由于 $a \ll 1$, 在 $H < 3$ 时, 可得到

$$g_{(0)}^{(2)} = (\phi_0 - 2\phi_1 - \phi_2) \phi_3 / (\phi_1 - \phi_2)^2, \quad (22)$$

其中

$$\begin{aligned} \phi_0 &= \int_0^\infty (1+t)^{2-H} \exp(-at) dt \\ &= [\exp(a)] a^{(3-H)} \Gamma(3-H) - \frac{1}{3-H} - \frac{a}{(3-H)(4-H)} \\ &\quad - \frac{a^2}{(3-H)(4-H)(5-H)}, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\phi_1 = (-1/2 - H) + (a\phi_0/2 - H), \quad (24)$$

$$\phi_2 = (-1/1 - H) - [a/(1-H)(2-H)] + [a^2\phi_0/(1-H)(2-H)]. \quad (25)$$

在(23)式中我们略去了 $\int_0^1 (1+t)^{5-H} \exp(-at) dt$ 项, 由此引起的误差不超过 a^{5-H} , 所以(22)式具有很高的精度。

图 3 给出了(22)式的各条曲线, 可以看出:

a) 尽管系统已不存在双稳性, 但是仍有一个阈区, 当然这个阈值已不再是原来意义上的双稳阈, 但它仍然是由饱和效应产生的, 表现为 $g_{(0)}^{(2)}$ 的明显改变。图 3 对不同 c 值画出了 $g_{(0)}^{(2)}$ 随非相干场强 $\frac{1}{H}$ 的变化曲线。在 $\frac{1}{3} < \frac{1}{H} < 1$ 区域, 涨落明显增强。当 $\frac{1}{H} > 1$ 时辐射场迅速饱和。解析式(22)与图 3 同文献[7]的图 6 吻合得很好, 文献[7]的图 6 完全是数值计算的结果。在文献[7]中, 入射场是完全混沌光($E=0$), 而这里相干外场可以为零, 也可以不为零, 它通过 $a\left(-\frac{1}{n} - \frac{E^2}{n}\right)$ 影响 $g_{(0)}^{(2)}$ 。只要满足 $a \ll 1$, 上述结果总是成立的。而当 \bar{n} 很大时, E 也允许很大。因此这里给出的结果不仅是解析的, 形式简单, 而且具有更加普遍的适用范围。

b) $H < 0.5$ 而 $a \rightarrow 0$ 时, (22)式可进一步简化为

$$g_{(0)}^{(2)} = \frac{2-H}{3-H}, \quad (26)$$

此时强度涨落与 a (即与 E_0) 无关, 而且 c 和 \bar{n} 是以 $H = 2n_0c/\bar{n}$ 的标度关系对 $g_{(2)}^{(2)}$ 产生影响。

o) 固定 H , 改变 E_0 和 \bar{n} 都可以影响二阶关联函数 $g_{(2)}^{(2)}$ 的大峰, 在大峰上它们满足关系

$$\frac{dE^2}{d\bar{n}} = B > 0, \quad (B \sim 1), \quad (27)$$

这个结果与(19)式恰恰相反。而(19)式结论与文献[3]相同。我们认为这里的物理机制是: 当 $\bar{n} \ll 1$ 时, 增加 \bar{n} 主要作用是起饱和效果, 这导致饱和的相干光阈值的减少。而当 $\bar{n} \gg 1$ 时, 介质吸收原子早就基本饱和, 增加 \bar{n} 的效果是使饱和区的宽度增加, 这导致了(27)式。这个结果是在强非相干光条件下对[3]和[6]的结论的补充。

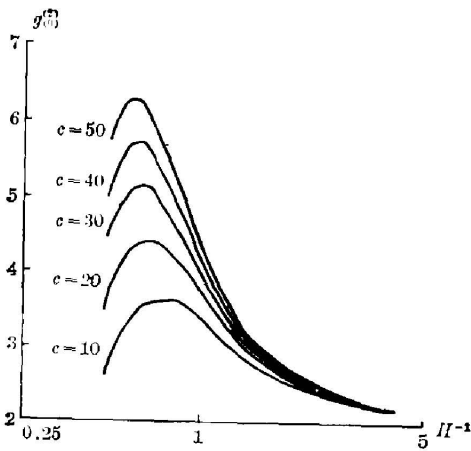


Fig. 3 $g_{(2)}^{(2)}$ as a function of $\bar{n} \cdot 2cn_0$ for $c=10, 20, 30, 40, 50$

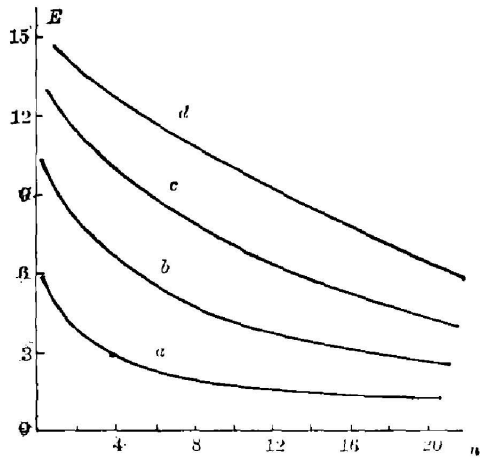


Fig. 4 Location of the maximum of the second-order correlation E_{\max} , as a function of the noise \bar{n} . Parameters $n_0=1$, (a) $c=5$, (b) $c=10$, (c) $c=15$, (d) $c=20$

在 E_0 、 \bar{n} 和 c 一般取值的情况下, $g_{(2)}^{(2)}$ 大峰位置由(5)式给出, 数值计算结果如图4。随着 \bar{n} 的增加一般来说大峰向 E 小的方向移动, 这种移动在 \bar{n} 小时很明显, \bar{n} 很大时则很平缓, 固定 \bar{n} , c 越大, $g_{(2)}^{(2)}$ 大峰位置越向 E 增加的方向移动, 这是显然的, 因为 c 越大系统越不易饱和, 这种变化较之 \bar{n} 引起的变化显著得多。

应该指出的是, 为了方便起见, 本文采用了比较简化的模型。二能级原子模型只能粗略反应实际的光学双稳系统, 更精确的讨论需要考虑多能级的作用, 而且在考虑量子效应时需要引入与场强有关的扩散系数。对此已有很多文献进行了讨论^[4,5]。本文中涉及的现象在这些更复杂的系统中的行为有待于进一步探讨。

本文得到喀兴林教授的热心指导, 在此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] H. M. Gibbs, S. L. McCall and T. N. C. Venkatesan, *Phys. Rev. Lett.*, 1976, **36**, 1135.

- [2] R. Bonifacio and L. A. Lugiato, *Opt. Comm.*, 1976, **19**, 172.
- [3] J. H. Marburger and F. S. Felber, *Phys. Rev. A.*, 1978, **17**, 335.
- [4] S. S. Hassan, P. D. Drummond, and D. F. Walls, *Opt. Comm.*, 1978, **27**, 480.
- [5] R. Bonifacio, M. Gronchi and L. A. Lugiato, *Phys. Rev. A.*, 1978, **18**, 5, 2266.
- [6] M. Reid, K. J. McNeil and D. F. Walls, *Phys. Rev. A.*, 1981, **24**, 4, 2029.
- [7] P. D. Drummond, K. J. McNeil and D. F. Walls, *Phys. Rev. A.*, 1980, **22**, 4, 1672.
- [8] H. Haken, *Rev. Mod. Phys.*, 1975, **47**, 1, 67.
- [9] 李福利;《物理学报》, 1983, **32**, 71.
- [10] 张洪钧;《物理学报》, 1984, **33**, 1024.
- [11] 王立, 胡岗;《北京师范大学学报》, (自然科学版), 1984, **4**, 33.

Statistical properties of an absorptive optical system driven by a partially coherent field

WANG LI

(Physics Department of Liaoning Normal University)

HU GANG

(Physics Department of Beijing Normal University)

(Received 11 December 1984; revised 4 April 1985)

Abstract

The quantum-statistical properties of an absorptive optical system driven by a partially coherent field are investigated. As the coherent component of the input field increases from zero, the intensity fluctuation of the output light may be slightly enhanced, i.e., the output field becomes less coherent as the input field becomes more coherent. This abnormal behaviour is caused by the phase fluctuation of the input light.

In the low noise limit, the location and value of the maximum of the second-order correlation function for the input field are given analytically by means of the Gaussian approximation. In the high noise limit, an explicit expression of the second-order correlation function is also obtained.