

# 折射率中心凹陷对 W 型单模光纤 传输特性的影响

蒋明俊 林志瑗  
(南京工学院电子工程系)

## 提 要

本文详细讨论了折射率中心凹陷对 W 型单模光纤的归一化截止频率、归一化传输常数、色散特性和功率分布的影响。结果表明,对常见的 W 型单模光纤,只要中心凹陷的深度和宽度均小于 50%,就能保证它的传输特性不因中心凹陷的影响而发生较明显的变化。

## 一、引 言

W 型(即双包层)单模光纤是 Kawakami 和 Nishida 在 1974 年首先提出的<sup>[1,2]</sup>。它和通常的单包层单模光纤相比具有芯径大、功率集中芯内以及在 1.3~1.7  $\mu\text{m}$  波长范围内波导色散和材料色散相互抵消而成为低色散区等优点<sup>[2]</sup>。近年来,很多文章继续在报道这方面的研究工作<sup>[3~5]</sup>。目前光纤的制造大多仍采用 MCVD 法(Modified Chemical Vapour Deposition Method),由于收棒时所加的高温使部份掺杂材料挥发,在折射率分布曲线的中心常常形成一凹陷(称为中心凹陷)。因此,分析和研究中心凹陷对 W 型光纤传输特性的影响和对 W 型单模光纤的设计、测量以及应用具有实际的意义。文献[6]利用 ESI (Equivalent Step-Index)方法讨论了中心凹陷对内包层比较宽( $c=3$ )的 W 型光纤的第一个高次模的截止频率的影响,但误差较大。文献[7]分析了中心凹陷对内包层比较浅( $\sigma < 0.6$ )的 W 型单模光纤的模式色散引起的偏差。然而在这些文献的讨论中,中心凹陷的深度仅局限于一个固定值。本文采用严格的级数解法<sup>[8]</sup>首先导出场分布方程和特征方程,然后给出计算结果和讨论。详细分析了任意大小的中心凹陷对 W 型单模光纤传输特性的影响。

## 二、理 论

有中心凹陷的 W 型光纤的径向折射率分布可用下式表示:

$$n^2(R) = \begin{cases} n_1^2 [1 - 2\Delta(1 + \sigma)\gamma(1 - R)^{2\sigma}], & 0 \leq R \leq 1, \\ n_1^2 [1 - 2\Delta(1 + \sigma)] = n_2^2, & 1 \leq R \leq c, \\ n_1^2 (1 - 2\Delta) = n_3^2, & R > c, \end{cases} \quad (1)$$

收稿日期: 1985年2月5日; 收到修改稿日期: 1985年5月3日

式中,  $n_1$ 、 $n_2$  和  $n_3$  分别为芯、内包层和外包层的折射率,  $\Delta = (n_1^2 - n_3^2) / 2n_1^2$ ,  $\sigma = (n_3^2 - n_2^2) / (n_1^2 - n_2^2)$ ,  $R = (r/a)$ ,  $c = (b/a)$ ,  $a$ 、 $b$  分别为芯和内包层的半径,  $\sigma$  和  $c$  分别描述内包层的深度和宽度;  $\gamma$  描述中心凹陷的深度,  $0 \leq \gamma \leq 1$  对应中心凹陷从零变化到最深点(芯的底部),  $\alpha_d$  取正整数, 它描述中心凹陷的宽度<sup>[9]</sup>。图 1 给出了一些常见  $\alpha_d$  值下的 W 型光纤的折射率分布 ( $\sigma=1$ ,  $c=1.5$ ,  $\gamma=0.6$ ), 由图 1 可见,  $\alpha_d$  越大, 中心凹陷宽度越小;  $\alpha_d = \infty$  时, 中心凹陷宽度等于零。

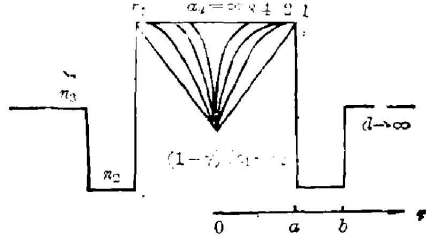


Fig. 1 Radial profile of refractive index of a W-type fiber with central dip

在弱导行条件 ( $\Delta \ll 1$ ) 下, 光纤中的场随径向位置变化的方程为<sup>[10]</sup>

$$\frac{d^2 \psi(R)}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{d\psi(R)}{dR} + \left\{ a^2 [k_0^2 n^2(R) - \beta^2] - \frac{l^2}{R^2} \right\} \psi(R) = 0, \quad (2)$$

式中,  $\psi(R)$  代表电场或磁场的径向变化关系,  $k_0 = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  是自由空间的光波长,  $\beta$  是纵向传输常数,  $l$  表示周向阶数。把(1)式的  $n^2(R)$  代入上式, 可得芯以及内、外包层中的场随径向位置变化的方程

$$\frac{d^2 \psi_1(R)}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{d\psi_1(R)}{dR} + \left[ u^2 - v^2(1+\sigma)\gamma(1-R)^{\alpha_d} - \frac{l^2}{R^2} \right] \psi_1(R) = 0, \quad 0 \leq R \leq 1, \quad (3)$$

$$\frac{d^2 \psi_2(R)}{dR^2} - \frac{1}{R} \frac{d\psi_2(R)}{dR} - \left( v^2 + \frac{l^2}{R^2} \right) \psi_2(R) = 0, \quad 1 \leq R \leq c, \quad (4)$$

$$\frac{d^2 \psi_3(R)}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{d\psi_3(R)}{dR} - \left( w^2 + \frac{l^2}{R^2} \right) \psi_3(R) = 0, \quad R > c, \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} u &= a(n_1^2 k_0^2 - \beta^2)^{1/2}, \quad v = a(\beta^2 - n_2^2 k_0^2)^{1/2}, \\ w &= a(\beta^2 - n_3^2 k_0^2)^{1/2}, \quad v = ak_0(n_1^2 - n_3^2)^{1/2} \approx (2\pi/\lambda)an_1\sqrt{2\Delta} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

为保证 W 型光纤中存在导模传输, 必须满足  $n_3 k_0 < \beta < n_1 k_0$  这一条件<sup>[2]</sup>, 因此,  $w^2$  和  $v^2$  都大于零, (4)、(5) 式为虚宗量贝塞尔方程, 可取第一类和第二类修正贝塞尔函数的组合作为它们的解:

$$\psi_2(R) = A[I_l(vR) + DK_l(vR)], \quad 1 \leq R \leq c, \quad (7)$$

$$\psi_3(R) = CK_l(wR), \quad R > c, \quad (8)$$

式中  $A$ 、 $D$  和  $C$  为常数, 在  $R > c$  时只取  $K_l$  是为了保证场在  $R \rightarrow \infty$  时有限。

方程(3)是一超越方程, 可采用级数法<sup>[8]</sup>进行求解。令  $\psi_1(R) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n R^{n+j}$ ,  $j$  通过将上式代入(3)式得

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+j)(n+j-1)a_n R^{n+j-2} + \sum_{n=0}^{\infty} (n+j)a_n R^{n+j-2} + [u^2 - (1+\sigma)v^2\gamma(1-R)^{\alpha_d}] \sum_{n=0}^{\infty} a_n R^{n+j} - l^2 \sum_{n=0}^{\infty} a_n R^{n+j-2} = 0, \quad (9)$$

比较  $R^{j-2}$  项的系数, 有  $j(j-1) + j - l^2 = 0$ , 解得  $j = \pm l$ , 但对  $j = -l$ , 当  $R \rightarrow 0$  时  $\psi_1(R) \rightarrow \infty$ , 故仅取  $j = l$ 。所以

$$\psi_1(R) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n R^{n+l} \quad (10)$$

将  $l$  代替(9)式中的  $j$ , 并把  $(1-R)^{\alpha_d}$  展开成二项式形式

$$(1-R)^{\alpha_d} = \sum_{i=0}^{\alpha_d} (-1)^i C_{\alpha_d}^i R^i, \quad C_{\alpha_d}^i = \alpha_d! / (\alpha_d - i)! i!$$

再利用  $\left( \sum_{i=0}^{\alpha_d} (-1)^i C_{\alpha_d}^i R^i \right) \left( \sum_{n=0}^{\infty} a_n R^{n+l} \right) = \sum_{n=0}^{\infty} \left( \sum_{i=0}^f (-1)^i C_{\alpha_d}^i a_{n-i} \right) R^{n+l}$ ,

式中  $f = \min(\alpha_d, n)$ , 表示取  $\alpha_d$  和  $n$  的最小值。最后, 将  $R$  的同次幂项合并, 结果为

$$\sum_{n=0}^{\infty} n(n+2l) a_n R^{n+l-2} + u^2 \sum_{n=0}^{\infty} a_n R^{n+l} - (1+\sigma)v^2 \gamma \sum_{n=0}^{\infty} \left( \sum_{i=0}^f (-1)^i C_{\alpha_d}^i a_{n-i} \right) R^{n+l} = 0, \quad (11)$$

比较  $R$  的同次幂项的系数, 得出  $a_n$  的递推公式

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= 1, \quad a_1 = 0, \\ a_n &= \begin{cases} \frac{1}{n(n+2l)} \left\{ (1+\sigma)v^2 \gamma \left[ \sum_{i=0}^{n-2} (-1)^i C_{\alpha_d}^i a_{n-i-2} \right] - u^2 a_{n-2} \right\}, & (2 \leq n \leq \alpha_d + 1) \\ \frac{1}{n(n+2l)} \left\{ (1+\sigma)v^2 \gamma \left[ \sum_{i=0}^{\alpha_d} (-1)^i C_{\alpha_d}^i a_{n-i-2} \right] - u^2 a_{n-2} \right\}, & (n \geq \alpha_d + 2) \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

特征方程由  $R=1$  和  $R=c$  处的边界条件

$$\left. \begin{aligned} \psi_1(1) &= \psi_2(1), \quad \left. \frac{d\psi_1(R)}{dR} \right|_{R=1} = \left. \frac{d\psi_2(R)}{dR} \right|_{R=2}, \\ \psi_2(c) &= \psi_3(c), \quad \left. \frac{d\psi_2(R)}{dR} \right|_{R=c} = \left. \frac{d\psi_3(R)}{dR} \right|_{R=c} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

把(7)、(8)、(10)式代入上述关系, 容易得到

$$\left. \begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} (n-F+l) a_n &= 0, \\ F &= \frac{I_{l\mp}(v) - DK_{l\mp 1}(v)}{I_l(v) + DK_l(v)} v \mp l, \\ D &= \frac{wI_l(cv)K_{l\mp 1}(cw) + vK_l(cw)I_{l\mp 1}(cv)}{vK_l(cw)K_{l\mp 1}(cv) - wK_l(cv)K_{l\mp 1}(cw)} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

(14)式即为所求的特征方程, 利用计算机进行数值求解就可得出有中心凹陷 W 型单模光纤的传输特性。

### 三、计算结果与讨论

#### 1. 中心凹陷对归一化截止频率 $\nu_c$ 的影响

截止时  $\beta = n_s k_0^{[4]}$ , 根据(6)式相应地有:  $w=0$ ,  $u=\nu=\nu_c$  和  $v=\sqrt{\sigma}\nu_c$ 。将这些关系代入特征方程式(14), 并令  $l=0$  和  $l=1$  就可计算基模(LP<sub>01</sub>)和第一个高次模(LP<sub>11</sub>)的归一化截止频率  $\nu_c$  值。表1列出了 W 型光纤( $\sigma$  和  $c$  取常见值, 分别为 1 和 1.5)在不同大小中心凹陷下的  $\nu_c$  值, 图2是相应的  $\nu$  与  $\alpha_d$  的变化曲线( $\gamma$  为参变量)。由图2及  $\alpha_d$  和  $\gamma$  的物理意义可见: 存在中心凹陷时, W 型光纤的 LP<sub>01</sub> 和 LP<sub>11</sub> 模的  $\nu_c$  值都比无中心凹陷时( $\gamma=0$  或  $\alpha_d=\infty$ )大。中心凹陷越大,  $\nu_c$  值增加越多, 特别是 LP<sub>01</sub> 模的  $\nu_c$  值变化较大, 从

Table 1 Cut-off frequencies for  $LP_{01}$  and  $LP_{11}$  modes of a W-type fiber ( $\sigma=1; c=1.5$ ) for some typical values of  $\alpha_d$  and  $\gamma$

Mode	$\alpha_d$	$\gamma$				
		0	0.25	0.50	0.75	1.00
$LP_{01}$	8	0.9739	1.0071	1.0405	1.0741	1.1080
	4	0.9739	1.0715	1.1721	1.2764	1.3848
	2	0.9739	1.2119	1.4750	1.7775	2.1276
	1	0.9739	1.4399	2.0445	2.9706	4.2895
$LP_{11}$	8	3.0155	3.0223	3.0290	3.0357	3.0422
	4	3.0155	3.0536	3.0917	3.1298	3.1679
	2	3.0155	3.1537	3.3040	3.4661	3.6392
	1	3.0155	3.3604	3.8194	4.4980	5.2471

而单模工作范围 ( $\nu_c|_{LP_{01}} < \nu < \nu_c|_{LP_{11}}$ ) 也随中心凹陷的增大而减小。无中心凹陷时,  $\Delta\nu =$

$\nu_c|_{LP_{11}} - \nu_c|_{LP_{01}} = 3.0155 - 0.9739 = 2.0416$ ;  $\gamma = 0.5, \alpha_d = 4$  时,  $\Delta\nu = 3.0917 - 1.1721 = 1.9196$ ,  $\nu$  的上下限与无中心凹陷时相比变化都很小; 而  $\gamma = 1, \alpha_d = 2$  时,  $\Delta\nu = 3.6392 - 2.1276 = 1.5116$ ,  $\nu$  的上下限与无中心凹陷时相比都发生了较大的变化。因为  $\gamma = 0.5$  所对应的中心凹陷深度是芯与内包层折射率差的 50%; 再根据图 1,  $\alpha_d = 4$  所对应的中心凹陷宽度约为芯径的 50%。因此我们得出: 当中心凹陷的深度和宽度均小于 50% ( $\gamma \leq 0.5, \alpha_d \geq 4$ ) 时, 它对 W 型光纤的单模工作范围只有很小的影响。

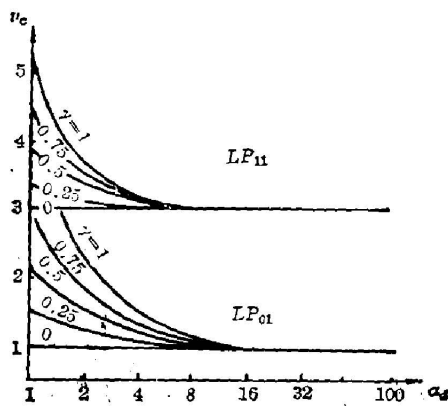


Fig.2 Cut-off frequencies of  $LP_{01}$  and  $LP_{11}$  modes as functions of  $\alpha_d$  for various  $\gamma$ , ( $c=1.5; \sigma=1$ )

图 3(a) 和 (b) 是中心凹陷为  $\gamma = 0.5, \alpha_d = 4$  时  $LP_{01}$  和  $LP_{11}$  模的  $\nu_c$  值与内包层宽度  $c$  和深度  $\sigma$  的变化关系\*。图 3 的结果表明: 无论  $c$  和  $\sigma$  为多少, 也即无论 W 型光纤的结构如何, 有中心凹陷时的  $\nu_c$  值与无中心凹陷时相比均有一定增大, 而且, 对相同大小的中心凹陷,  $\nu_c$  的增加量都差不多。

## 2. 中心凹陷对归一化传输常数和色散特性的影响

W 型单模光纤中的色散可表示为<sup>[5]</sup>

$$D_t = M \left[ 1 + \Delta \frac{d(\nu B)}{d\nu} \right] - \frac{N_3 \Delta}{\lambda c_0} \left[ \nu \frac{d^2(\nu B)}{d\nu^2} - p \frac{d(\nu B)}{d\nu} \right], \quad (15)$$

\* 图 3 中曲线(1)均为对应  $\gamma=0$  或  $\alpha_d=\infty$ , 即为无中心凹陷时的结果, 不同。

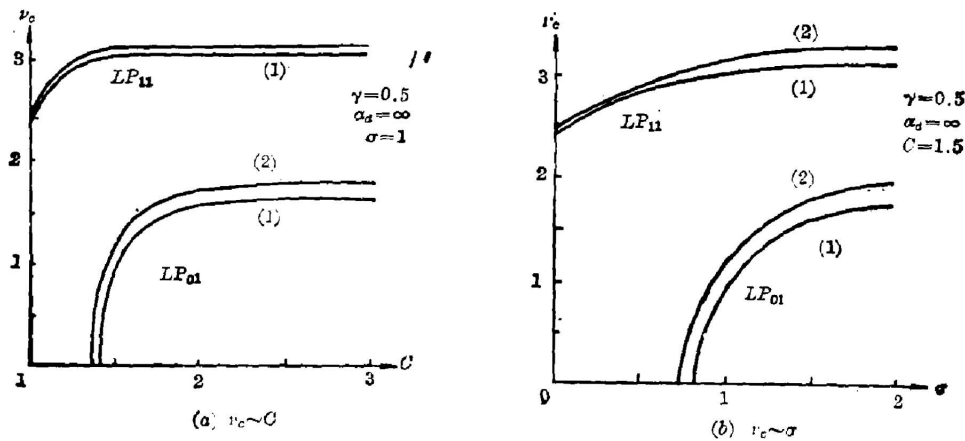


Fig. 3 Cut-off frequencies of LP<sub>01</sub> and LP<sub>11</sub> modes as functions of  $c$  [(Fig. (a)) and  $\sigma$  (Fig. (b))]

式中,  $D_t$  表示总色散,  $M$  表示材料色散,  $c_0$  为自由空间中的光速,  $N_s = n_3 - \lambda (dn_3/d\lambda)$ ,  $p = (\lambda/\Delta) (d\Delta/d\lambda)$ ;  $d(\nu B)/d\nu$  和  $\nu d^2(\nu B)/d\nu^2$  称为波导色散系数,  $B = [1 - (u^2/\nu^2)]$  称为归一化传输常数。利用  $B$  可将(6)式写成

$$u = \sqrt{1 - B}\nu, \quad v = \sqrt{B + \sigma}\nu, \quad w = \sqrt{B}\nu. \quad (16)$$

将以上关系代入特征方程式就可求出  $B$  与  $\nu$  的变化关系, 其结果作于图 4。结构参数仍取常见值:  $\sigma=1$  和  $c=1.5$ 。图中曲线(1)是无中心凹陷时的  $B \sim \nu$  关系, 曲线(2)和(3)分别对应两种不同大小的中心凹陷。显见, 对同一  $\nu$  值, 中心凹陷越大,  $B$  值下降越多。

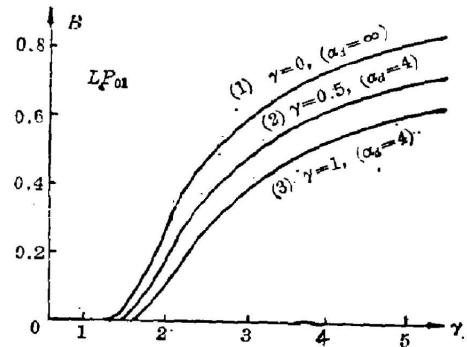


Fig. 4  $B \sim \nu$  curve for various central dips ( $\sigma=1$ ;  $c=1.5$ )

波导色散系数  $d(\nu B)/d\nu$  和  $\nu [d^2(\nu B)/d\nu^2]$

是这样求得的: 对某一  $\nu$  值, 先求出  $\nu-h$ 、 $\nu$  和  $\nu+h$  ( $h$  为一小量) 处的  $B$  值, 然后用导数的数值计算公式求得。图 5 给出的是波导色散系数与  $\nu$  的关系曲线, 它表明中心凹陷越大, 波导色散系数受影响越明显。

下面我们讨论中心凹陷对 W 型单模光纤总色散的影响。由于  $\Delta \ll 1$ ,  $d(\nu B)/d\nu$  [见图 5(a)],  $p$  在  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$  附近约为  $0.1^{[5]}$ , 于是(15)式可简化成

$$D_t = M - \frac{N_s \Delta}{\lambda c_0} \nu \frac{d^2(\nu B)}{d\nu^2}, \quad (17)$$

等式右边第二项称为波导色散, 即总色散等于材料色散与波导色散之和。图 6 中的虚线是根据图 5(b) 并取  $\Delta = 0.3\%$ 、 $2a = 7.5 \mu\text{m}$  时所得的波导色散; 点划线是纯石英的材料色散 (掺杂引起的材料色散变化在  $\lambda = 1.2 \sim 1.9 \mu\text{m}$  内小于  $2 \text{ ps} \cdot \text{km} \cdot \text{nm}^{[5]}$ ); 实线是前两者之和, 表示总色散。从图 6 可以发现: 由于波导色散受中心凹陷的影响, 使原来无中心凹陷时的平坦低色散区发生了不同程度的偏差。根据图 6 中实线(1)和(2)所对应的  $\gamma$  和  $\alpha_d$  可以

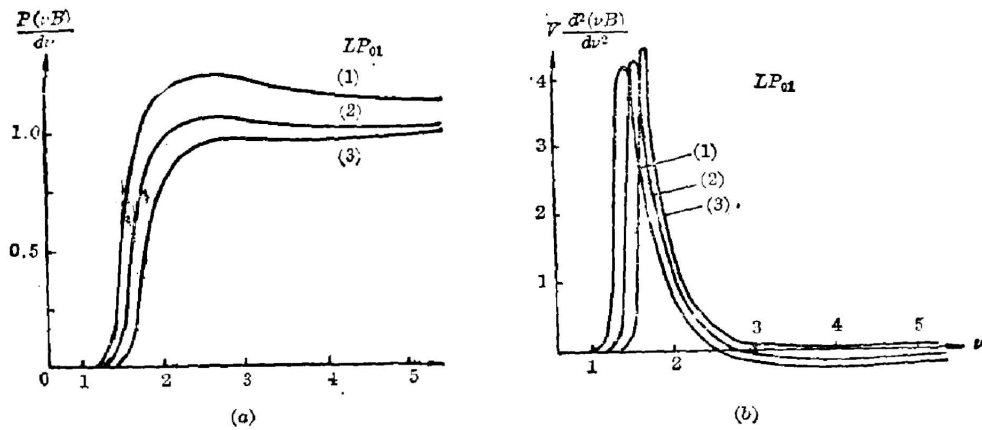


Fig. 5 Waveguide dispersion parameters (a)  $d(vB)/dv$  and (b)  $v[d^2(vB)/dv^2]$  for various central dips

看出：它们既表示  $\alpha_d$  一定 ( $\alpha_d=4$ )，而  $\gamma$  为零和 0.5 时的总色散，同时也反映了  $\gamma$  一定 ( $\gamma=0.5$ )，而  $\alpha_d$  为  $\infty$  和 4 时的结果。因此，只要满足  $0 \leq \gamma \leq 0.5$  和  $4 \leq \alpha_d \leq \infty$ ，即中心凹陷

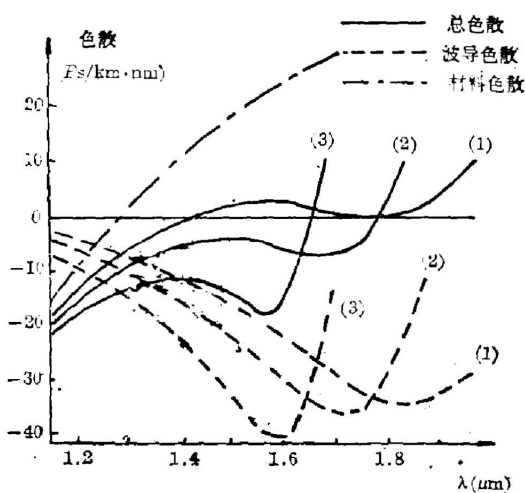


Fig. 6 Change in dispersion spectra for various central dips

的深度和宽度均小于 50%，总色散位于实线 (1) 和 (2) 之间，在  $\lambda=1.2 \sim 1.8 \mu\text{m}$  较宽的范围其偏差均小于  $10 \text{ ps} \cdot \text{km} \cdot \text{nm}$ ，而当中心凹陷较大时，例如  $\gamma=1$ 、 $\alpha_d=4$  [对应图 6 中实线 (3)]，在  $\lambda=1.2 \sim 1.65 \mu\text{m}$  内最大偏差超过  $20 \text{ ps} \cdot \text{km} \cdot \text{nm}$ ， $\lambda > 1.65 \mu\text{m}$  时偏差就更大。

### 3. 中心凹陷对功率分布的影响

利用第二节中的场分布方程可以求出基模的径向归一化功率分布。图 7 给出了  $\nu=3$  和  $\nu=3.5$  时的计算结果 ( $LP_{11}$  模的  $\nu_c$  值在 3.0155 与 3.1679 之间，见表 1)，图中  $P(0)$  为  $R=0$  处的功率。由图可知：当中心凹陷的深度和宽度均小于 50% 时，功率分布曲线

夹在曲线 (1) 和 (2) 之间，其形状仍与无中心凹陷时差不多，而当中心凹陷继续增大时 [例曲线 (3)]，功率分布形状发生了较大的变化，最大功率点偏离中心，从而紧束缚受到破坏，弯曲和微弯损耗增加。另外，进入内、外包层的功率也明显增多，由包层引起的吸收损耗也相应增大。

上面我们分析了中心凹陷对 W 型单模光纤传输特性的影响。从式 (1) 容易看出，如果令  $\sigma=0$ ，则内、外包层的折射率相等，W 型光纤退化为单包层阶跃型光纤。因此，讨论中心凹陷对单包层阶跃型单模光纤传输特性的影响可作为本文讨论的一个特例。我们计算了  $\sigma=0$  时  $LP_{11}$  模的  $\nu_c$  值与  $\alpha_d$  和  $\gamma$  的关系，所得结果与文献 [9] 中的结果一致。

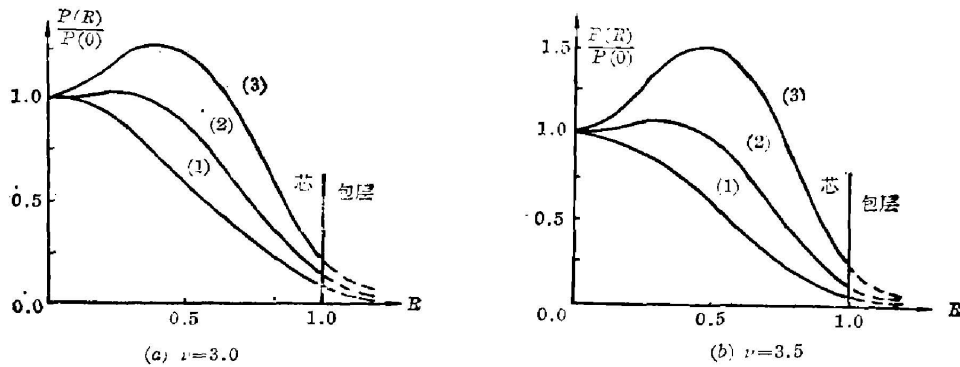


Fig. 7 Normalized power distribution of  $LP_{11}$  mode for various central dips

#### 四、结 束 语

本文利用级数解法在弱导行条件下详细分析了折射率中心凹陷对 W 型单模光纤传输特性的影响。结果表明：中心凹陷会引起基模和第一个高次模（尤其是基模）截止频率的增大，从而单模工作范围也发生变化；波导色散所受的影响使原来的平坦低色散区遭到破坏；另外，中心凹陷的存在使功率分布向芯外扩展，弯曲和微弯损耗也相应有所增加。中心凹陷越大，这些影响越明显。对常见的 W 型单模光纤，若将中心凹陷的深度和宽度均控制在 50% 以下 ( $\alpha_d \geq 4$ ,  $\gamma \leq 0.5$ )，就能保证它的传输特性不因中心凹陷的影响而发生较明显的变化。

#### 参 考 文 献

- [1] S. Kawakami, S. Nishida; *Electron. Lett.*, 1974, **10**, No. 4 (Feb), 38.
- [2] S. Kawakami, S. Nishida; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1974, **QE-10**, No. 12 (Dec), 879.
- [3] S. Kawakami, S. Nishida; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1975, **QE-11**, No. 4 (Apr), 130.
- [4] R. A. Sammut; *Opt. & Quant. Electron.*, 1978, **10**, No. 6 (Nov), 509.
- [5] M. Monerie; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1982, **QE-18**, No. 4 (Apr), 535.
- [6] P. L. Francois *et al.*; *Opt. & Quant. Electron.*, 1982, **14**, No. 6 (Nov), 433.
- [7] P. L. Francois; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1982, **QE-18**, No. 10 (Oct), 1490.
- [8] W. A. Gambling *et al.*; *Opt. & Quant. Electron.*, 1978, **10**, No. 1 (Jan), 31.
- [9] W. A. Gambling *et al.*; *Electron. Lett.*, 1977, **13**, No. 7 (Mar), 174.
- [10] H. G. Unger; *Planar Optical Waveguides and Fibers*, (Clarendon press., Oxford, 1977), 467.

---

## Effects of central dip in refractive index on propagation characteristics of W-type single-mode fibers

JIANG MINGJUN AND LIN ZHIYUAN

*(Department of Electronics Engineering, Nanjing Institute of Technology)*

(Received 5 February 1985; revised 3 May 1985)

### Abstract

Effects of central dip in refractive index on the normalized cut-off frequency, normalized propagation constant, dispersion and power distribution of W-type single-mode fibers have been studied in detail. For typical W-type single-mode fibers, propagation characteristics will not show significant changes provided the width and depth of the central dip are less than 50%.