

# 剪切干涉图处理\*

刘书钢 徐晓峰  
(黑龙江大学物理系)

## 提 要

本文介绍一种新的处理剪切干涉图的方法。在剪切干涉图拟合过程中,引入最佳参考球,使测量结果更为可靠、合理。利用这种方法,对一实际反射镜的剪切干涉图进行了处理,得到与实际相符合的结果。

## 一、引 言

剪切干涉法是利用被检波前与其自身的剪切波前相干涉所产生的条纹来评价被检波前的缺陷,所以它不需要参考波面<sup>[1]</sup>。这一特点为大口径的反射镜和光学系统检验提供了一种手段,引起国内外光学工作者的重视。由于剪切干涉图所包含的波面缺陷信息不是参考波面与待测波面的关系,因此剪切干涉图的处理是比较复杂的。这里所说的剪切干涉图处理是指利用从横向剪切干涉图上提取的数据,经过数学处理得到波面误差的过程。目前常用的是 Saunders<sup>[2]</sup> 和 Rimmer 法<sup>[3]</sup>。

本文介绍一种剪切干涉图处理方法。它以一正交多项式来拟合波面,在拟合过程中引入最佳参考球。用这种方法可以计算出波面上任一点的波差值,解决了 Saunders 法只能计算以剪切量为间隔点上的波差值问题。

## 二、原 理

### 1. 波面拟合

设波面在出瞳处以第一类 Chebyshev 正交多项式表示为:

$$W(x) = \sum_{i=1}^n A_i T_i(x), \quad (1)$$

它满足:

$$\left. \begin{aligned} T_1(x) &= x, \\ T_2(x) &= 2x^2 - 1, \\ T_n(x) &= \frac{1}{2(n+1)} \left[ T'_{n+1}(x) - \frac{n+1}{n-1} T'_{n-1}(x) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

按剪切干涉原理,剪切图上所表示的程差分布为:

$$N(x)\lambda = W(x-s) - W(x) = \sum_{i=1}^n A_i [T_i(x-s) - T_i(x)], \quad (3)$$

式中,  $N(x)$  表示  $x$  处的干涉级,  $\lambda$  是光波长,  $s$  是剪切量。

收稿日期: 1986年4月3日

\* 本文曾在 1985年10月(西安)全国首届干涉测量讨论会上宣读。



选择  $D$ 、 $K$ 、 $M$  的方法是使积分:

$$\int_0^{x_0} [W(x) + Dx^2 + Kx + M]^2 dx = \text{最小}, \quad (11)$$

$x_0$  是所计算波面两端点之间的距离。对上式中的  $D$ 、 $K$ 、 $M$  分别求偏导数, 整理后得到含这三个未知数的方程组为:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{5} x_0^5 D + \frac{1}{4} x_0^4 K + \frac{1}{3} x_0^3 M &= -W_1(x_0), \\ \frac{1}{4} x_0^4 D + \frac{1}{3} x_0^3 K + \frac{1}{2} x_0^2 M &= -W_2(x_0), \\ \frac{1}{3} x_0^3 D + \frac{1}{2} x_0^2 K + x_0 M &= -W_3(x_0). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} W_1(x_0) &= \int_0^{x_0} x^2 W(x) dx, \\ W_2(x_0) &= \int_0^{x_0} x W(x) dx, \\ W_3(x_0) &= \int_0^{x_0} W(x) dx. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

只要(12)式中系数行列式不为零, 则有唯一解。其解为:

$$D = \frac{R}{Q}, \quad K = \frac{P}{Q}, \quad M = \frac{H}{Q}, \quad (14)$$

式中,

$$\left. \begin{aligned} Q &= \frac{x_0^9}{2160}, \\ R &= -\frac{1}{12} x_0^4 W_1(x_0) + \frac{1}{12} x_0^5 W_2(x_0) - \frac{1}{72} x_0^6 W_3(x_0), \\ P &= \frac{1}{12} x_0^5 W_1(x_0) - \frac{4}{45} x_0^6 W_2(x_0) + \frac{1}{60} x_0^7 W_3(x_0), \\ H &= -\frac{1}{72} x_0^6 W_1(x_0) + \frac{1}{60} x_0^7 W_2(x_0) - \frac{1}{240} x_0^8 W_3(x_0). \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

为了求出  $D$ 、 $K$ 、 $M$ , 首先要求出  $W_1(x_0)$ 、 $W_2(x_0)$ 、 $W_3(x_0)$ 。利用(2)式进行数学推导、化简和整理后, 得出(13)式满足关系:

$$\left. \begin{aligned} W_1(x_0) &= A_1 \int_0^{x_0} x^2 T_1^2(x) dx + \sum_{i=2}^n A_i E_i, \\ W_2(x_0) &= A_1 \int_0^{x_0} x T_1(x) dx + \sum_{i=2}^n A_i L_i, \\ W_3(x_0) &= A_1 \int_0^{x_0} T_1(x) dx + \sum_{i=2}^n A_i V_i, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

其中  $E_i$ 、 $L_i$ 、 $V_i$  分别满足递推关系:

$$\left. \begin{aligned} E_{n+1} &= \frac{x_0^3}{n+4} \left[ T_{n+1}(x_0) - \frac{n+1}{n-1} T_{n-1}(x_0) \right] - \frac{(n+1)(n-4)}{(n-1)(n+4)} E_{n-1}, \\ L_{n+1} &= \frac{x_0^2}{n+3} \left[ T_{n+1}(x_0) - \frac{n+1}{n-1} T_{n-1}(x_0) \right] - \frac{(n+1)(n-3)}{(n-1)(n+3)} L_{n-1}, \\ V_{n+1} &= \frac{x_0}{n+2} \left[ T_{n+1}(x_0) - \frac{n+1}{n-1} T_{n-1}(x_0) \right] - \frac{(n+1)(n-2)}{(n-1)(n+2)} V_{n-1}. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

把(17)式代入(16)式求出  $W_1(x_0)$ 、 $W_2(x_0)$ 、 $W_3(x_0)$ 后,代入(15)和(14)式求出  $D$ 、 $K$ 、 $M$ , 得出相对最佳参考球的波面表达式(10)。

### 三、实 例

为了表明这种方法的可行性,按上述原理编写了计算程序。在求解方程组(7)式时,采用了克劳特分解法。

表 1 是一块反射镜的剪切干涉图的数据。 $x$  是坐标原点到条纹中心的距离,  $P$  是  $x$  点处的干涉级。图 1 是计算结果。其中  $\varepsilon=1.00$ ,  $x_0=14.63$ 。从图 1 很直观看出,该反射镜是中心凹,边缘塌。在计算口径内,最大波面差为  $0.24\lambda$ 。这与用阴影法作定性检验的结果是符合的。

Table 1

$x$	$P$	$x$	$P$
.85	1	8.21	8
1.79	2	9.35	9
2.83	3	10.42	10
3.86	4	11.45	11
4.91	5	12.49	12
5.99	6	13.54	13
7.11	7	14.48	14

#### WAVEFRONT COEFFICIENTS

$$A1 = .368143437$$

$$A2 = -.267569903$$

$$A3 = 1.9472736E-03$$

$$A4 = -3.39487678E-05$$

$$R_{m,p} = .0166407706$$

$$D = .469607953 \quad K = -.139788431 \quad M = -.420181952$$

$$X_{max} = 12 \quad W_{max} = .0838962409$$

$$X_{mix} = 14.5 \quad W_{mix} = -.168306438$$

$$|W_{max}| + |W_{mix}| = .252202679$$

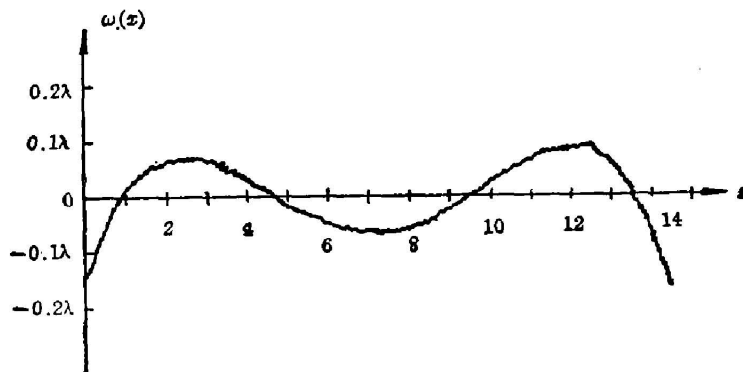


Fig. 1

## 四、结 束 语

本文介绍了一种用正交多项式来处理剪切干涉图的方法。它具有以下几个特点。主要的计算公式满足递推关系, 编程序方便; 与其它多项式比较拟合精度高; 由于引入了最佳参考球, 排除了干涉图离焦、倾斜的影响, 所得结果更为可靠合理; 与 Saunders 法比较, 这种方法充分利用了从干涉图中读取的信息。Saunders 法受参考点限制。为了使参考点都落在干涉条纹内, 往往对有些范围计算不到。只有干涉图上两边缘条纹之间的距离恰好是剪切量  $s$  的整数倍时才能充分利用信息, 这种情形很少出现。

在实际计算过程中, 只要输入干涉级次和其所相对应的坐标位置以及剪切量  $s$  和  $x_0$  即可完成计算。只要具有初步微机操作常识就可以使用该方法所编制的程序(图 1 的计算结果是用 Basic 语言在 Apple II 上实现的)。

总之, 在剪切干涉图处理方法中这是值得推广使用的一种方法。

## 参 考 文 献

- [1] D. Malacarn; *Optical Shop Testings*, (New York, 1978), Cha4.
- [2] J. B. Saunders; *J. E. N. B. S.*, 1961, **65B**, No. 4 (Oct-Dec), 239.
- [3] M. P. Rimmer; *Itek Corp. Internal Report* No. 72-5802-1, 1972.
- [4] 费业泰; *误差理论与数据处理*, (机械工业出版社, 1981 年版), 67。
- [5] K. Pietraskiewicz; *J. O. S. A.*, 1979, **67**, No. 7 (Jul), 1045.

## Processing of lateral shear interferograms

LIU SHUGANG AND XU XIAOFENG

(Department of Physics, Hei long Jiang University, Haerbin)

(Received 31 January 1986; revised 3 April 1986)

## Abstract

This paper deals with a new method for processing of lateral shear interferograms. An optimal reference sphere is introduced in the fitting process so that the testing result becomes more reliable and rational. In this way, the shear interferogram of a mirror is processed with results conforming with the actual situation.