

非均匀增宽介质中的三模激光运转

李孝申 朱诗尧
(南京大学物理系) (上海交通大学应用物理系)

提 要

本文把 Lamb 的激光量子理论推广应用用于处理固体非均匀增宽介质中的四能级三模激光运转。由此得到并讨论了主方程、运转性质及线宽, 定性地解释了实验结果并研究了非均匀增宽效应的影响。

一、引 言

关于均匀增宽介质中的多能级多模激光量子理论的研究, 近几年来已有不少的文献报道^[1~4]。然而, 对于实际的固体激光器来说, 其介质是非均匀增宽的。这是因为晶体中存在着杂质、缺陷及形变等, 造成每个晶格周围的情形都不尽相同, 因而导致了跃迁频率的增宽。本文推广 Lamb 量子理论^[5], 导出在上述非均匀增宽介质中三模激光运转的主方程, 并就运转情况讨论了非均匀增宽效应的影响, 定性地解释了 Otsuka^[6] 的实验结果, 最后还预言了三模运转下的线宽。

二、主 方 程

这里采用的原子模型为共上能级的四能级模型^[4, 6]。共上能级 $|a\rangle$ 与下能级 $|b_i\rangle$ ($i=1, 2, 3$) 之间的跃迁仅与模 i 场相联系^[4], 同时假定各能级有相同的衰变率 γ ^[2~4]。由于非均匀增宽效应, 原子跃迁与场模之间将产生失谐。考虑三跃迁具有相同的失谐量 Δ ^[7], 该失谐量将服从高斯分布^[7]

$$D(\Delta) = (\delta\omega\sqrt{\pi})^{-1} \exp[-(\Delta/\delta\omega)^2], \quad (1)$$

式中 $\delta\omega$ 为原子共振频率的分布宽度^[7]。

此时, 原子-场系统的相互作用能为

$$V = \hbar \sum_{i=1}^3 g_i a_i A_i^\dagger A_{b_i} \exp(-i\Delta t) + H.C., \quad (2)$$

上式中采用了与文献[4]完全相同的符号。

考虑到在实际介质中非均匀增宽效应往往很强, 有 $\delta\omega \gg \gamma$, 因而运用(1)和(2)式并按文献[4, 7]的步骤便可求得在非均匀增宽介质中的三模激光运转的主方程为

$$\begin{aligned}
\dot{P}(n_1, n_2, n_3) = & -A_1(n_1+1)F(n_1, n_2, n_3)P(n_1, n_2, n_3) \\
& -A_2(n_2+1)F(n_1, n_2, n_3)P(n_1, n_2, n_3) \\
& -A_3(n_3+1)F(n_1, n_2, n_3)P(n_1, n_2, n_3) \\
& +A_1n_1F(n_1-1, n_2, n_3)P(n_1-1, n_2, n_3) \\
& +A_2n_2F(n_1, n_2-1, n_3)P(n_1, n_2-1, n_3) \\
& +A_3n_3F(n_1, n_2, n_3-1)P(n_1, n_2, n_3-1) \\
& +C_1(n_1+1)P(n_1+1, n_2, n_3) + C_2(n_2+1)P(n_1, n_2+1, n_3) \\
& +C_3(n_3+1)P(n_1, n_2, n_3+1) - C_1n_1P(n_1, n_2, n_3) \\
& -C_2n_2P(n_1, n_2, n_3) - C_3n_3P(n_1, n_2, n_3) \\
& +A'_1(n_1+1)F(n_1, n_2, n_3)P(n_1+1, n_2, n_3) \\
& -A'_1n_1F(n_1-1, n_2, n_3)P(n_1, n_2, n_3) \\
& +\frac{3}{4}A'_1(n_1+1)(B_2/A_2)n_2\left[\frac{1}{3}+F(n_1, n_2-1, n_3)\right] \\
& \times G(n_1, n_2-1, n_3)P(n_1+1, n_2-1, n_3) \\
& +\frac{3}{4}A'_1(n_1+1)(B_3/A_3)n_3\left[\frac{1}{3}+F(n_1, n_2, n_3-1)\right] \\
& \times G(n_1, n_2, n_3-1)P(n_1+1, n_2, n_3-1) \\
& -\frac{3}{4}A'_1n_1(B_2/A_2)(n_2+1)\left[\frac{1}{3}+F(n_1-1, n_2, n_3)\right] \\
& \times G(n_1-1, n_2, n_3)P(n_1, n_2, n_3) \\
& -\frac{3}{4}A'_1n_1(B_3/A_3)(n_3+1)\left[\frac{1}{3}+F(n_1-1, n_2, n_3)\right] \\
& \times G(n_1-1, n_2, n_3)P(n_1, n_2, n_3) \\
& +A'_2(n_2+1)F(n_1, n_2, n_3)P(n_1, n_2+1, n_3) \\
& -A'_2n_2F(n_1, n_2-1, n_3)P(n_1, n_2, n_3) \\
& +\frac{3}{4}A'_2(n_2+1)(B_1/A_1)n_1\left[\frac{1}{3}+F(n_1-1, n_2, n_3)\right] \\
& \times G(n_1-1, n_2, n_3)P(n_1-1, n_2+1, n_3) \\
& +\frac{3}{4}A'_2(n_2+1)(B_3/A_3)n_3\left[\frac{1}{3}+F(n_1, n_2, n_3-1)\right] \\
& \times G(n_1, n_2, n_3-1)P(n_1, n_2+1, n_3-1) \\
& -\frac{3}{4}A'_2n_2(B_1/A_1)(n_1+1)\left[\frac{1}{3}+F(n_1, n_2-1, n_3)\right] \\
& \times G(n_1, n_3-1, n_3)P(n_1, n_2, n_3) \\
& -\frac{3}{4}A'_2n_2(B_3/A_3)(n_3+1)\left[\frac{1}{3}+F(n_1, n_2-1, n_3)\right] \\
& \times G(n_1, n_2-1, n_3)P(n_1, n_2, n_3) \\
& +A'_3(n_3+1)F(n_1, n_2, n_3)P(n_1, n_2, n_3+1) \\
& -A'_3n_3F(n_1, n_2, n_3-1)P(n_1, n_2, n_3) \\
& +\frac{3}{4}A'_3(n_3+1)(B_1/A_1)n_1\left[\frac{1}{3}+F(n_1-1, n_2, n_3)\right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times G(n_1-1, n_2, n_3) P(n_1-1, n_2, n_3+1) \\
& + \frac{3}{4} A'_3(n_3+1)(B_2/A_2)n_2 \left[\frac{1}{3} + F(n_1, n_2-1, n_3) \right] \\
& \times G(n_1, n_2-1, n_3) P(n_1, n_2-1, n_3+1) \\
& - \frac{3}{4} A'_3 n_3 (B_1/A_1)(n_1+1) \left[\frac{1}{3} + F(n_1, n_2, n_3-1) \right] \\
& \times G(n_1, n_2, n_3-1) P(n_1, n_2, n_3) \\
& - \frac{3}{4} A'_3 n_3 (B_2/A_2)(n_3+1) \left[\frac{1}{3} + F(n_1, n_2, n_3-1) \right] \\
& \times G(n_1, n_2, n_3-1) P(n_1, n_2, n_3), \tag{3}
\end{aligned}$$

其中:

$$F(n_1, n_2, n_3) = \left[1 + \sum_{i=1}^3 \frac{B_i}{A_i} (n_i+1) \right]^{-\frac{1}{2}}, \tag{4}$$

$$G(n_1, n_2, n_3) = \left\{ [F(n_1, n_2, n_3)]^{-1} + 1 + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^3 \frac{B_i}{A_i} (n_i+1) \right\}^{-1}, \tag{5}$$

激光参数为

$$A_i = 2r_o \sqrt{\pi} g_i^2 / \gamma \delta \omega, \quad (B_i/A_i) = 4g_i^2 / \gamma^2, \tag{6}$$

$$A'_i = 2r_{oi} \sqrt{\pi} g_i^2 / \gamma \delta \omega, \tag{7}$$

此外, C_i 为模 i 的损耗参数。

这里的主方程与文献[4]中的均匀增宽情况的主方程在形式上显然不同,但各项可以一一对应,故可以用同一个几率流图来说明,见文献[4]中的图2。由于 $\delta\omega$ 的大小代表非均匀增宽效应的强弱,我们可以从(3)、(6)和(7)式中看出,这里的单光子项及双光子项都将随 $\delta\omega$ 的增大而减小,这说明了非均匀增宽效应的增强将导致单光子及双光子跃迁效应的减弱,前者的减弱将预示场强及饱和作用的减小,而后的减弱则预示了由 Raman 式双光子跃迁^[4]所引起的模耦合效应的减弱。此外,本文的主方程与文献[4]的均匀增宽情况下主方程在形式上的不同还预示了,在计入非均匀增宽效应后,场的量子统计性质将发生变化。

这里不妨把文献[4]中相应的激光参数用 A_{iL} 、 A'_{iL} 、 B_{iL} 及 T_{iL} 来表示。本文的参数与其关系为

$$A_i = \frac{\sqrt{\pi} \gamma}{\delta \omega} A_{iL}, \quad A'_i = \frac{\sqrt{\pi} \gamma}{\delta \omega} A'_{iL}, \quad B_i = \frac{\sqrt{\pi} \gamma}{\delta \omega} B_{iL}. \tag{8}$$

由于 $\sqrt{\pi} \gamma \delta \omega \ll 1$, 故可以认为在非均匀增宽介质中,被泵浦到某一能级 ($|a\rangle$ 或 $|b_i\rangle$) 的原子中只有一小部分 ($\delta\omega / \sqrt{\pi} \gamma$ 分之一的原子) 对激光运转产生影响。

三、关于实验结果的解释

文献[6]报道了采用 LNP 激光器所进行的共上能级的四能级三模激光运转实验的结果。文献[4]曾在均匀展宽的情况不定性地解释了上述实验结果。然而, LNP 是固体激光器,非均匀增宽效应是显著的。因此有必要在非均匀增宽的情况下再讨论一下上述问题,这样做不但向实际情况更接近了一步,而且还可以对所采用的理论方法加以检验。

文献[6]曾报道,在一定条件下,模 1 可以先起振,然后随着对上能级泵浦的增强继而导

致模 2 和模 3 的起振与加强后, 模 1 却受到了抑制。模 1 这种先起振后又淬灭的现象已归因于双光子跃迁所起的作用^[3,4]。从文献[4]可知, 对于固定的模 2 和模 3 的强度, 双光子参数 T_1 越大, 则淬灭效果越显著, 也即越能有效地解释上述实验现象。

采用文献[2]、[4]的方法, 由(3)式可求得模 1 的阈值条件为

$$\frac{A_1 - A'_1 - A'_1 T_1}{C_1} \left[1 + \sum_{i=2}^3 (B_i/A_i) H_i \langle n_i \rangle \right]^{-\frac{1}{2}} = 1, \quad (9)$$

这里的双光子参数为

$$T_1 = \frac{\left[\frac{3}{4} \sum_{i=2}^3 (1 - r_{bi}/r_{bi}) (B_i/A_i) H'_i \langle n_i \rangle \right] \left[1 + \frac{1}{3} \left(1 + \sum_{i=2}^3 (B_i/A_i) H_i \langle n_i \rangle \right)^{\frac{1}{2}} \right]}{1 + \frac{1}{4} \sum_{i=2}^3 (B_i/A_i) H_i \langle n_i \rangle + \left[1 + \sum_{i=2}^3 (B_i/A_i) H_i \langle n_i \rangle \right]^{\frac{1}{2}}}, \quad (10)$$

注意到参数 H_i 与 H'_i 在远高于阈值时, 它们的值接近于 $1^{[3,4]}$, 同时还有 $(B_{iL}/A_{iL}) = (B_i/A_i)$, 因此, 在远高于阈值的情况下不难看出本文的双光子参数比文献[4]中的值要大, 即 $T_1 > T_{1L}$ 。这就说明, 从较接近实际情况的前提出发, 所得的结果也能更好地解释实验现象, 同时也表明了所采用的理论方法的正确性。

四、运转特性及线宽

下面将考虑各下能级无泵浦的情况($r_{bi}=0$), 并以模 1 为例进行讨论。

按文献[2]、[4]的方法, 忽略关联^[3,4], 由(3)式可求得模 1 的稳态光子统计分布为

$$P(n_1) = P(0) \prod_{i=1}^{n_1} \frac{A_1}{C_1} \left[1 + \frac{B_1}{A_1} l + \sum_{i=2}^3 \frac{B_i}{A_i} \langle n_i \rangle \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad (11)$$

由此得平均光子数

$$\langle n_1 \rangle = \frac{A_1}{B_1} \left[\left(\frac{A_1}{C_1} \right)^2 - \sum_{i=2}^3 \frac{B_i}{A_i} \langle n_i \rangle - 1 \right]. \quad (12)$$

从(12)式可知, 非均匀增宽效应的增强($\delta\omega$ 增大)将使光强减小($\langle n_i \rangle$ 减小)。

由(11)式还可得阈值条件

$$\frac{A_1}{C_1} \left[1 + \sum_{i=2}^3 \frac{B_i}{A_i} \langle n_i \rangle \right]^{-\frac{1}{2}} = 1. \quad (13)$$

与文献[4]均匀增宽情况的相应表式

$$\frac{A_{1L}}{C_1} \left[1 + \sum_{i=2}^3 \frac{B_i}{A_i} \langle n_i \rangle \right]^{-1} = 1 \quad (14)$$

相比可知, (13)式中模 2 和模 3 的强度对阈值条件的影响较小, 也即非均匀情况下的模间耦合较小。

最后, 采用文献[2]~[4]的方法由(1)和(2)式可求得模 1 密度矩阵非对角元的运动方程

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{n_1, n_1+1} = & - \left[A_1 \left(n_1 + \frac{3}{2} \right) + \frac{1}{8} B_1 \right] F(n_1) \rho_{n_1, n_1+1} \\ & + A_1 [n_1 (n_1 + 1)]^{\frac{1}{2}} F(n_1 - 1) \rho_{n_1 - 1, n_1} \\ & - C_1 \left(n_1 + \frac{1}{2} \right) \rho_{n_1, n_1+1} + C_1 [(n_1 + 1) (n_1 + 2)]^{\frac{1}{2}} \rho_{n_1 + 1, n_1 + 2}, \end{aligned} \quad (15)$$

其中

$$F(n_1) = \left[1 + (B_1/A_1) \left(n_1 + \frac{3}{2} \right) + \sum_{i=2}^3 (B_i/A_i) \langle n_i \rangle \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (16)$$

利用(11)、(12)和(15)式, 遵循文献[3]、[5]的步骤便可求得模 1 在三模运转下的线宽

$$D = \frac{1}{2} \frac{A_1}{\langle n_1 \rangle} \left[1 + \sum_{i=2}^3 \frac{B_i}{A_i} \langle n_i \rangle \right]^{-\frac{1}{2}} \\ = \frac{1}{2} \frac{B_1 C_1}{A_1} \left[\left(\frac{A_1}{C_1} \right)^2 - \sum_{i=2}^3 \frac{B_i}{A_i} \langle n_i \rangle - 1 \right]^{-1}. \quad (17)$$

从(17)式可知, 类似于文献[3]所报道的均匀增宽场合的结果, 在非均匀增宽的场合模耦合也使线宽增宽。同时还可看出非均匀增宽效应的增强($\delta\omega$ 增大)将导致线宽 D 增宽, 即导致光场偏离相干态。此外, 线宽(17)式可适用于强场情况, 这也是具有较大的普适意义的。

五、结 束 语

上面我们已就固体非均匀增宽介质的情况讨论了三模激光的主方程、运转特性等问题。非均匀增宽效应的影响是明显的。本文的结果较理想情况——均匀增宽情况的结果^[1~4]更切合实际, 因而具有较大的真实意义。

参 考 文 献

- [1] S. Singh, M. S. Zubairy; *Phys. Rev. (A)*, 1980, **21**, No. 1 (Jan), 281.
- [2] 朱诗尧、苏大春; *Phys. Rev. (A)*, 1982, **25**, No. 6 (Jun), 3169.
- [3] 李孝申; *Opt. Acta*, 1984, **31**, No. 2 (Feb), 143.
- [4] 李孝申; *J. Phys. (B)*, 1984, **17**, No. 13 (14 Jul), 2747.
- [5] M. Sargent *et al.*: *Laser Physics*, (Addison-Wesley, 1974).
- [6] K. Otsuka; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1978, **QE-14**, No. 12 (Dec), 1007.
- [7] S. Singh; *Phys. Rev. (A)*, 1981, **23**, No. 2 (Feb), 837.

Three-mode laser action in an inhomogeneously broadened medium

LI XIAOSHEN

*(Department of Physics,
Nanjing University)*

ZHU SHIYAO

*(Department of Applied Physics,
Shanghai Jiaotong University)*

(Received 22 May 1985)

Abstract

Lamb's quantum theory of lasers is extended to deal with the three-mode laser operation in an inhomogeneously broadened solid medium consisting of four-level atoms. The master equation, the operation characteristics and the line-width of the three-mode laser are obtained and discussed. The relevant experimental result is explained and effects of inhomogeneous broadening are studied.