第6卷 第2期 光 学 学 报 Vol. 6, No. 2
1986年2月 ACTA OPTICA SINICA February, 1986

具有导向磁场可变摆动器自由电子激光器及其设计方法

陈 建 文
（中国科学院上海光学精密机械研究所）

提 要

通过求解相对论电子的运动方程，根据电子在聚束势阱中运动状态的变化，讨论了在具有导向磁场可变摆动(Wiggler)场中电子与辐射场之间相互作用的物理过程。计算结果表明，当摆动场强沿电子束的传播方向递增，而导向磁场场强递减时，可以提高自由电子激光器的能量转换效率。

一、引 言

在自由电子激光器的发展初期，大多数器件所使用的磁摆动场，其强度和空间周期都是恒定的。在这种情况下，器件所能实现的最大能量转换效率 $\delta\gamma_m/\gamma$ 约为[1]

$$(\delta\gamma_m/\gamma)\sim(\Delta\gamma/\gamma)\sim(1/2N),$$

其中 $\Delta\gamma/\gamma$ 是入射电子束的平均能散度，N 是磁摆动器的周期数。这样，就限制了能量转换效率的提高。为了克服这一缺点，有人建议以可变摆动器来代替恒定的摆动器，如磁场强度沿轴向变化的锥形摆动器[2]，或是空间周期沿电子束传播方向递减的摆动器[3]。另外，实验表明，如果在空间周期磁场上再叠加一个导向磁场，在满足磁共振条件时，可使自由电子激光器的能量转换效率得到可观的提高[4]。本文在单电子模型的基础上，通过求解相对论电子的洛仑茨方程，讨论了在附加有导向磁场的可变摆动器中电子与电磁场相互作用的物理过程，同时研究了通过改变导向磁场或摆动场的参数以提高能量转换效率的可能性。

二、单电子运动方程

设激光场(辐射场)、Wiggler 场以及导向磁场的矢势 $\boldsymbol{A}_L$, $\boldsymbol{A}_w$ 和 $\boldsymbol{A}_d$ 可以分别表示为

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{A}_L&=A_L(z)[\boldsymbol{e}_x\cos(k_Lz-\omega_Lt)-\boldsymbol{e}_y\sin(k_Lz-\omega_Lt)],\\ \boldsymbol{A}_w&=-A_w(z)(\boldsymbol{e}_x\cos k_wz+\boldsymbol{e}_y\sin k_wz),\\ \boldsymbol{A}_d&=-(1/2)B_f y\boldsymbol{e}_x+(1/2)B_f x\boldsymbol{e}_y,\end{aligned}\right\}\tag{1}$$

式中 $k_L=(\omega/c)$ 是辐射场的波数，$k_w=(2\pi/\lambda_w)$，而 λ_w 是磁摆动场的空间周期。$A_L(z)$ 和 $A_w(z)$ 分别是辐射场和摆动场的矢势的振幅，我们假设 $A_L(z)$、$A_w(z)$ 和 $B_f(z)$ 都是轴向位置 z 的缓变函数，也就是说，在经过一个摆动周期之后，它们的变化可以忽略不计

$$\frac{d}{dz}A_w\ll k_wA_w,\quad \frac{d}{dz}A_L\ll k_wA_L,\quad \frac{d}{dz}B_f\ll k_wB_f。\tag{2}$$

收稿日期：1985年1月18日

此外，我们还假设下述不等关系成立

$$B_f \gg A_w k_w \gg A_L k_L。\tag{3}$$

单电子的洛仑茨方程为

$$\frac{d}{dt}\gamma m \boldsymbol{v} = -|e|(\boldsymbol{E}+\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}),\tag{4}$$

其中 e 为电子电荷，m 为电子的静止质量，而 γ 为相对论能量参数，$\boldsymbol{E}=-(\partial\boldsymbol{A}/\partial t)$，$\boldsymbol{B}=\nabla\times\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{A}$ 是场的总矢势，即：$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}_L+\boldsymbol{A}_w+\boldsymbol{A}_d$。为了计算方便，我们已假设场的标势 ϕ 为零。

在上述假设条件下，同时考虑到电子能量沿其传播方向的变化是一个小量，则由电子的洛仑茨方程，求得电子的横向速度为

$$\left.\begin{aligned}\dot{x} &= (|e|/\gamma m)[A_L\cos(k_L z-\omega_L t)-A_w\cos k_w z - B_f y],\\ \dot{y} &= -(|e|/\gamma m)[A_L\sin(k_L z-\omega_L t)+A_w\sin k_w z - B_f x]。\end{aligned}\right\}\tag{5}$$

鉴于由方程(3)式所表示的不等关系，我们认为，相对论电子在摆动场中作回旋运动的回旋频率应主要取决于导向磁场 $\boldsymbol{B}_f=B_f(z)\boldsymbol{e}_z$，即

$$\Omega_0=(|e|B_f/\gamma m),\tag{6}$$

而电子的横向运动轨迹可以表示为

$$x=-r(t)\cos\Omega_0 t,\quad y=-r(t)\sin\Omega_0 t,\tag{7}$$

其中 $r(t)$ 是电子的回旋半径，是 t 的缓变函数。(7)式中的"$-$"号，纯粹是为了方便计算而引进的，它对结果并无实质性的影响。

将(7)式代入(5)式，经过简单计算，即有

$$\left.\begin{aligned}\frac{d}{dt}r(t) &= -\frac{|e|}{\gamma m}[A_L\cos(\Omega_0 t+k_L z-\omega_L t)-A_w\cos(\Omega_0 t-k_w z)],\\ r(t) &= r_0-\frac{|e|}{\gamma m}\left[\frac{A_L}{\Delta\omega}\sin(\Omega_0 t+k_L z-\omega_L t)-\frac{A_w}{\Delta\Omega}\sin(\Omega_0 t-k_w z)\right],\end{aligned}\right\}\tag{8}$$

式中 r_0 是电子的初始横向位置，$\Delta\omega=\Omega_0-\omega_L(1-\beta_z)$，$\Delta\Omega=\Omega_0-k_w\dot{z}$。

相对论电子轴向速度的变化规律为

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\dot{z} &\doteq -\frac{|e|}{\gamma m}(\dot{x}B_y-\dot{y}B_x)\\ &= -\left(\frac{|e|}{\gamma m}\right)^2[A_w A_L(k_L+k_w)\sin(k_L z+k_w z-\omega_L t)\\ &\quad +A_L k_L B_f r(t)\cos(\Omega_0 t+k_L z-\omega_L t)+A_w k_w B_f r(t)\cos(\Omega_0 t-k_w z)]。\end{aligned}\tag{9}$$

三、基本分析

辐射场，摆动场和导向磁场通过与相对论电子的相互作用，耦合成沿电子传播方向作周期性变化的空间势阱，于是，相对论电子与辐射场之间的能量交换，等效于电子在此空间势阱中的能量变化问题。

相对论电子所受到的洛仑茨力 $\boldsymbol{F}$ 如(4)式所示，其轴向分量 F_z 为

$$F_z=-|e|(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})_z=-|e|(\boldsymbol{v}_\perp\times\boldsymbol{B})_z,\tag{10}$$

其中 $\boldsymbol{v}_\perp=\dot{x}\boldsymbol{e}_x+\dot{y}\boldsymbol{e}_y$，是电子的横向运动速度矢量，而 F_z 对电子的作用结果，使得电子沿其

传播方向形成空间聚束。根据(1)式和(5)式求得

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{v}_\perp=\dot{x}\boldsymbol{e}_x+\dot{y}\boldsymbol{e}_y=(|e|/\gamma m)\boldsymbol{A}',\\&\boldsymbol{A}'=\boldsymbol{A}_L+\boldsymbol{A}_w+2\boldsymbol{A}_d=\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}_d。\end{aligned}\right\}\tag{11}$$

于是，F_z 又可以写成

$$F_z=-(|e|^2/\gamma m)[\boldsymbol{A}'\times(\nabla\times\boldsymbol{A})]_z=-(|e|^2/\gamma m)\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{1}{2}\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}_d\right],\tag{12}$$

其中

$$\begin{aligned}&\frac{1}{2}\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}_d\\&=\frac{1}{2}\left[A_L^2+A_w^2+\frac{3}{4}B_f^2(x^2+y^2)\right]-A_LA_w\cos(k_Lz+k_wz-\omega_Lt)\\&\quad+A_LB_fr(t)\sin(\Omega_0t+k_Lz-\omega_Lt)-A_wB_fr(t)\sin(k_wz-\Omega_0t)。\end{aligned}\tag{13}$$

上式中的常数项$(1/2)[A_L^2+A_w^2+(3/4)B_f^2r_0^2]$对 z 的微分为零，只有辐射场、磁摆动场和导向磁场的耦合项才对 F_z 有贡献。在力学中，作用力等于势能梯度的负值，即 $\boldsymbol{F}=-\nabla U$。因此，可以认为，方程(13)式中等号的右边的各耦合项看作是一个"聚束势" U，即

$$\begin{aligned}U\propto&-A_LA_w\cos(k_Lz+k_wz-\omega_Lt)\\&+A_LB_fr_0\sin(\Omega_0t+k_Lz-\omega_Lt)-A_wB_fr_0\sin(k_wz-\Omega_0t)。\end{aligned}\tag{14}$$

聚束势 U 在空间以相速度 v_p 沿轴向传播，当相对论电子以近共振速度 $\dot{z}\geqslant v_p$ 进入摆动场中之后，根据最小能量原理，电子将落入势阱而形成聚束，其多余的动能即转换成为光场的辐射能，这就是所谓的反常朗道(Landaw)阻尼效应。

以上分析表明，为了提高能量转换效率，要求：

(1) 势阱 U 越深越好。由(14)式可知，这一点可以通过近磁共振(即 $\Omega_0\gtrsim k_wu$)来实现。在近磁共振的条件下，势阱 U 为

$$\left.\begin{aligned}&U\propto-A_LA_w\cos\psi+B_fA_Lr_0\sin\psi,\\&\psi=(k_w+k_L)z-\omega_Lt。\end{aligned}\right\}\tag{15}$$

(2) 相对论电子束与势阱 U 彼此保持同步。也就是说，在电子静止的坐标系中，势阱 U 应近似为一驻波，在数学上，这一点可以表示为：ψ 是 z 的缓变函数。

上述两点，是我们设计具有导向磁场的可变摆动器的依据。

四、参量的最佳化

当辐射场的频率 ω_L 给定后，我们将根据前述的近磁共振条件和同步条件来确定摆动场的振幅 A_w 和空间周期 λ_w，以及导向磁场强度 B_f 的取值范围。然后，考虑到电子与场的相互作用对电子运动状态的影响，求出各参量的变化规律，以实现尽可能高的能量转换效率。

1. A_w 是常量的情况

在满足近磁共振条件的前提下，势阱 U 在空间传播的相速度 v_p 为

$$v_p=\omega_L/(k_L+k_w)。\tag{16}$$

而根据同步条件，则要求相对论电子的速度 u 满足：$u\gtrsim v_p=\omega_L/(k_L+k_w)$，这样，就可以

求得导向磁场强度 $B_{\prime}$ 和摆动场空间周期 λ_w 之间的关系为

$$(|e|B_{\prime}/\gamma m)\gtrsim k_w u,\quad \frac{|e|B_{\prime}}{\gamma mc}\left(1+\frac{\lambda_w}{\lambda_L}\right)\approx\frac{2\pi}{\lambda_L}。\tag{17}$$

由于电子的轴向速度远大于其横向速度，即：$u\gg v_{\perp}$，则 u 可以近似地等于：

$$u\approx(c\sqrt{\gamma^2-1}/\gamma)\approx(c\sqrt{\gamma_0^2-1}/\gamma_0),\tag{18}$$

于是，(17)式又可以改写为

$$B_{\prime}\approx(2\pi mc\sqrt{\gamma_0^2-1}/|e|\lambda_w),\tag{19}$$

方程(19)式表明，为了满足近磁共振条件，我们必需根据磁摆动器的空间周期以及电子的初始能量 $\gamma_0 mc^2$ 来确定导向磁场 $B_{\prime}$ 的取值。

对于磁摆动场恒定不变的器件，其能量转换效率受到限制的重要因素之一是：当相对论电子将一部分能量转移给辐射场之后，速度将减缓，结果，电子和场将逐渐退出共振。为此，可以改变 $B_{\prime}$ 或/和 λ_w，以期在较长的时间范围内，使近磁共振条件得以满足。

根据近磁共振关系：$(|e|B_{\prime}/\gamma m)\approx k_w\dot{z}$，以及能量的近似表达式：$\gamma\approx[1-(\dot{z}/c)^2]^{-1/2}$，当轴向速度有一微小变化 $d\dot{z}$ 时，它对共振状态的影响，可以通过调节 $B_{\prime}$ 或/和 λ_w 来抵消，即

$$\frac{|e|}{2\pi m}dB_{\prime}\approx-\gamma\dot{z}\frac{d\lambda_w}{\lambda_w^2}+\frac{\gamma^3}{\lambda_w}d\dot{z}\approx-\gamma_0 u\frac{d\lambda_w}{\lambda_w^2}+\frac{\gamma^3}{\lambda_w}d\dot{z}。\tag{20}$$

(1) 若保持轴向磁场强度 $B_{\prime}$ 不变，即 $dB_{\prime}=0$，则有

$$(d\lambda_w/\lambda_w)\approx(\gamma_0^2/u)d\dot{z}。\tag{21}$$

由于电子的轴向速度将逐渐减缓，即 $d\dot{z}<0$，所以，摆动场的空间周期 λ_w 在沿电子的传播方向上应是递减的。如果我们忽略方程(9)式中的各振荡项，有

$$d\dot{z}\approx-\left(\frac{|e|}{\gamma_0 m}\right)^2\frac{2\pi A_w B_{\prime}\gamma_0}{\lambda_w}。\tag{22}$$

将此近似表达式代入(21)式，同时考虑到 $c\,dt\approx dz$，即有

$$d\lambda_w=-\left(\frac{|e|}{\gamma_0 m}\right)^2 2\pi A_w B_{\prime}\gamma_0\,dz,\tag{23}$$

解得

$$\lambda_w(z)=\lambda_w(0)-\left(\frac{|e|}{\gamma_0 m}\right)^2 2\pi A_w B_{\prime}\gamma_0 z。\tag{24}$$

(2) 若保持摆动场的空间周期 λ_w 不变，即 $d\lambda_w=0$，则有

$$\frac{dB_{\prime}}{B_{\prime}}\approx-\frac{|e|A_w k_w^2 r_0}{\gamma_0 mc}dz。\tag{25}$$

解得

$$B_{\prime}(z)\approx B_{\prime}(0)\exp(-kz),\quad k=(|e|/\gamma_0 mc)A_w k_w^2 r_0,\tag{26}$$

也就是说，导向磁场强度 $B_{\prime}$ 应沿电子传播方向按指数衰减。这一点在物理上是很容易理解的：由于电子的回旋频率 Ω_0 正比于导向磁场强度 $B_{\prime}$ 与电子能量 γ 之比：$\Omega_0\propto(B_{\prime}/\gamma)$，当电子能量逐渐减小时，$\Omega_0$ 也就越来越偏离共振频率。所以，如果要保持 $B_{\prime}/\gamma$ 不变，则要求导向磁场强度 $B_{\prime}$ 应与 γ 相同的方式衰减。

2. 相互作用距离 L

根据势阱 U 的表达式(15)式，如果令 $U=0$，求得

$$\left|\left[k_L\left(1-\frac{c}{u}\right)+k_w\right]z\right|=k\pi+\mathrm{tg}^{-1}\left(\frac{A_w}{B_f r_1}\right),\quad (k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots)。\tag{27}$$

设势阱 U 的宽度为 l: $l=z_2-z_1$, 其中 z_2 和 z_1 分别满足

$$\left.\begin{aligned}&\left|\left[k_L\left(1-\frac{c}{u}\right)+k_w\right]z_1\right|=n\pi+\mathrm{tg}^{-1}\left(\frac{A_w}{B_f r_0}\right),\\&\left|\left[k_L\left(1-\frac{c}{u}\right)+k_w\right]z_2\right|=(n+1)\pi+\mathrm{tg}^{-1}\left(\frac{A_w}{B_f r_0}\right)。\end{aligned}\right\}\tag{28}$$

于是

$$l=z_2-z_1=\left|\pi\Big/\left[k_L\left(1-\frac{c}{u}\right)+k_w\right]\right|。\tag{29}$$

现在考虑两个坐标系: 实验室坐标系 Σ 和势阱坐标系 Σ', 其中 Σ' 相对于 Σ 的运动速度为: $\boldsymbol{v}=v_p\boldsymbol{e}_z$。亦即在 Σ' 系中, 势阱 U 处于静止不动的状态, 它的宽度 l' 为

$$l'=l[1-(v_p/c)^2]^{1/2}。\tag{30}$$

当相对论电子以速度 $u(u\gtrsim u_p)$ 进入摆动场时, 它在 Σ' 系中的速度 u' 为

$$u'=\frac{u\sqrt{1-(v_p/c)^2}}{1-(v_p x/c^2)}\approx u\sqrt{1-(v_p/c)^2},\tag{31}$$

这里用到近似关系:

因此, 在势阱坐标系 Σ' 中, 电子穿越势阱 U 所需的时间 $\Delta t'$ 为

$$\Delta t'\doteq(l'/u)\doteq\{l/u[1-(v_p/c)^2]\},\tag{32}$$

而在 Σ 系中, 相应的时间间隔 Δt 为

$$\Delta t=\Delta t'[1-(v_p/c)^2]^{1/2}。\tag{33}$$

于是, 有效作用距离 L 为

$$L\approx u\Delta t=l[1-(v_p/c)^2]^{-3/2}。\tag{34}$$

将 v_p 的表达式(16)式代入(34)式, 同时考虑到近似关系 $k_w\ll k_L$, 即有

$$L=(k_L/2k_w)^{3/2}l。\tag{35}$$

方程(29)式和(35)式表明, 对于给定的辐射场波长 λ_L 和电子的初始速度 u, 有效相互作用距离 L 将唯一地取决于摆动场的空间周期 λ_w。现在考虑 λ_w 的变化对 L 的影响

$$dL=\left(\frac{\lambda_w}{2\lambda_L}\right)^{1/2}\frac{l}{\lambda_L}\left(\frac{3}{4}+\frac{l}{\lambda_w}\right)d\lambda_w。\tag{36}$$

(36)式表明, 当摆动场的空间周期沿电子传播方向递减时, 电子与场的有效相互作用长度 L 也将随之变短。由此可见, 虽然通过改变 λ_w 可以在较长的时间范围内使得近磁共振条件得到满足, 但是, 另一方面, 却缩短了有效作用长度。所以, 改变参量 λ_w 并不是提高能量转换效率的最佳途径。

3. λ_w 是常量的情况

相对论电子进入势阱之后所损失的最大能量即正比于势阱 U 的深度。因此, 在满足近磁共振条件的前提下, 为了提高能量转换效率, 就要求势阱越深越好。设当 $\psi=\psi_m$ 时, $U=U_{\min}$, 令 $(dU/dz)|_{\psi=\psi_m}=0$, 求得 ψ_m 为

$$\mathrm{tg}\,\psi_m=-(A'_w+\lambda_1 b_f)/(\lambda_1 A_w-b'_f),\tag{37}$$

式中 $A'_w=\frac{d}{dz}A_w$, $b_f=B_f r_0$, $b'_f=\frac{d}{dz}b_f$, 以及 $\lambda_1=k_L\left(1-\frac{c}{u}\right)+k_w$, 具有

$$\left.\begin{aligned}U_{\min}\propto-A_LA_w\cos\psi_m+A_LB_/r_0\sin\psi_m&=-A_L\lambda_2[\lambda_1(A_w^2+b_/^2)-(A_wb'_/-b_/A'_w)],\\ \lambda_2&=[(A'_w+\lambda_1b_/)^2+(\lambda_1A_w-b'_/)^2]^{-\frac{1}{2}}。\end{aligned}\right\}\tag{38}$$

(38)式表明，$U_{\min}$ 是摆动场强 $B_\perp=A_wk_w$ 和导向磁场强度 $B_/$ 的函数。当$(\partial^2A_w/\partial z^2)$和$(\partial^2B_/ /\partial z^2)$与$(\partial A_w/\partial z)$和$(\partial B_//\partial z)$相比可以忽略不计时，即有

$$\left.\begin{aligned}(\partial U/\partial A_w)&=A_L\lambda_1\lambda_2^3(A_w\lambda_1-b'_/)[\lambda_1(A_w^2+b_/^2)-(A_wb'_/-b'_/A'_w)]\\&\quad-A_L\lambda_2(2\lambda_1A_w-b'_/),\\(\partial U/\partial b_/)&=A_L\lambda_1\lambda_2^3(A'_w+\lambda_1b_/)[\lambda_1(A_w^2+b_/^2)-(A_wb'_/-b_/A'_w)]\\&\quad-A_L\lambda_2(2\lambda_1b_/+A'_w)。\end{aligned}\right\}\tag{39}$$

令：$(\partial U/\partial A_w)=0$，$(\partial U/\partial b_/)=0$，于是，由方程(39)式给出

$$\left.\begin{aligned}\lambda_1\lambda_2^2(A_w\lambda_1-b'_/)[\lambda_1(A_w^2+b_/^2)-(A_wb'_/-b_/A'_w)]&=2\lambda_1A_w-b'_/,\\ \lambda_1\lambda_2^2(A'_w+\lambda_1b_/)[\lambda_1(A_w^2+b_/^2)-(A_wb'_/-b_/A'_w)]&=2\lambda_1b_/+A'_w。\end{aligned}\right\}\tag{40}$$

(1) 若 $A'_w=0$，$b'_/=0$，即摆动场强和导向场强均为常数，此时有

$$U_{\min}=-A_L\lambda_1\sqrt{A_w^2+b_/^2}。\tag{41}$$

从表面上看，只要采用足够强的摆动场和导向场，就可以使得势阱 U 任意深，而能量转换效率也可以无限止地提高。但在实际上，$U_{\min}$ 的深度都受到两个附加条件的制约：首先，$B_/$ 必须满足由近磁共振条件给出的取值范围；其次，根据(37)式可知

$$\operatorname{tg}\psi_m=\operatorname{tg}\left\{\left[k_L\left(1-\frac{c}{u}\right)+k_w\right]z_m\right\}=-\frac{b_/}{A_w}。\tag{42}$$

由于 z_m 不得大于相互作用长度 L，而正切函数又是单调上升的，所以要求

$$\frac{b_/}{A_w}<\left|\operatorname{tg}\left[k_L\left(1-\frac{c}{u}\right)+k_w\right]L\right|。\tag{43}$$

此外，还有一点要补充说明的是：上述公式是根据方程(3)式所表述的近似条件导出的，因此，在确定 A_w 的取值范围时，还必须兼顾不等关系 $B_/\gg A_wk_w$。

(2) 若 $A'_w\neq0$，$b'_/\neq0$，亦即摆动场强和导向场强都是 z 的函数。此时，由方程(40)式整理后求得

$$\frac{d}{dz}(A_w^2+b_/^2)=0,\tag{44}$$

亦即：$(A_w^2+b_/^2)$是一个常数。考虑到为了满足磁共振条件，$B_/$ 是递减的，所以，A_w 应是递增的。

将方程(25)式代入(44)式，即有

$$\left.\begin{aligned}b_/(db_//dz)&=-A_w(dA_w/dz)=-\lambda_0A_wb_/^2,\\ \lambda_0&=(|e|/\gamma_0mc)k_w^2r_0。\end{aligned}\right\}\tag{45}$$

令

$$b_/^2+A_w^2=\lambda^2=b_/^2(0)+A_w^2(0),\tag{46}$$

得到

$$\left.\begin{aligned}[dA_w/(\lambda^2-A_w)]&=\lambda_0\,dz,\\ [db_//b_/\sqrt{\lambda^2-b_/^2}]&=-\lambda_0\,dz。\end{aligned}\right\}\tag{47}$$

(47)式的解分别为

$$\left.\begin{aligned}A_w(z)&=\lambda\frac{[\lambda+A_w(0)]\exp(2\lambda_0\lambda z)-[\lambda-A_w(0)]}{[\lambda+A_w(0)]\exp(2\lambda_0\lambda z)+[\lambda-A_w(0)]},\\ \frac{b_f-\sqrt{\lambda^2-b_f^2}}{b_f}&=\frac{b_f(0)-A_w(0)}{b_f(0)}\exp(-\lambda_0\lambda z)。\end{aligned}\right\}\tag{48}$$

而 $\lambda^2=A_w^2(0)+b_f^2(0)$ 以及 $A_w(0)$ 和 $b_f(0)$ 均可根据近磁共振条件和(43)式确定之。

综合上述,我们认为 B_f 和 A_w 的变化作用是不同的。前者是为了保证近磁共振条件得到满足,而后者则是为了增加电子在势阱中的能量损耗比。两者相辅相成。

五、结 束 语

在本文中,我们通过求解相对论电子的运动方程,根据电子在聚束势阱中运动状态的变化,讨论了在具有导向磁场的摆动场中电子与辐射场之间相互作用的物理过程。计算结果表明,当摆动场强沿电子束的传播方向递增而导向场强递减时,可以提高自由电子激光器的能量转换效率。

参 考 文 献

[1] N. M. Kroll *et al.*; «*Physics of Quantum Electronics*» edited by S. F. Jacobs et al.», (Addison Wesley publishing Company, 1982).

[2] H. Boehmer *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1982, **48**, No. 3 (Jan), 141.

[3] 王润文等;«中国激光», 1983, **10**, No. 7 (Jul), 385。

[4] H. P. Freumd; *Phys. Rev.* (*A*), 1981, **24**, No. 4 (Oct), 1965.
L. Friedand *et al.*; *Phys. Rev.* (*A*), 1982, **25**, No. 5 (May). 2693.
R. K. Parker *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1982, **48**, No. 4 (Jan), 238.

The design method for variable-wiggler FEL with gradient axial magnetic field

CHEN JIANWEN

(*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica*)

(Received 18 January 1985)

Abstract

The analytic expression for bunching pontential was derived according to Lorentz equations and the requirement that the force be equal to the minus gradient of the pontential. The energy transfer between a relativistic electron and the radiation field is equivalent to the electron energy variation in this space potential well, and the maximum energy lost by the electron in this potential well is proportional to the depth of the well. In order to increase the energy transfer efficiency, it is required that the potential well be as deep as possible and at the same time the electron be kept synchronous with the potential well. These are the principles for designing FEL. The

calculation results showed:

(1) The axial magnetic field should decrease exponentially along the electron propagation direction, i.e. $B_f(z) = B_f(0)\exp(-Kz)$, where $K = \frac{|e|}{\gamma_0 mc} A_w K_w r_0^2$; m, e and c are electron static mass, electron charge and light velocity respectively; γ_0 is relativistic parameter; A_w and K_w are wiggler amplitude and wave number, respectively; and γ_0 is the average electron Larmor radius.

(2) In contrast to the axial magnetic field, the wiggler field should increase, i.e.

$$A_w(z) = \lambda \frac{[\lambda + A_w(0)]e^{2\lambda_0 \lambda z} - [\lambda - A_w(0)]}{[\lambda + A_w(0)]e^{2\lambda_0 \lambda z} + [\lambda - A_w(0)]},$$

where:

$$\lambda = \frac{|e|}{\gamma_0 mc} K_w^2 r_0, \quad \lambda_0 = [r_0 B_f(0)]^2 + [A_w(0)]^2.$$

When the conditions mentioned above are satisfied, the FEL man operate better.