

双滤波产生相位体的等位线条纹

刘 立 人

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

提 要

对傅里叶变换准光干涉法本文提出用两种滤波函数进行双滤波的新方法。可以用两种简单的滤波函数合成出最终起作用的复杂的等效莫尔滤波函数,也能方便地离焦移动滤波器来连续变化等效滤波函数,这在实践使用中带来了更大的灵活性。

通常的化学干涉方法不适用于强变化相位物体,利用傅里叶滤波的概念,我们已经提出过产生相位物体的相位变化率等位线条纹的新方法,即傅里叶变换准光干涉术^[1~3]。除了特别适合于强变化相位体外,其突出性能是可以改变编码板或滤波器的二维花样函数而能取得各种等位线条纹系统^[4],这些性能使这种光学测量方法在工业应用方面具有实用价值。

在傅里叶准光干涉系统中,最终对相位体起滤波作用的只有一种滤波函数。本文提出用两种花样函数同时滤波的新概念。可以证明,这将产生与两个所用的滤波或编码花样函数相关连的莫尔等效滤波函数,最终对相位体起滤波作用的就是这个莫尔滤波器。双滤波法使傅里叶准光干涉法具有更大的灵活性,提高了使用价值。本文提出的双滤波法,虽然也采用两个编码栅,最终也产生莫尔条纹,但实质上仍然是谱滤波。在概念上与载频成像莫尔法^[5~11]截然不同。

本文先讨论一般性原理,然后分别讨论直接莫尔合成滤波器和离焦光预偏置效应的间接莫尔合成滤波,同时给出了实验验证。

一、原 理

双滤波系统是由简化傅里叶变换准光干涉仪改进而来,图1表示了两种典型结构。其中图1(a)是点光源照明布置,而图1(b)是扩展光源布置。当滤波器或编码板不在变换透镜焦面上时,变换焦距 f 应改为等效变换焦距 f_q ,同时物函数须附加一个二次项相位因子,相应球面半径称为等效偏置焦距 f_0 ^[5]。而空间滤波器花样函数和编码板花样函数都是对物体(包括二次项相位因子)的滤波函数。

为统一起见,对这两种系统中的变换透镜焦距均记作 f ,物体对变换透镜的距离记作 l 。对于点光源照明系统有^[5]

$$f_q = f - \Delta [1 - (l/f)], \quad (1)$$

$$f_0 = l + (f^2/\Delta) - f. \quad (2)$$

对于扩展照明系统有^[5]

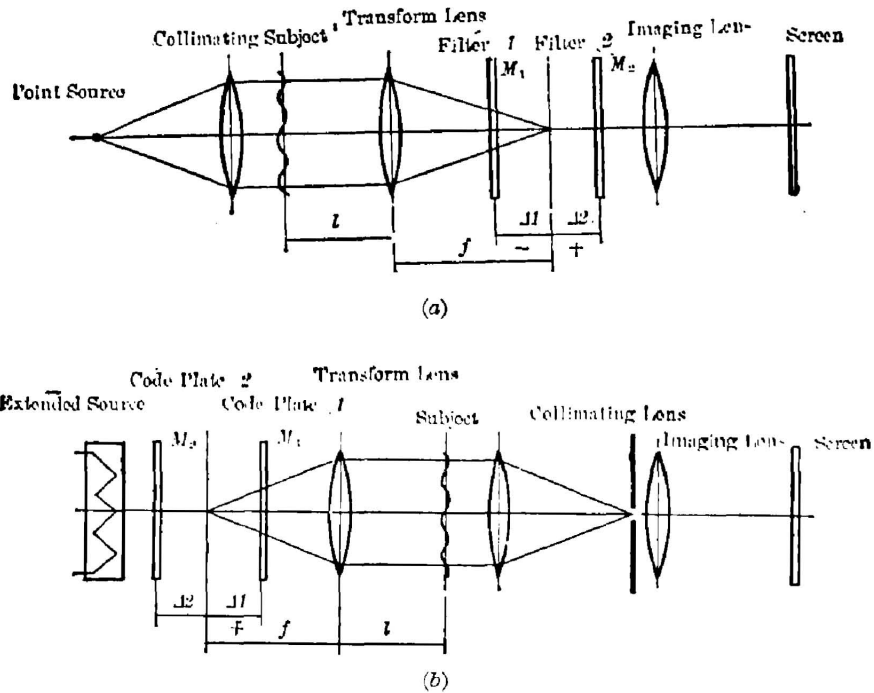


Fig. 1 Two basic configurations

(a) A point source with two spatial filters; (b) Two coded masks with a pinhole filter

$$f_q = f + \Delta[1 - (l/f)], \tag{3}$$

$$f_o = l - (f^2/\Delta) - f. \tag{4}$$

而滤波函数的等效尺寸均维持不变。这里离焦量 Δ 所取的符号见图示，使得产生二次项相位因子的等效焦距 f_o 的符号与正负透镜的焦距符号相一致。二次项相位为 $-(\pi/\lambda)[(x^2 + y^2)/f_o]$ 。

应当注意，当物体严格位于变换透镜的焦面上时， $l=f$ ， f_q 即为 f ，而 $(1/f_o)$ 分别等于 $(\pm\Delta/f^2)$ ，与 Δ 线性成正比。因此这是较常用的物体放置位置。

物体的相位分布记作 $\phi(x, y)$ ，则光程分布 $l(x, y)$ 相应为 $(\lambda/2\pi)\phi(x, y)$ 。光程变化率产生光线折射角，折射角分布为光程梯度分布，

$$n \cdot \alpha(x, y) = \text{grad } l(x, y) = \text{grad}[(\lambda/2\pi)\phi(x, y)].$$

如参考文献[2]中说明那样，强变化相位体的折射与波长色散关系较小并可忽略不计，因此本文采用光程变化率即折射角来代表相位变化率，这可不计及波长关系。条纹将代表折射角的等位线。光程变化率记为 $g(x, y)$ 。

若用 $F(\dots)$ 函数表示滤波器或编码板花样所决定的对光程变化率作用的等位线系统函数，上述两种系统中对应于 M_1 产生的光程变化率等位线条纹方程^[4] 即为

$$F_1[g(x, y) + g_o(x, y)] = n(d_1/f_q),$$

对应于 M_2 的等位线条纹方程为

$$F_2[g(x, y) + g_{o2}(x, y)] = m(d_2/f_q).$$

这里离焦光偏置产生的二次项因子的光程变化率为

$$g_0(x, y) = -(x/f_0)\mathbf{i} - (y/f_0)\mathbf{j},$$

(d/f_0) 表示条纹间隔相应的光程变化率或折射角的值, d 为滤波函数花样设计中的间隔常数。 n 和 m 为整数或部分整数。

由傅里叶滤波准光干涉法的几何光学原理可见, 所用编码栅的间隔足够粗, 其衍射效应可以忽略, 这时光线分别通过两个滤波函数花样板, 显然最终产生的物体像的亮度将正比于它们分别产生的乘积。光学上这就是莫尔效应。我们可以用节线方程来表示^[6]。即双滤波产生的等位线条纹方程为

$$(f_{q_1}/d_1)F_1G_1(x, y) \pm (f_{q_2}/d_2)F_2G_2(x, y) = k, \quad (5)$$

其中 $k = n \pm m$, $G_i(x, y) = \mathbf{g}(x, y) + \mathbf{g}_{0i}(x, y)$ ($i = 1, 2$), 式中正负号分别表示莫尔和频和差频, 应当注意只有较滤波函数的载频空间频率为低的莫尔项于能被观察到。等位线条纹是以莫尔条纹的形式出现, 相应地双滤波的等效滤波函数花样也必然是莫尔图案, 因此可称为莫尔滤波器。下面将分别分析 $\Delta_1 = \Delta_2$ 和 $\Delta_1 \neq \Delta_2$ 的两种情况。

二、莫尔滤波器的直接合成

当两滤波器或编码板的离焦量相同时, 即 $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$, 事实上这两个花样板已直接合在一起, 因此它们的莫尔花样本身就是等效滤波函数花样, 物体将被这个莫尔滤波函数滤波, 我们用两个实例作具体说明。

1. 粗圆光栅和粗平行光栅

设 M_1 是等间隔粗的圆光栅, 间隔为 d_1 。这时 $F_1 = |G|$, 产生光程变化率模值的等位条纹,

$$(f_q/d_1)|G(x, y)| = n, \quad (n = 0, 1, 2, \dots).$$

设 M_2 是栅线平行于 y 轴的粗光栅, 间隔为 d_2 。显然 $F_2 = G_x$, 产生光程变化率 x 方向分量的等位条纹, 相当于横向剪切干涉条纹。这时

$$(f_q/d_2)G_x(x, y) = m, \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

因为 $\Delta_1 = \Delta_2$, 所以 $f_{q_1} = f_{q_2} = f_q$, 由(5)式并分别对四个象限的莫尔低频计算后有

$$G(x, y) - N|G_x(x, y)| = (d_1/f_q)k, \quad (6)$$

式中 $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, $N = (d_1/d_2)$ 。对应于光程变化率模值与其 x 分量 N 倍之差的等位条纹, G 为 G 的模。显然, 当 $\Delta = 0$ 时, 无光偏置, $G(x, y) = \mathbf{g}(x, y)$, 不出现背景条纹而直接对物体的光程变化率产生等位条纹。

当然也可以直接求出莫尔滤波函数和花样。在等效傅里叶变换焦平面上, 对应粗圆光栅的方程为

$$\sqrt{u^2 + v^2} = nd_1,$$

而对应粗平行光栅的方程为

$$u = md_2.$$

莫尔低频即为

$$\sqrt{u^2 + v^2} - (d_1/d_2)|u| = d_1k. \quad (7)$$

当 $d_1 > d_2$, $d_1 < d_2$ 和 $d_1 = d_2$ 时分别属双曲线族, 椭圆族和抛物线族。圆锥曲线的滤波函数

就产生光程变化率与其 x 分量倍数之差的等位条纹。上述两种分析是一致的, 而且其莫尔滤波作用就是文献[4]的例 4。

实验采用图 1(a)装置。用氦-氖激光聚焦为点光源, 准直和变换透镜的焦距均为 200 mm, 成像透镜的焦距 135 mm。圆光栅 $d_1=0.77$ mm, 平行光栅 $d_2=0.91$ mm。图 2(a) 所示莫尔滤波函数, 因 $d_1 < d_2$ 是椭圆曲线族。图 2(b) 是玻璃管的莫尔等位条纹, 这时玻璃管作为被测物放置在变换透镜的焦面上, 莫尔滤波器离焦 $\Delta=140$ mm。可以清楚看到光偏置二次项产生的椭圆形背景条纹。

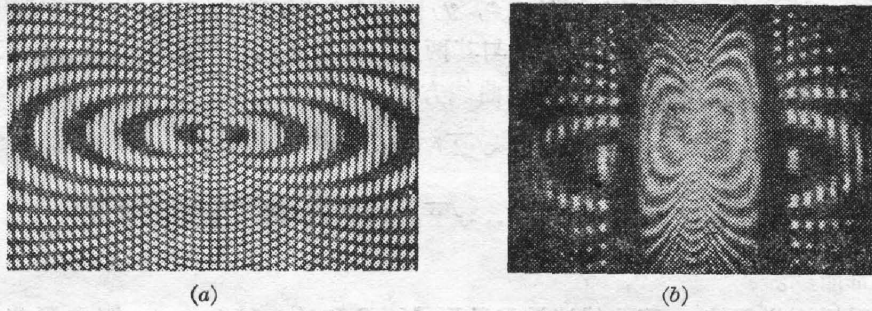


Fig. 2

(a) Moire filter with a pattern of ellipses; (b) The resultant moire contour-fringes of a glass tube

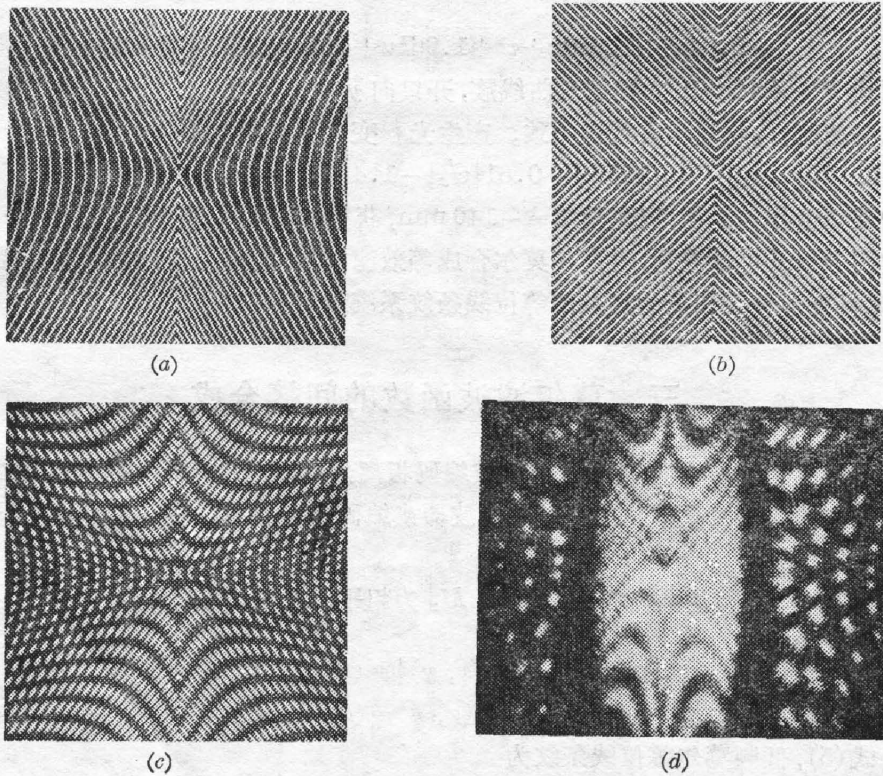


Fig. 3

(a) The first filter mask in the form of hyperbolas; (b) The second filter mask of four-quarter coarse gratings; (c) The pattern of the Moire filter from the masks of (a) and (b); (d) The resultant Moire contour-fringes of the same glass tube as in Fig. 2(a)

2. 双曲线光栅和四像限平行光栅

双曲线滤波函数包含 $F_1 = G - M|G_x|$, $M > 1$, 表示光程变化率与其 x 方向上 M 倍分量之差的等位条纹。其等位线方程为

$$(f_q/d_1)[G(x, y) - M|G_x(x, y)|] = n, \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

图 3(a) 为双曲花样一例。图 3(b) 是四像限光栅。 $F_2 = |G_y| - |G_x|$, 等位线方程为

$$(f_q/\sqrt{2}d_2)[|G_y(x, y)| - |G_x(x, y)|] = m, \quad (m=0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

以低频莫尔条纹出现, 所产生的光程变化率等位线条纹方程为

$$G(x, y) - [M - (N/\sqrt{2})]|G_x(x, y)| - (N/\sqrt{2})|G_y(x, y)| = (d_1/f_q)k. \quad (8)$$

式中 $N = (d_1/d_2)$, 这表示了光程变化率与其两正交分量不同比例之差的等位条纹。

相应地可求出莫尔等效滤波函数的曲线方程。类似的方法, 可以有

$$\begin{aligned} & \left[1 - \left(M - \frac{N}{\sqrt{2}}\right)^2\right] u^2 - \sqrt{2}N\left(M - \frac{N}{\sqrt{2}}\right) uv + \left(1 - \frac{N^2}{2}\right) v^2 \\ & - 2d_1\left(M - \frac{N}{\sqrt{2}}\right) ku - \sqrt{2}d_1Nkv + d_1^2k^2 = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

这属于圆锥曲线。

实验采用同样系统。双曲线滤波函数取 $M=2$ 和 $d_1=1.6$ mm。四像限光栅取 $d_2=0.83$ mm, 分别是图 3(a) 和图 3(b), 不过有一比例因子。代入数据, 莫尔滤波函数花样方程为

$$-0.64u^2 + 1.68uv + v^2 + 1.96ku + 4.46kv + 2.56k^2 = 0,$$

这里判别式 $B^2 - 4AC > 0$, 方程是双曲线族, 开口向 y 轴方向附近, 约 22° , 图 3(c) 是直接合成的莫尔滤波花样, 与数学表示式一致。产生光程变化率的莫尔等位条纹方程为

$$125(G - 0.61|G_x| - 1.4|G_y|) = k.$$

用同样的玻璃管作被测物, 离焦量 $\Delta = -140$ mm, 获得如图 3(d) 所示的实验结果。

从这两个例子可以看到, 用直接莫尔合成等效滤波器, 能得到较原始两种光栅更为复杂的函数, 取得更多种类和更为复杂的等位线条纹系统。

三、莫尔滤波函数的间接合成

另一种情况是 $\Delta_1 \neq \Delta_2$ 。两个滤波器或编码板离焦量不同, 所产生的不同的二次项光偏置分别对相应的滤波函数单独作用。用滤波器或编码板不再重合在一起。这将导出新的性能。现举一实例说明。

设 M_1 为等间距粗的圆光栅, 离焦 Δ_1 ; M_2 为粗平行光栅, 离焦 Δ_2 。它们产生的等位线条纹方程分别为

$$|g(x, y) + g_{01}(x, y)| = (d_1/f_{q1})n,$$

和

$$g_x(x, y) + g_{02x}(x, y) = (d_2/f_{q2})m.$$

由公式(5), 低频莫尔等位线条纹为

$$(f_{q1}/d)[|g(x, y) + g_{01}(x, y)| - N|g_x(x, y) + g_{02x}(x, y)|] = k, \quad (10)$$

式中的 $N = (d_1f_{q1}/d_2f_{q2})$, 与(6)式比较, 这对应于物体光程变化率模值与其 N 倍的 x 分量的带有不同偏置量之差的莫尔等位线条纹, 使表现信息的形式更为复杂。进一步分析, 可

使物体不存在,其莫尔背景条纹方程为

$$\frac{f_{01}}{d_1|f_{01}|} \left(\sqrt{x^2+y^2} - \left| \frac{f_{01}}{f_{02}} \right| N|x| \right) = k, \quad (11)$$

显然是圆锥曲线。当 $|f_{01}/f_{02}|N > 1$, $|f_{01}/f_{02}|N = 1$ 和 $|f_{01}/f_{02}|N < 1$ 时分别为双曲线族, 抛物线族和椭圆族。被测物的引入是在这背景莫尔条纹的基础上发生变化, 光偏置过程中改变 Δ_1 和 Δ_2 将导致 f_{0i} 和 f_{0i} 的变化 ($i=1, 2$), 使得背景条纹及其相应的被测物条纹也发生变化, 这意味着等位线条纹系统的变化。由此可见, 由于两滤波器或编码板离焦量不同不但产生一种较复杂的等效莫尔滤波函数, 而且可改变离焦量来连续变化这个等效滤波函数。

实验采用同样系统。圆光栅: $d_1=1.2\text{mm}$, $\Delta_1=-140\text{mm}$; 平行光栅: $d_2=0.9\text{mm}$, $\Delta_2=140\text{mm}$, 物体为玻璃管并位于焦面上。图 4(a) 是只有圆光栅滤波时条纹图, 相当于带偏置的玻璃管光程变化率等值条纹; 图 4(b) 是只有平行光栅的条纹图, 相当于带偏置玻璃管的横向剪切干涉图; 图 4(c) 是两种光栅都存在时, 间接莫尔合成产生的条纹图; 图 4(d) 是无物体时的单纯莫尔背景条纹图, 因 $|f_{01}/f_{02}|N > 1$, 呈现双曲线形。实验中连续减少 Δ_2 可使 $|f_{01}/f_{02}|N$ 从大于 1 变为小于 1, 因此可观察到背景莫尔条纹从双曲线形逐渐转变为抛物形及椭圆形, 相应地发生物体像中的莫尔条纹的变化。

可以看到, 间接双曲线莫尔滤波并带有双曲线莫尔背景条纹的图 4(c), 与直接莫尔椭圆形滤波并带有椭圆莫尔背景条纹的图 2(b) 有比较相似的花样和走向。但是物体的引入

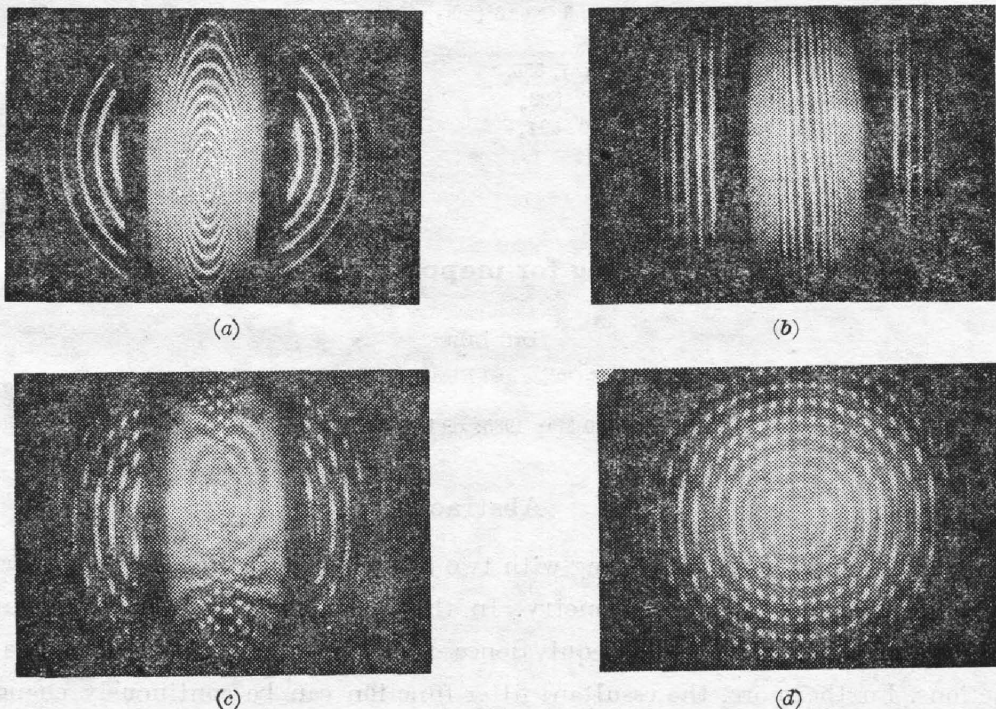


Fig. 4

(a) Contour-fringes of a glass tube with only a circular grating; (b) Contour-fringes of the same tube with only a coarse grating; (c) Moiré contour-fringes of the same tube with both the circular grating and the coarse grating; (d) Moiré background fringes without the tested glass tube

调制了背景条纹,取得相近的物体等位线莫尔条纹,这是有意义的,表明相近的条纹可由完全不同的间接或直接莫尔双滤波产生,尽管它们代表的对光程变化率的作用函数是不一样的。

四、结 束 语

从上述讨论可见,用双滤波法可由较简单的滤波函数合成出更复杂的莫尔等效滤波函数,并可以离焦移动滤波器或编码板实现实时连续改变等效滤波函数。由于装置简单,操作方便,性能上灵活性大,具有一定的实用价值,例如在检查玻璃器皿中的缺陷时,可以通过连续调节离焦量而方便地确定缺陷的大小和位置。

应当指出,双滤波本身就是一种新概念。本文讨论非相干光系统的强度滤波,关于相干光系统的复滤性过程,我们将另外研究。

参 考 文 献

- [1] 刘立人;《光学学报》,1981, **1**, No. 3 (Mar), 213.
- [2] L. Liu; *App. Opt.*, 1982, **21**, No. 15 (Aug), 2817.
- [3] L. Liu; *App. Opt.*, 1983, **22**, No. 19 (Oct), 3024.
- [4] L. Liu; *Opt. Commun.*, 1983, **44**, No. 5 (Feb), 301.
- [5] L. Liu; *App. Opt.*, 1982, **21**, No. 21 (Nov), 3839.
- [6] G. Oster, M. Wasserman *et al.*; *J. O. S. A.*, 1964, **54**, No. 2 (Feb), 169.
- [7] G. P. Grover *et al.*; *Opt. Commun.*, 1971, **3**, No. 3 (May), 181.
- [8] 刘立人;《物理》,1981, **10**, No. 9 (Sep), 563.
- [9] O. Kafri; *Opt. Lett.*, 1980, **5**, No. 12 (Dec), 555.
- [10] 刘立人;《光学学报》,1984, **4**, No. 6 (Jun), 522.
- [11] 刘立人;《光学学报》,1984, **4**, No. 8 (Aug), 694.

Double filtering for mapping phase objects

LIU LIREN

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

(Received 20 May 1985; revised 23 July 1985)

Abstract

A new method, double filtering with two filter masks, is proposed to perform the Fourier-transform quasi-interferometry. In this way, some complex filter functions can be synthesized in a Moire equivalence from two comparatively simple filter functions. Furthermore, the resultant filter function can be continuously changed by moving the masks along the optical axis, thus giving remarkable flexibility in practical applications.