

转置光轴渥拉斯顿棱镜及其 在多重成像技术中的应用*

边少平 许克彬 洪 晶
(哈尔滨工业大学应用物理系)

提 要

本文提出了转置光轴渥拉斯顿棱镜的设计原理及特性, 将它与通常的渥拉斯顿棱镜级联进行了多重成像实验, 获得了较好的结果。

一、引 言

在利用级联渥拉斯顿棱镜实现多重成像的技术中, 如果只依靠调整相邻渥拉斯顿棱镜之间的取向保证多重像的光强分布均匀, 则渥拉斯顿棱镜只能按图 1(a)的方式级联, 此时多重像的阵列形状只能是底角为 45° 的平行四边形^[1~2]。这种形状的象阵列对于目前广泛用于制造集成电路或其它微电子器件的圆形硅片是不方便的和不经济的。按图 1(b)所示的级联方式在相邻渥拉斯顿棱镜之间放置波片(图 1(b)中, 1, 3, 5, ……是渥拉斯顿棱镜; 2, 4, 6, ……是波片。 $\lambda/4$ 或 $\lambda/2$ 波片均可)的方法虽然能得到光强分布均匀的矩形象阵列, 但加入波片也随之带来一些严重问题, 如增加了多次反射形成的噪声, 降低了透过率, 结构复杂增加了级联棱镜系统的粘接工艺难度等等。例如, 对于可成 8×8 个像的 6 个渥拉斯顿棱

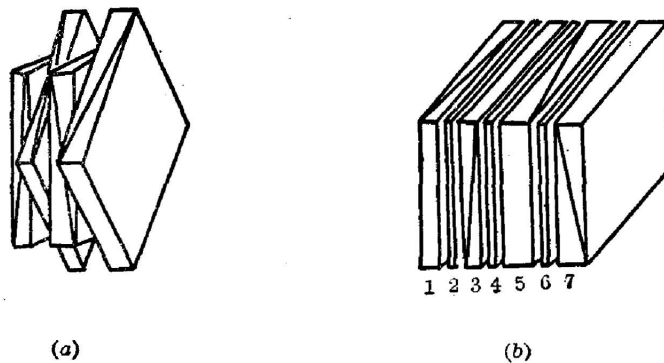


Fig. 1 Cascaded Wollaston prism
(a) without wave plates; (b) with wave plates

收稿日期: 1986年2月5日; 收到修改稿日期: 1986年4月9日

* 本文曾在中国光学学会 1985年年会上宣读。

镜级联系统,要得到距形象阵列,需要加 5 个波片。这么多的波片所带来的一系列问题将是很严重的。

作者提出了一种新的转置光轴渥拉斯顿棱镜方案,将它和通常的渥拉斯顿棱镜组成级联系统用于多重成像,可省去以往技术中所有的波片。这种级联系统结构简单,透过率较高,减少了反射形成的噪声和系统的粘接工艺难度。文中将阐述此种棱镜系统的设计及其特性,并给出用于多重成像的实验结果。

二、设计原理及其特性

在图 2 中 a 是渥拉斯顿棱镜。当光束沿 z 轴方向入射时,从它出射的 o 光, e 光是在 y_1O_1z 平面中分开的。两光束的偏振方向分别沿着构成棱镜的两个直角棱镜晶体光轴方向,即 x_1, y_1 方向。为了使每个光束在双折射棱镜 b 中产生振幅相等的 o 光、 e 光,在制造双折射棱镜 b 时,使组成它的两个直角棱镜的晶体光轴方向与渥拉斯顿棱镜 a 的相应光轴方向分别成 45° 角,如图 2 所示。从棱镜 b 出射的 o, e 光近似在 $x_2O_2z_2$ 平面中分开。两光束的偏振方向分别在它的两个直角棱镜的晶体光轴方向,即 x_2, y_2 方向。我们称双折射棱镜 b 为转置光轴渥拉斯顿棱镜。

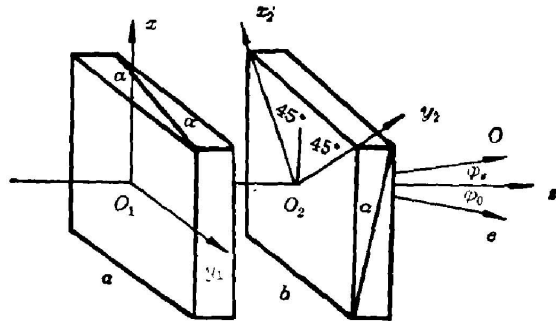


Fig. 2 Cascade of a Wollaston prism and a Wollaston prism with rotated optical axis

如果将图 2 所示的级联棱镜放置在双透镜成像系统的平行光路中,在像面上即可得到光强分布均匀的矩形阵列多重像。

一个光束沿 z 轴(见图 2)射入棱镜 b 的第一直角棱镜时分解为偏振方向分别垂直光轴和沿光轴方向的 o, e 光。传播方向不变。折射率分别是构成棱镜的单轴晶体的两个主折射率 n_o, n_{e0} 。当这两光束进入第二直角棱镜中,就分别成为其中的 e, o 光,折射率分别为 n'_e, n_o 。当第二直角棱镜中 e 光波法线与 z 轴夹角 θ 较小时可求得 n'_e (详见下面)为

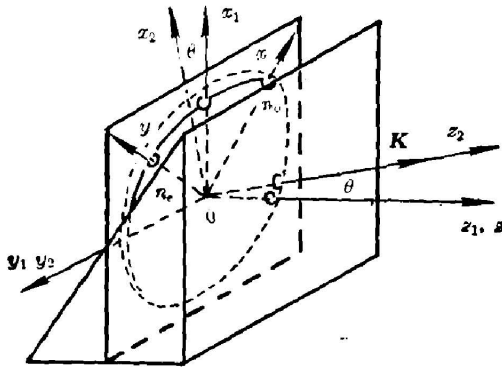


Fig. 3 The second right angle prism of Wollaston prism with rotated optical axis

$$n'_e = n_o \left[1 - \left(\frac{n_{e0}^2}{n_o^2} - 1 \right) \frac{\theta^2}{4} \right], \quad (1)$$

如果 θ^2 项可忽略,就有 $n'_e = n_{e0}$ 。

1. 第二直角棱镜中 e 光的折射率

转置光轴渥拉斯顿棱镜的第二直角棱镜及其晶体折射率椭球如图 3 所示。其中 y 轴是晶体光轴方向。 e 光在射入该棱镜之前在 $x_1O_2z_1$ 平面内沿 z_1 轴传播且偏振方向在 y 方向。进入第二直角棱镜时 e 光发生折射,其波法线 K 与 z_1 轴夹角为 θ 。以 K 为法线且过 O 点

的平面与晶体折射率椭球相交截得一椭圆。它的一个半轴的大小就是 e 的折射率。

晶体折射率椭球方程为

$$\frac{x^2 + y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_e^2} = 1. \quad (2)$$

xyz 坐标系与 $x_1y_1z_1$ 坐标系之间的变换关系按图 3 有

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}}(x_1 - y_1), \quad y = \frac{1}{\sqrt{2}}(x_1 + y_1), \quad z = z_1. \quad (3)$$

图 3 中, $x_2y_2z_2$ 坐标系是由 $x_1y_1z_1$ 坐标系统 y_1 轴转动角度 θ 而得, 所以变换关系为

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x_2 \cos \theta + z_2 \sin \theta, \\ y_1 &= y_2, \\ z_1 &= -x_2 \sin \theta + z_2 \cos \theta. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

将此两变换关系代入(2)式并令 $z_2 = 0$ 就得到在 $x_2y_2z_2$ 坐标系中折射率椭球被 x_2Oy_2 平面所截得的椭圆方程为

$$\left. \begin{aligned} Ax_2^2 + Bx_2y_2 + Cy_2^2 - F &= 0, \\ A &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_o^2} + \frac{1}{n_e^2} \right) \cos^2 \theta - \frac{\sin^2 \theta}{n_o^2}, \\ B &= \left(\frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n_o^2} \right) \cos \theta, \\ C &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_o^2} + \frac{1}{n_e^2} \right), \\ F &= -1. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

如果将 x_2Oy_2 坐标系在其面内转动角度 β , 使它满足

$$\operatorname{tg} 2\beta = \frac{B}{A-C} = -\frac{2 \cos \theta}{\sin^2 \theta}, \quad (6)$$

就可消去交叉项 x_2y_2 。设新坐标系为 x_3Oy_3 , 则有

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= x_3 \cos \beta - y_3 \sin \beta, \\ y_2 &= x_3 \sin \beta + y_3 \cos \beta. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

将这个变换关系代入(5)式得

$$\left. \begin{aligned} \frac{x_3^2}{n_1^2} + \frac{y_3^2}{n_2^2} &= 1, \\ \frac{1}{n_1^2} &= \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_o^2} + \frac{1}{n_e^2} \right) \cos^2 \theta + \frac{\sin^2 \theta}{n_o^2} \right] \cos^2 \beta + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_o^2} + \frac{1}{n_e^2} \right) \sin^2 \beta \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n_o^2} \right) \cos \theta \sin 2\beta, \\ \frac{1}{n_2^2} &= \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_o^2} + \frac{1}{n_e^2} \right) \cos^2 \theta + \frac{\sin^2 \theta}{n_o^2} \right] \sin^2 \beta + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_o^2} + \frac{1}{n_e^2} \right) \cos^2 \beta \\ &\quad - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n_o^2} \right) \cos \theta \sin 2\beta, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中 θ 角与棱镜的楔角 α 、晶体光轴方向以及光线入射角有关, 在多重成像应用中, 棱镜楔角 α 及光线入射角都较小, 一般说来 θ 也较小, 此时(6)式简化为 $\operatorname{tg} 2\beta \approx 1 - (2/\theta^2)$, 所以 β 接近 $(-\pi/4)$ 。由此可求得

$$\cos 2\beta = \frac{\theta^2}{2}, \quad \sin 2\beta = -1, \quad \sin^2 \beta = \frac{1}{2} - \frac{\theta^2}{4}, \quad \cos^2 \beta = \frac{1}{2} + \frac{\theta^2}{4}. \quad (9)$$

因第二直角棱镜中的 e 光在进入该棱镜之前在 y 方向偏振, 根据以上的一系列变换, 可知棱镜中 e 光沿光轴方向偏振。所以 e 光的折射率 n'_e 就是 (8) 式中的 n_2 。将 (9) 式的结果代入 (8) 式, 当仅保留到 θ^2 项时可求得

$$n'_e = n_o \left[1 - \left(\frac{n_o^2}{n_e^2} - 1 \right) \frac{\theta^2}{4} \right]. \quad (10)$$

2. 第二直角棱镜中 e 光波射线的方向

第二直角棱镜中, e 光的波射线 ρ 与波法线 K 不重合, 其夹角就是晶体中 o 、 e 光的夹角或称离散角。 e 光波射线 ρ 偏离 x_1Oz_1 平面, 如图 3 所示, 偏离的大小计算如下:

按图 3, e 光波法线的单位矢量 K 在 x , y , z 三个方向的分量分别为

$$\left. \begin{aligned} K_x &= \sin \theta \cos 45^\circ = \frac{\sin \theta}{\sqrt{2}}, \\ K_y &= \sin \theta \sin 45^\circ = \frac{\sin \theta}{\sqrt{2}}, \\ K_z &= \cos \theta. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

将 (2) 式改为

$$F(x, y, z) = \frac{x^2 + z^2}{n_o^2} + \frac{y^2}{n_e^2} - 1 = 0. \quad (12)$$

该椭球在点 $M(x, y, z)$ 处的切面的一个法线矢量的三个分量分别为

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{2x}{n_o^2}, \quad \frac{\partial F}{\partial y} = \frac{2y}{n_e^2}, \quad \frac{\partial F}{\partial z} = \frac{2z}{n_o^2}, \quad (13)$$

其长度为

$$l = \left[\left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (14)$$

其方向余弦分别等于

$$\frac{(\partial F / \partial x)}{l} = K_x, \quad \frac{(\partial F / \partial y)}{l} = K_y, \quad \frac{(\partial F / \partial z)}{l} = K_z. \quad (15)$$

这就是以 K 为法线的平面与折射率椭球相切点坐标所满足的方程。由 (11)、(13)、(15) 式可求得

$$\frac{y}{x} = \left(\frac{n_o}{n_e} \right)^2. \quad (16)$$

e 光波射线 ρ 是过 O 点及 $M(x, y, z)$ 点 (M 点坐标满足 (15) 式) 的直线。在图 4 中选一个与 xOy 平面垂直的平面 M 。第二直角棱镜中的 e 光波射线 ρ 在平面 M 中。该平面与 xOz 面的夹角在 xOy 平面上的投影为

$$\gamma_1 = \arctg(y/x) = \arctg(n_o/n_e)^2, \quad (17)$$

$$\gamma_2 = 45^\circ - \gamma_1 = 45^\circ - \arctg(n_o/n_e)^2 \text{ 或 } \gamma_2 = \arctg\left(\frac{n_e^2 - n_o^2}{n_e^2 + n_o^2}\right). \quad (18)$$

当 e 光从棱镜出射后, 其波射线 ρ 与波法线 K 又重合, 但它们位于和 x_1Oz_1 平面平行的另一平面 N 中, 如图 4 所示。显然平面 M 与平面 N 的夹角为 γ_2 。 PQR 是两平面的交线, Q 是光线从棱镜出射点。 φ_0 是 e 光出射角。

如果转置光轴渥拉斯顿棱镜的 o 、 e 光分别以其第一直角棱镜中的相应光线命名, 则在

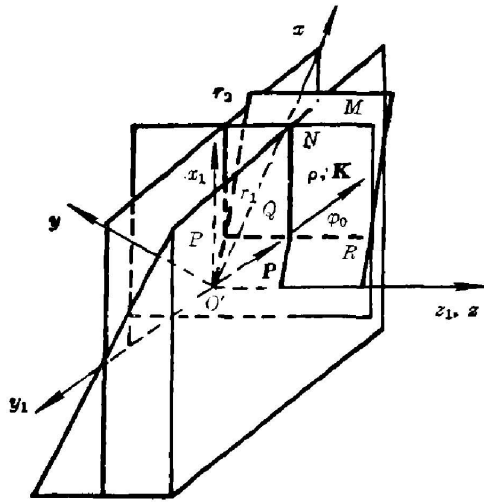


图 4 中出射的 e 光(也就是第二直角棱镜中的 o 光)与入射光线都在同一平面即 x_1Oz_1 平面中; 而 o 光(也就是第二直角棱镜中的 e 光)位于和 x_1Oz_1 平面平行的另一平面 N 中。

由于 n_o, n_e 相差很小, γ_2 近似为 0° , 在多重成像应用中, o, e 光分开的角度很小, 所以可近似认为 o, e 光都在 x_1Oz_1 平面中分开。

当光线以较小角度 i 在 x_1Oz_1 平面内射入转置光轴渥拉斯顿棱镜时, 根据折射定律可以证明出射的 o, e 光方向分别为

$$\varphi_o(i) = \arcsin [(n_o - n_e) \operatorname{tg} \alpha + \sin i], \quad (19)$$

$$\varphi_e(i) = \arcsin [(n_e - n_o) \operatorname{tg} \alpha + \sin i]. \quad (20)$$

当 i 很小时, 上两式简化为

$$\varphi_o(i) = (n_o - n_e) \operatorname{tg} \alpha + i, \quad (21)$$

$$\varphi_e(i) = (n_e - n_o) \operatorname{tg} \alpha + i. \quad (22)$$

o 光和 e 光的夹角为

$$\varphi = \varphi_o(i) - \varphi_e(i) = 2(n_o - n_e) \operatorname{tg} \alpha. \quad (23)$$

公式(19)~(23)与渥拉斯顿棱镜的相应结果一样。

三、实验结果与讨论

按上面的分析及讨论可知, 转置光轴渥拉斯顿棱镜的设计参数楔角 α 与渥拉斯顿棱镜的相应参数是相同的。按文献[2]中光束的排列方式可证明各级(级次为 K)棱镜(渥拉斯顿棱镜和转置光轴渥拉斯顿棱镜)的楔角 α_K 及相应的 o, e 光夹角 φ_K 满足以下的递推关系:

$$\operatorname{tg} \alpha_{K+1} = 2 \operatorname{tg} \alpha_K, \quad (24)$$

$$\varphi_{K+1} = 2 \varphi_K. \quad (25)$$

实验装置原理图如图 5 所示。氦氖激光器为光源($\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$)。成像系统的透镜(L_1, L_2)采用焦距为 $f = 210 \text{ mm}$ 的照像物镜。 P_1, P_2 分别是输入、输出平面。 W 是棱镜组, 其中 1, 3, 5... 是渥拉斯顿棱镜, 2, 4, 6... 是转置光轴渥拉斯顿棱镜。图 5 中只画了 4 个棱镜。棱镜由铌酸锂晶体制成。 T 是旋转的毛玻璃, 用来降低系统的相干噪声。

在实验中, 采用 6 个棱镜得到的单个物最大尺寸为 0.7 mm 和最细线条为 $0.7 \mu\text{m}$ 的 8×8 个像, 示于图 6, 其像间隔都是 1 mm 。若采用楔角较大的棱镜组, 可适用较大尺寸的物。图 7 是采用 4 个棱镜得到的单个物最大尺寸为 1.63 mm 的 4×4 个像。作为对比, 文献[2]中级联渥拉斯顿棱镜多重成像的实验结果如图 8 所示。以上照片都经放大了 13 倍。

从实验结果可看到, 多重像光强分布均匀, 像分辨清晰。 $7.3 \mu\text{m}$ 的线条仍很清晰, 这已

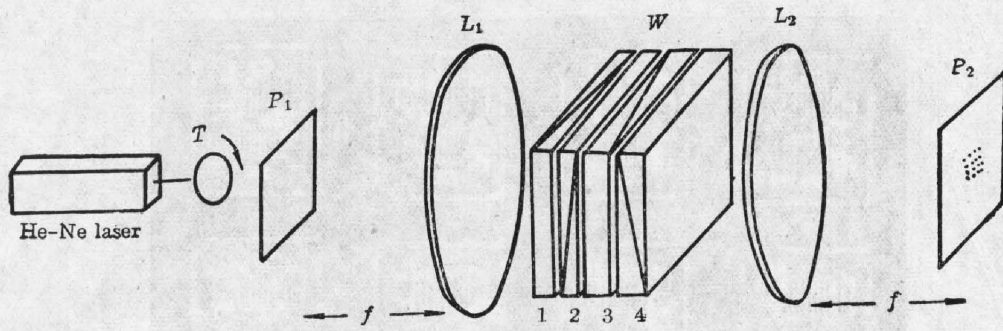


Fig. 5 Schematic diagram of experimental setup

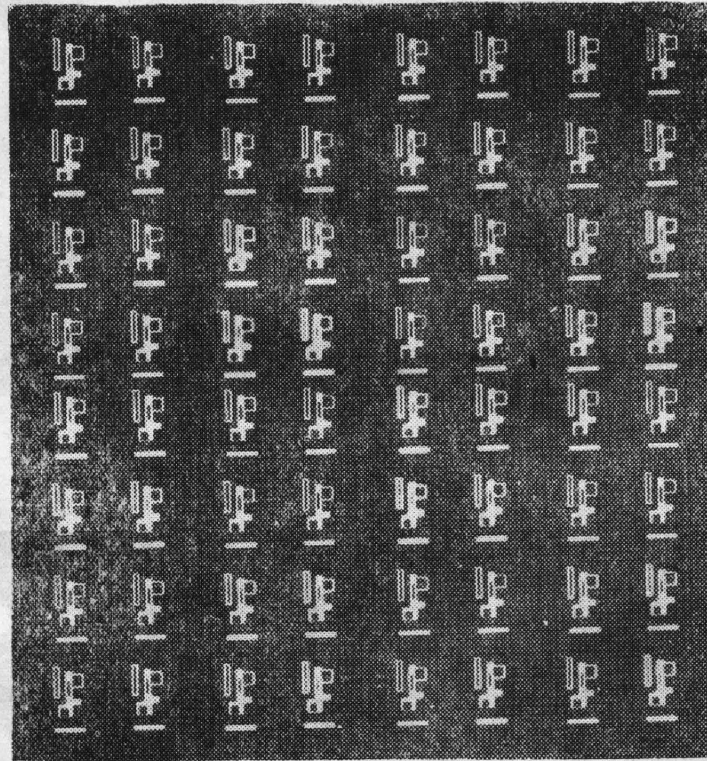


Fig. 6 3×8 images (13×)
(object of 0.7 mm max dimension)

接近本实验中所采用的光学系统的衍射分辨极限。影响像质量的因素有几个。如果构成棱镜的晶体材料存在杂质等缺陷或者折射率分布不均匀或者晶体的单畴化不完全等都将影响像质量。棱镜的平面度加工精度也会影响像质量。实验中观察到像面上出现噪声，这主要是由于光束在棱镜之间的多次反射以及晶体的散射等因素造成的。将级联棱镜粘接成一整体器件将有助于降低噪声。

棱镜出射 o 、 e 光的角放大率为

$$M_{\pm}(i) = \frac{d\varphi_{o,e}(i)}{di} = \frac{\cos i}{\sqrt{1 - [\pm(n_o - n_e) \operatorname{tg} \alpha + \sin i]^2}}$$

所以一般说来在图 5 的光学系统中可引进畸变,其大小主要取决于视场的大小。

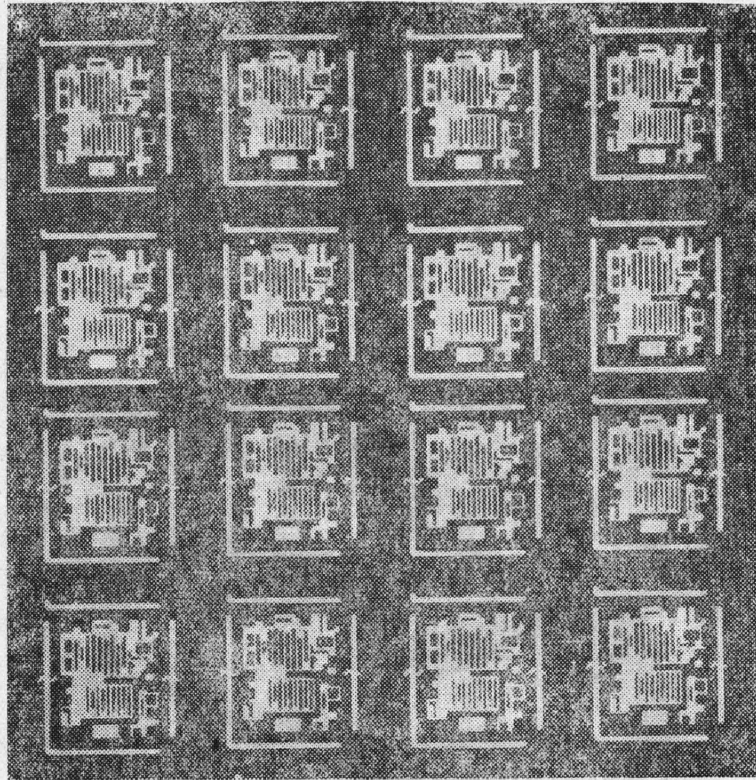


Fig. 7 4×4 images ($13 \times$)
(object of 1.63 mm max dimension)

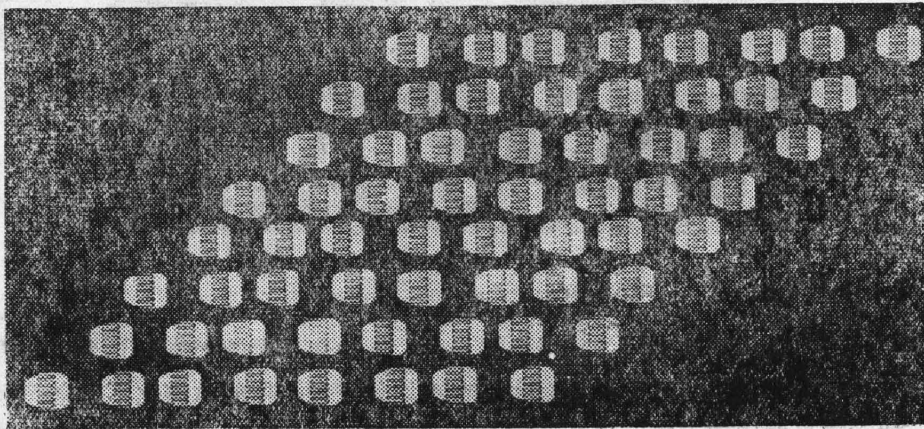


Fig. 8 Multiple images with cascade Wollaston prism

如果采用相对孔径较大的棱镜和利用较短波长的光源如紫外光照明可进一步提高分辨率。这对于大规模或超大规模集成电路的制造显然具有很好的应用前景。

徐玉恒、万立德、王秀珍和关键民等同志在提供铯酸锂晶体和制做棱镜过程中给予了很大帮助,作者表示衷心感谢。

参 考 文 献

- [1] W. J. Tabor; *Appl. Opt.*, 1967, 6, No. 7 (Jul), 1275.
[2] 边少平、许克彬、洪晶;《哈尔滨工业大学学报》, 1985 年增刊(物理专辑), (Jun), 54.

Wollaston prism with rotated optical axis and its application in multiple imaging technique

BIAN SHAOPING, XU KEBIN AND HONG JING

(*Department of Applied Physics, Harbin Institute of Technology*)

(Received 5 February 1986; revised 9 April 1986)

Abstract

The design principle of the Wollaston prism with rotated optical axis is presented. By cascading the above mentioned prisms with the conventional Wollaston prisms in an alternate way the multiple imaging operation can be carried out. The experiments are in good agreement with theory.