

BSO 晶体中的两波相互作用

严 媛 乌蔚曙 陈英礼

(上海交通大学应用物理系)

何 崇 藩

(中国科学院上海硅酸盐研究所)

提 要

本文从实验发现的BSO晶体存在与光强有关的吸收机制出发,考虑到自衍射与光栅记录的相互作用,推导了描述BSO晶体内两波相互作用的非线性耦合波方程。根据动态相互作用的模型,提出了方程数值求解的方法。计算结果成功地解释了目前理论与实验的偏离。文章对不同物理条件下两波相互作用的规律进行了计算,并用实验验证。

一、引 言

光致折射效应的发现至今已有二十年历史^[1],已发现的光致折射晶体有LiNbO₃^[2], LiTaO₃^[3], KNbO₃^[2], BTO^[3], BGO^[4]和BSO^[4]等等,广泛应用于光信号处理^[5]和光学相位共轭^[6,7]等方面。

光致折射晶体中的两波相互作用不仅涉及到光致折射效应的物理机制而且具有广泛的应用前景^[6],一直作为重要的研究对象。在Kogelnik^[8]体光栅理论的基础上,Steabler和Amodei研究了LiNbO₃中的两波相互作用^[9],Ninomiya^[10]及Kukhtarev^[11]分别发展了各自的动态理论,Heaton和Solymar^[12]则又讨论了瞬态相互作用问题。

在目前普遍采用的Ninomiya和Kukhtarev的动态理论中已考虑到衍射过程对于记录过程的反作用。但在耦合波方程中,Ninomiya仅仅假设了介质内部存在吸收系数的分布,而未将分布与光栅记录过程联系起来。Kukhtarev则在计算过程中忽略了吸收的存在,而在结果中唯象地加进 $e^{-\alpha z}$ 因子。这种方法对于吸收很弱的介质是合理的,但对BSO晶体来讲,不仅吸收系数 α 较大($1.3\sim 3\text{cm}^{-1}$)^[14],且在实验中发现BSO晶体中的 α 会随着光强的增强而增大。因此,光强条纹会在晶体中附加产生一个振幅体光栅。

我们根据Ninomiya的动态理论,结合实验中发现的与光强有关的吸收现象,推导了一组描写BSO晶体中两波相互作用的非线性耦合波方程。并根据动态理论中光场和空间电荷场都是时间和空间的函数这一观点,提出了一套数值求解的方法。由之计算的结果成功地缩小了Gunter^[14]报道的理论和实验的偏差。然后又对能量转移相对于其它物理参量的依赖关系进行了数值计算,找出了其中的规律,并设计了相应的实验加以验证。

二、理 论

波长为488nm的单色光垂直入射到晶体表面,实验测定了透射光强与入射光强的关

系, 如图 1 所示。曲线下弯意味着吸收系数随入射光强的增加略有增大。吸收系数的变化

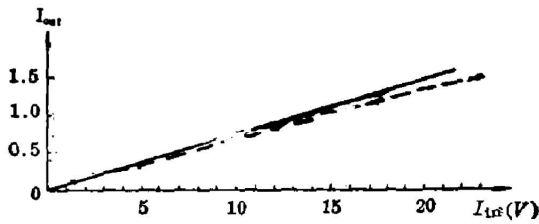


Fig. 1 Transparent beam intensity $I_{t,2}$, vs. income beam intensity I_{in}

的一级近似为 $\Delta\alpha = bI$, 产生的原因可以以半导体材料的吸收机制来考虑。除杂质吸收外, 还存在自由载流子吸收。由于 BSO 是光电导材料, 光电导效应产生的电导率改变 $\Delta\sigma = AI$ 其中 $A = 7.3 \times 10^{-8} \Omega^{-1} W^{-1} cm^{[15]}$, 由此产生的

$$\Delta\alpha = \frac{\mu c \Delta\sigma}{2\sqrt{2}}, \text{ 其中 } \mu \text{ 是磁导率。由此估}$$

算的结果表明, $b = 2.0 \times 10^{-4} mW^{-1}$, 而从图 1 测出的结果 $b = 3.0 \times 10^{-4} mW^{-1}$ 。由于 BSO 晶体中存在这项与光强有关的吸收, 因此在两波相互作用时存在着相应的振幅体光栅。

另外, 由于自衍射现象的存在, 即在由光波相干形成的光强条纹经由光致折射效应产生空间电荷场 E_{sc} 的同时, 光波本身也将受到 E_{sc} 产生的相位光栅的衍射, 因此光场将表示为时、空的函数。方程的推导也必须从瞬态着手。下面着手推导描述 BSO 晶体中两波相互作用的耦合波方程。

BSO 晶体是立方晶系。各向同性介质的物质方程为

$$\begin{cases} J = \sigma E(t), & (1) \\ D = \epsilon_0 \epsilon E(t), & (2) \\ B = \mu_0 H(t), & (3) \end{cases}$$

式中 $E(t)$, $H(t)$ 为光波的电矢量和磁矢量, σ 表征了电磁波在晶体中的损耗, ϵ 为介电常数, μ_0 为晶体磁导率。

将物质方程组代入麦克斯韦方程组, 注意到晶体内自由电荷密度 $\rho = 0$ 。得

$$\nabla^2 E_0 - \frac{\epsilon}{c^2} \ddot{E}(t) = \sigma \mu_0 \dot{E}(t). \quad (4)$$

对于单色光, 令 $E(t) = E_0 \exp(j\omega t)$, (4) 式可改写为

$$\nabla^2 E_0 + K^2 E_0 = 0, \quad (5)$$

其中

$$K^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon - j\omega \mu_0 \sigma, \quad (6)$$

设

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon}, \quad \alpha = \frac{\mu_0 c \sigma}{2\sqrt{\epsilon}},$$

则

$$K^2 = \beta^2 - 2j\alpha\beta. \quad (7)$$

设两束平面单色波以相同的入射角 θ 对称入射。如图 2 所示, 偏振方向均垂直于入射面。电矢量表为

$$E(t) = R \exp(-jk_R \cdot r) + S \exp(-jk_S \cdot r), \quad (8)$$

其中, k_R, k_S 分别为参考光 R 和信号光 S 的波矢。 R 和 S 则分别为两波的振幅, 略去晶体内外的折射率差时, 晶体内形成的光栅矢量为

$$k = k_R - k_S,$$

其大小

$$k = \frac{2\pi}{\Lambda} = \frac{4\pi}{\lambda} \sin \theta. \quad (9)$$

在这光场作用下, 晶体内部:

$$\alpha = \alpha_0(1 + \delta_\alpha) + \alpha_1, \quad (10)$$

$$n = n_0(1 + \delta_n) + n_1, \quad (11)$$

其中 $\alpha_0(1 + \delta_\alpha)$ 和 $n_0(1 + \delta_n)$ 分别表示调制后的平均值, 而 α_1, n_1 为调制的振幅。将(10)、(11)式代入(7)式, 在 $n_1 \ll n_0, \alpha \ll \beta$ 和 $\delta_{\alpha, n} \ll 1$ 时, 可得

$$K^2 = \beta_0^2(1 + \delta_n) - 2j\beta_0\alpha_0(1 + \delta_\alpha) + 2\beta_0\Gamma, \quad (12)$$

其中

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda} n_1 - j\alpha_1. \quad (13)$$

将(8)、(12)代入亥姆霍茨方程(5), 略去二阶以上衍射项, 并注意到振幅 R 和 S 仅是 z 的慢变函数, 可推得

$$\left. \begin{aligned} \cos \theta \frac{\partial R}{\partial z} + \gamma R &= -j\Gamma_1 S, \\ \cos \theta \frac{\partial S}{\partial z} + \gamma S &= -j\Gamma_2 R, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

其中

$$\gamma = j\delta_n\beta_0 + \alpha_0(1 + \delta_\alpha), \quad (15)$$

而 Γ_1, Γ_2 是耦合系数 Γ 的两个分量

$$\Gamma_1 \exp[j(\mathbf{k}_S - \mathbf{k}_R) \cdot \mathbf{r}] + \Gamma_2 \exp[-j(\mathbf{k}_S - \mathbf{k}_R) \cdot \mathbf{r}] = \Gamma_0. \quad (16)$$

将 $\Delta\alpha = bI$ 代入(10)可得到

$$\alpha_0\delta_\alpha = b(RR^* + SS^*),$$

$$\alpha_1 = b[RS^* \exp(-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + R^*S \exp(j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})]. \quad (17)$$

另一方面由 $\Delta n = -\frac{1}{2} n_0^3 \gamma_{41} E_{sc}$, 而空间电荷场 E_{sc} 又可表为 $E_{sc} = |E_1| \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \Phi)$,

故有

$$\begin{cases} n_0\delta_n = 0, & (18) \\ n_1 = -\frac{1}{2} n_0^3 \gamma_{41} |E| \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \Phi). & (19) \end{cases}$$

依次代入(15)、(13)和(16), 得

$$\gamma = \alpha_0 + b(RR^* + SS^*), \quad (20)$$

$$\Gamma_1 = -\frac{\pi n_0^3 \gamma_{41}}{2\lambda} |E_1| \exp(-j\Phi) - jbRS^*, \quad (21)$$

$$\Gamma_2 = -\frac{\pi n_0^3 \gamma_{41}}{2\lambda} |E| \exp(j\Phi) - jbR^*S. \quad (22)$$

利用 Solymar^[18] 给出的忽略吸收时晶体内部空间电荷场 E_{sc} 的复振幅 E_1 随时间变化的方程, 考虑到吸收的影响, 对光振幅的归一化因子加以改变, 得到

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{E_1}{E_0} \right) + \Delta \left(\frac{E_1}{E_0} \right) = B \frac{R^*S}{RR^* + SS^*}, \quad (23)$$

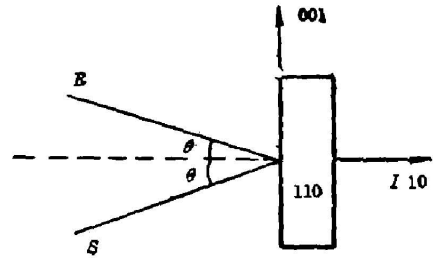


Fig. 2 Crystallographic orientation for two-wave interaction

式中

$$\begin{aligned} A &= (1 + E_T/E_q + jE_0/E_q)/D, \\ B &= (-E_0/E_q + jE_T/E_q)/D, \\ D &= 1 + E_T/E_M + jE_0/E_M, \end{aligned}$$

E_T 为等效扩散场, E_q 为最大空间电荷场, E_0 为外加电场, $E_M = (ku\tau_r)^{-1}$, u 为迁移率, τ_r 为载流子复合时间。

将(20)、(21)和(22)代入(14), 得

$$\begin{cases} \cos\theta \frac{\partial R}{\partial z} = -[\alpha_0 + b(RR^* + SS^*)]R - \left[j \frac{\pi n_0^3 \gamma_{41}}{2\lambda} |E_1| \exp(-j\Phi) + bRS^* \right] S, \\ \cos\theta \frac{\partial S}{\partial z} = -[\alpha_0 + b(RR^* + SS^*)]S + \left[j \frac{\pi n_0^3 \gamma_{41}}{2\lambda} |E_1| \exp(j\Phi) - bR^*S \right] R. \end{cases} \quad (24)$$

(23)与(24)联立, 即为描写 BSO 晶体中两波相互作用的非线性耦合波方程, 下面对方程作一些简单的讨论。

如果在(24)中令所有的吸收项为零, 并注意到 $E_1 = |E_1| \exp(j\Phi)$, 则(24)可简化为

$$\begin{cases} \frac{\partial R}{\partial z} = j \frac{\pi n_0^3 \gamma_{41} E_q}{2\lambda \cos\theta} \frac{E_1^*}{E_q} S, \\ \frac{\partial S}{\partial z} = j \frac{\pi n_0^3 \gamma_{41} E_q}{2\lambda \cos\theta} \frac{E_1}{E_q} R, \end{cases} \quad (25)$$

其中, $\pi n_0^3 \gamma_{41} E_q / 2\lambda \cos\theta$ 即等效于 Solymar 和 Heaton 方程中的 $\Gamma^{(3)}$, 因此可以认为 Solymar 的方程是这里的非线性耦合波方程在不考虑吸收时的简化。

在(23)中, 如果满足 $R \gg S$, 则可认为 $R^*S / (RR^* + SS^*)$ 是 t_Y 的慢变函数。在 t_Y 不大时, 忽略这一项的变化, E_1 可解出为:

$$E_1 = \frac{B}{A} E_q [1 - \exp(-At_Y)] \frac{R^*S}{RR^* + SS^*}, \quad (26)$$

令

$$\begin{aligned} \frac{B}{A} &= \left| \frac{B}{A} \exp(j\psi_1) \right|, \\ 1 - \exp(-At_Y) &= |1 - \exp(-At_Y)| \exp(j\psi_2), \\ \frac{R^*S}{RR^* + SS^*} &= \frac{|RS|}{RR^* + SS^*} \exp(j\psi_3), \end{aligned}$$

则有

$$\begin{aligned} |E_1| &= \frac{B}{A} E_q [1 - \exp(-At_Y)] \frac{|RS|}{RR^* + SS^*}, \\ \Phi &= \psi_1 + \psi_2 + \psi_3, \end{aligned}$$

$\Phi \neq \psi_3$ 表示空间电荷场 E_{sc} 与光强条纹之间存在一个空间相移 Φ_0 , 显然, $\Phi_0 = \psi_1 + \psi_2$ 。

当 $E_0 = 0$ 时, 方程可以进一步简化为实数方程。

$$\begin{cases} \cos\theta \frac{\partial R}{\partial z} = -[\alpha_0 + b(R^2 + S^2)]R - \frac{\pi n_0^3 \gamma_{41}}{2\lambda} \left| \frac{B}{A} E_q [1 - \exp(-At_Y)] \right. \\ \quad \left. \times \frac{S^2}{R^2 + S^2} R - bS^2 R, \right. \\ \cos\theta \frac{\partial S}{\partial z} = -[\alpha_0 + b(R^2 + S^2)]S - \frac{\pi n_0^3 \gamma_{41}}{2\lambda} \left| \frac{B}{A} E_q [1 - \exp(-At_Y)] \right. \\ \quad \left. \times \frac{R^2}{R^2 + S^2} S - bR^2 S. \right. \end{cases} \quad (27)$$

结果表明, 在两波耦合下, 两个方程右边最后一项分别表示 R 光多了一项衰减项, 而 S

光多了一项增益项。可以粗略地认为,在不考虑外电场的影响时,单位厚度内由于能量转移而引起的光增益为

$$\Delta S = \frac{\pi n_0^2 \gamma_{41}}{2\lambda \cos \theta} \left| \frac{B}{A} \right| E_0 [1 - \exp(-\Delta t_N)] \frac{R^2}{R^2 + S^2} S_0$$

上式表明,能量转移的大小与入射角 θ , 光强 I_R 、 I_S 以及晶体的性质 (γ_{41} , n_0) 有关。因子 $[1 - \exp(-\Delta t_N)]$ 的存在,表明能量转移有一个过渡过程。

三、等效光强增益的计算

定义参考光存在与否时的透射光强比 $\gamma_0 = \frac{I_S(I_R \neq 0)}{I_S(I_R = 0)}$ 为等效光强增益。下面,我们利用上节推导的非线性耦合波方程来计算稳态时的 γ_0 。计算的基本思想是根据初始时的 R 、 S 代入(23)求出 Δt_N 时的 E_1 , 将求出的 E_1 代入(24)求出 R 、 S 的分布,然后再将结果代入(23),求出 $2\Delta t_N$ 时的 E_1 。反复迭代求出 $t_N \rightarrow \infty$ 时,在 $z=d$ 处的 R 、 S 的值。为了保证计算的精度,我们采用标准阶 Runge-Kutta 方法,利用计算机进行求解。适当选取步长 Δt_N 和 Δz ,可以使 γ_0 的精度足够高。

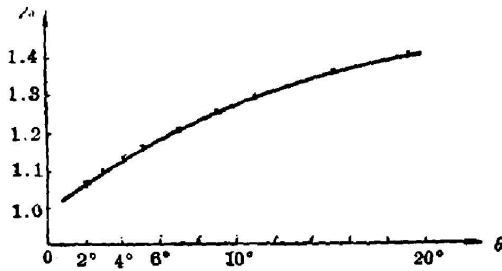


Fig. 3 θ angle dependence of effective intensity gain γ_0 ($R=1.70 \text{ W}^{1/2} \text{ m}^{-1}$, $S=0.539 \text{ W}^{1/2} \text{ m}^{-1}$)

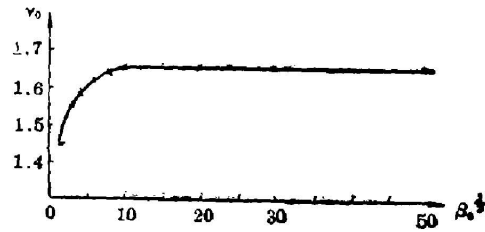


Fig. 4 Intensity ratio β_0 dependence of γ_0 ($I_0=100 \text{ W/m}^2$, $\theta=9^\circ$)

方程组中的参数选择如下,光波长 $\lambda=488 \text{ nm}$, $T=300 \text{ K}$, 晶体陷获中心浓度 $N_A=10^{16} \text{ cm}^{-3}$, 静态介电常数 $\epsilon=50$, 电光系数 $\gamma_{41}=5 \times 10^{-12} \text{ m/V}$ ^[14], 折射率 $n=2.55$, $b=2 \times 10^{-4} \text{ m W}^{-1}$ 。

先对已知的实验结论进行计算, Gunter^[14] 的测量条件为 $I_R=16 \text{ mW/cm}^2$, $\Delta=1.1 \mu\text{m}$, $E_0=0$, 光强比 $\beta=125$, $d=10 \text{ mm}$ 。实验结果为 $\gamma_0=1.3$, 这条件相当于 $E_0=6.33 \times 10^5 \text{ V/m}$, $E_T=1.5 \times 10^5 \text{ V/m}$, $R_0=12.6 \text{ W}^{1/2} \cdot \text{m}^{-1}$, $S_0=1.13 \text{ W}^{1/2} \text{ m}^{-1}$ 。代入方程组计算得 $\gamma_0=1.51$, 而同样的条件代入 Gunter^[14] 的理论公式中得 $\gamma_0=3.65$ 。结果表明我们的计算更接近实验结果。

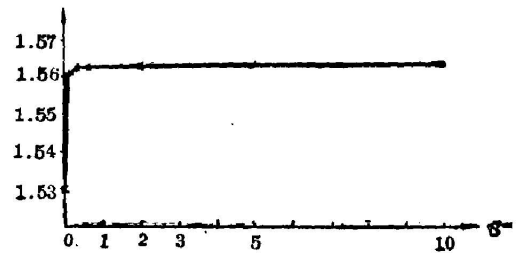


Fig. 5 Signal beam amplitude S dependence of γ_0 . ($\beta=100$)

下面我们计算 γ_0 对于 θ , E_0 , B_0 和 I_s 的依赖关系, 计算结果分别表示在图 3~图 5 中。从图 3 可看出, γ_0 随着 θ 的增加而上升, 且无明显的饱和现象。图 4 表明 γ_0 随着 β_0 发生变化, 当 $\beta_0 < 100$ 时, γ_0 随 β_0 上升较明显, 当 $\beta_0 > 100$ 时, γ_0 基本趋于饱和。图 5 则表明在实验可获得的光强范围内, γ_0 几乎与光强的大小无关, 仅与光强比有关, 只有当光强很大时, γ_0 才会变小。

四、实 验

实验装置如图 6 所示, 氩激光器 1 发出的激光经由调制器 2、格兰棱镜 3 及反馈电路 5 所构成的功率稳定单元后, 光强波动可控制在 1% 量级。调整望远镜 12 使激光发散角控制在 0.1 毫弧度以内。10×10×10 mm³ 的 BSO 晶体放置在偏光显微镜的转台上, 其取向由图 2 所示。实验测定了 γ_0 对于总光强, 光强比以及光束夹角的依赖关系, 测量结果列在图 7~图 9 中。图中的实线分别是相应实验条件下的理论值。

结果表明: 实验与理论所揭示的规律是一致的, 但 γ_0 的实验值都小于理论值。其原因是多方面的, 样品光学质量的均匀性, 材料旋光性引起的光束偏振态的改变等都会引起 γ_0 的下降。此外, 当 θ 角较大时, 由于晶体有限的横向线度使光束相交叠的区域减小, 从而造成在 $\theta = 15.5^\circ$ 时 γ_0 测量值的严重偏小。

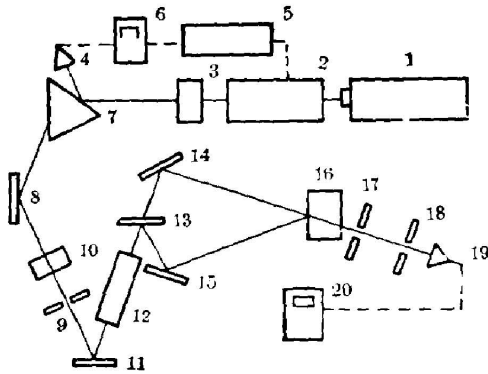


Fig. 6 Experimental setup for measurement of effective intensity gain γ_0

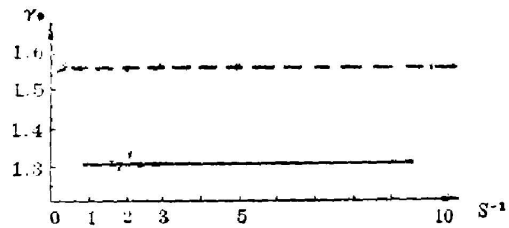


Fig. 7 γ_0 as a function of signal beam amplitude S ($\beta_0 \approx 10$)
Solid line: experimental, dashed line: theoretical

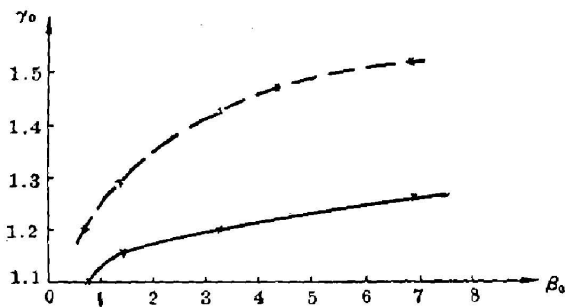


Fig. 8 γ_0 as a function of intensity ratio β_0 ($S=0.539$)
Solid line: experimental, dashed line: theoretical

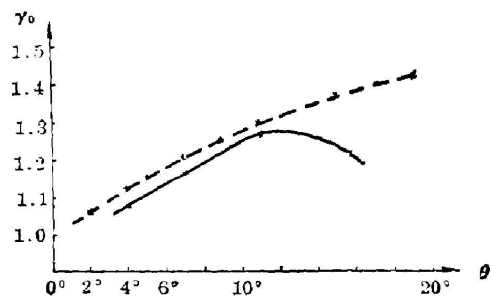


Fig. 9 γ_0 as a function of angle θ Solid line experimental dashed line: theoretical

参 考 文 献

- [1] A. Ashkin *et al.*; *Appl. Phys. Lett.*, 1966, **9**, No. 1 (Jul), 72~74.
- [2] P. Gunter *et al.*; *Ferroelectrics*, 1978, **18**, (Apr), 27~38.
- [3] R. L. Townsend *et al.*; *J. Appl. Phys.*, 1970, **41**, No. 13 (Dec), 5188~5192.
- [4] J. P. Huignard *et al.*; *Appl. Opt.*, 1976, **29**, No. 9 (Sep), 591~593.
- [5] C. Warde *et al.*; *Appl. Opt.*, 1981, **20**, No. 12 (Jun), 2066~2074.
- [6] D. M. Pepper; *Opt. Eng.*, 1982, **21**, No. 2 (Mar-Apr), 156~183.
- [7] A. Yariv and D. M. Pepper; *Opt. Lett.*, 1977, **1**, No. 1 (Jan), 16~18.
- [8] H. Rajbenbach and J. P. Huignard; *Opt. Lett.*, 1985, **10**, No. 3 (Mar), 137~139.
- [9] H. Kogelnik; *Bell System Tech. J.*, 1969, **48**, No. 9 (Nov), 2909~2947.
- [10] D. Steatler *et al.*; *J. Appl. Phys.*, 1972, **43**, No. 3 (Mar), 1042~1049.
- [11] Y. Ninomiya; *J. Opt. Soc. Am.*, 1973, **63**, No. 9 (Sep), 1124~1130.
- [12] N. V. Kukhtarev *et al.*; *Ferroelectrics*, 1979, **22**, No. 3~4, 949~960.
- [13] J. M. Heaton and L. Solymar; *Optica Acta*, 1985, **32**, No. 4 (Apr), 397~403.
- [14] P. Gunter; *Phys. Rep.*, 1982, **93**, No. 4, 201~299.
- [15] M. Peltier *et al.*; *J. Appl. Phys.*, 1977, **48**, No. 9 (Sep), 3683~3690.

Two-wave interaction BSO crystals

YAN YUAN, WU WEISHU, CHEN YINGLI

HE CONGPAN

(Department of Applied Physics, Shanghai Jiaotong University) (Shanghai Institute of Ceramics, Academia Sinica)

(Received 11 April 1986)

Abstract

Starting from the mechanism of intensity-dependent absorption found experimentally in BSO crystals, we derived the nonlinear coupled-wave equations, taking the interaction between self-diffraction and recording of grating into account. They are used for describing the two-wave interaction in BSO crystals. With the model for dynamic interaction, a method of numerical solution was put forward. The calculated results accounted successfully for the disagreement between previous theories and experiments. Under various physical conditions, the characteristics of the two-wave interaction were calculated. They were born out by experiments.