

纤芯拼接区的传输特性及其在单模定向耦合器中的应用

方锡生 茅仲明 黎滨洪
(上海交通大学电子工程系)

提 要

本文从一阶微扰理论求得纤芯互相接触的光纤定向耦合器耦合区的传输特性。运用所得到的传输特性及由模式激发理论,计算了强耦合的单模光纤定向耦合器的耦合量。实测结果与理论计算吻合。

一、引 言

为了分析纤芯互相接触强耦合情况下耦合器的耦合机理,本文运用模式激发理论^[1]取代耦合模方程^[2,3],以克服由于横向强耦合造成的困难。

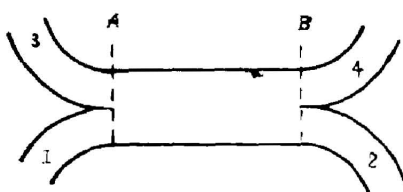


Fig. 1 Top view of a strong coupling

模式激发理论的基本点,是把波导的纤芯拼接区(图1)的起始面A看作波导的不连续面,根据切向场连续的边界条件,求出激发端口1的传输模对耦合区(纤芯拼接区)的各传输模的激发系数。这些模的传播常数不同,当它们传输到终止面B时,相互之间产生相位差。它们以各自的相位在不连续面B再激发分支波导2、4端的传输模。这些传输模的场幅度的平方对应了该模的功率。由此可以确定耦合器的耦合量或分光比。因此,要运用模式激发理论,必须精确地求出耦合区各传输模的相位常数,即耦合区的传输特性。

图2表示了耦合器耦合区的横截面。它是由两个缺圆形的、碾磨后的光纤再加上中间的环氧树脂粘结剂层组成。由于横截面边界条件很复杂,以及纤芯折射率与粘结剂折射率不一致,使得耦合区的本征方程的求解变得十分困难,即使用有限元法等作数值计算,也非常繁琐。

对非圆光纤来说,用等面积、等外观尺寸比的矩形介质波导来作等效近似,具有很好的效果^[4,5]。为了减少误差,进一步运用一阶微扰法^[6,7],可使结果更加精确。尽管本文情况比较复杂,但由于运用了微扰法,既处理了边界几何的困难条件,又考虑了中央粘结剂的折射率差异,因而,这样的分析比较符合实际情况。将所求出的耦合区的传输特性用于模式激发理论,求出横向强耦合定向耦合器的理论耦合量,并分析了它的谱特性。实验测量数据与理论值吻合。

收稿日期: 1985年8月17日; 收到修改稿日期: 1985年9月7日

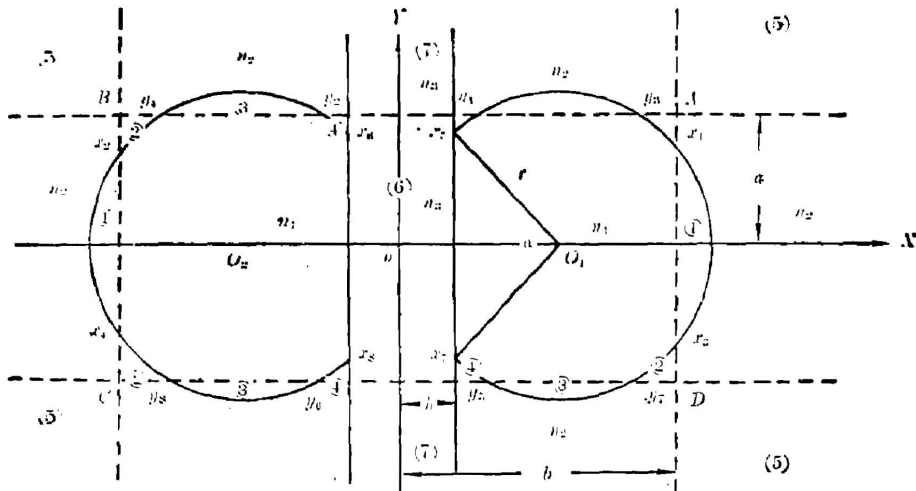


Fig. 2 Geometry of cross-section of coupling zone

二、耦合区的传输特性

1. 折射率分布

对边长分别为 $2b$ 和 $2a$ 的矩形介质波导 $ABCD$ 来说, 它的折射率分布可表为^[8]

$$n^2 = n_x^2 + n_y^2, \quad (1)$$

$$n_x^2 = \begin{cases} n_1^2/2, & |x| < b, \\ n_2^2 - n_1^2/2, & |x| > b, \end{cases} \quad (2)$$

$$n_y^2 = \begin{cases} n_1^2/2, & |y| < a, \\ n_2^2 - n_1^2/2, & |y| > a, \end{cases} \quad (3)$$

式(1)~(3)与矩形介质波导的实际折射率分布的误差主要体现在角区: $|x| > b, |y| > a$, 用它们来直接代替耦合区的折射率分布误差当然更大。下面列举出区域(1)~(7)(图2)的折射率误差 δn^2 :

$$\left. \begin{aligned} \delta n_{(1)}^2 = \delta n_{(3)}^2 = \delta n_{(5)}^2 = n_1^2 - n_2^2, \quad \delta n_{(2)}^2 = \delta n_{(4)}^2 = n_2^2 - n_1^2, \\ \delta n_{(6)}^2 = n_3^2 - n_1^2, \quad \delta n_{(7)}^2 = n_3^2 - n_2^2, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中 n_1 为光纤纤芯折射率, n_2 为光纤包层折射率, n_3 为粘接剂的折射率。假设光纤是弱导的, 并且 n_3 与 n_1 也非常接近, 则 $\delta n^2/n_1^2$ 很小, 这就能保证微扰的准确度。

2. 截面几何

由等面积假定, 设光纤半径为 $r = 2a/\sqrt{\pi}$, 粘接剂厚度为 $2h$, α 为弦 x_5x_7 所对应的圆心角的弧度数, 则耦合区截面面积

$$S_{\text{coup}} = 2\pi r^2 - r^2(\alpha - \sin \alpha) + 2a \cdot 2h = 4a^2 \left(2 - \frac{\alpha - \sin \alpha}{\pi} + \frac{h}{a} \right), \quad (5)$$

外观比

$$\alpha_{\text{coup}} = \left[4r - 2 \left(r - r \cos \frac{\alpha}{2} \right) + 2h \right] / 2r = 1 + \cos \frac{\alpha}{2} + \frac{h}{2a} \sqrt{\pi}, \quad (6)$$

矩形 $ABCD$ 的面积和外观比分别为

$$S_{\text{rect}} = 4ab, \quad \alpha_{\text{rect}} = b/a \quad (7)$$

取 $\alpha_{\text{coup}} = \alpha_{\text{rect}}$, 则有

$$b = a \left(1 + \cos \frac{\alpha}{2} + \frac{h}{2a} \sqrt{\pi} \right). \quad (8)$$

这时虽不能保证 $S_{\text{coup}} = S_{\text{rect}}$, 但对于实际情况来说, 由于 α 和 h 不很大, 所以两者面积是很相近的。

设 O_1, O_2 分别是两光纤横截面圆心, 其坐标为 $(\pm d, 0)$, 则可以算得:

$$d = [(2a/\sqrt{\pi}) \cos(\alpha/2)] + h, \quad (9)$$

并由几何关系求得:

$$x_1, x_2 \text{ 的坐标分别为 } (\pm b, [r^2 - (b-d)^2]^{1/2});$$

$$x_3, x_4 \text{ 的坐标分别为 } (\pm b, -[r^2 - (b-d)^2]^{1/2});$$

$$x_5, x_6 \text{ 的坐标分别为 } (\pm h, 2a \sin \frac{\alpha}{2} / \sqrt{\pi});$$

$$x_7, x_8 \text{ 的坐标分别为 } (\pm h, -2a \sin \frac{\alpha}{2} / \sqrt{\pi});$$

$$y_1, y_2 \text{ 的坐标分别为 } (\pm [d - (r^2 - a^2)^{1/2}], a);$$

$$y_3, y_4 \text{ 的坐标分别为 } (\pm [d + (r^2 - a^2)^{1/2}], a);$$

$$y_5, y_6 \text{ 的坐标分别为 } (\pm [d - (r^2 - a^2)^{1/2}], -a);$$

$$y_7, y_8 \text{ 的坐标分别为 } (\pm [d + (r^2 - a^2)^{1/2}], -a).$$

3. 矩形波导的传输特性

我们把矩形波导 $ABCD$ 的传输特性看作是微扰的零阶解, 在弱导条件下, 可知它的标量场为^[9]:

$$\psi = X(x)Y(y), \quad (10)$$

$$X(x) = \begin{cases} A_1 \cos(k_x x + C_x), & x < b, \\ A_2 e^{-\tilde{k}_x x}, & x > b, \end{cases} \quad (11)$$

$$Y(y) = \begin{cases} B_1 \cos(k_y y + C_y), & y < a, \\ B_2 e^{-\tilde{k}_y y}, & y > a, \end{cases} \quad (12)$$

其中, 对 x 轴对称的模(如 E_{11}^x 模)取 $C_x = 0$, 反对称模(如 E_{21}^x 模)取 $C_x = -\pi/2$; 对 y 轴对称的模(如 E_{11}^y 模)取 $C_y = 0$, 反对称模(如 E_{12}^y 模)取 $C_y = -\pi/2$ 。且有

$$\begin{aligned} k_x &= [k_0^2 n_1^2 / 2 - \beta_1^2]^{1/2}, & \tilde{k}_x &= (1/b) [v_1^2 - k_0^2 b^2]^{1/2}, \\ k_y &= [k_0^2 n_1^2 / 2 - \beta_2^2]^{1/2}, & \tilde{k}_y &= (1/a) [v_2^2 - k_0^2 a^2]^{1/2}, \\ v_1^2 &= k_0^2 b^2 [n_1^2 - n_2^2], & v_2^2 &= k_0^2 a^2 [n_1^2 - n_2^2], \end{aligned} \quad (13)$$

$[\beta_1^2 + \beta_2^2]^{1/2} = \beta_0 =$ 该矩形波导中所考虑的模的传播常数, k_0 为自由空间的波数, 其中 β_1, β_2 为常数。对 E_{pq}^x 模, k_x 和 k_y 满足本征方程^[8]:

$$\begin{aligned} k_x b - \tan^{-1} \left[\frac{n_1^2}{n_2^2} \left(\frac{V_1^2}{k_x^2 b^2} - 1 \right)^{1/2} \right] &= (p-1)\pi/2, \\ k_y a - \tan^{-1} \left[\left(\frac{V_2^2}{k_y^2 a^2} - 1 \right)^{1/2} \right] &= (q-1)\pi/2, \end{aligned} \quad (14)$$

并有

$$\begin{aligned} A_2/A_1 &= n_1^2 \cos(k_x b + C_x) \exp(\tilde{k}_x b) / n_2^2, \\ B_2/B_1 &= \cos(k_y a + C_y) \exp(\tilde{k}_y a). \end{aligned} \quad (15)$$

4. 一阶微扰解

由[6, 7]给出在耦合区的传播常数的一阶微扰解:

$$\beta^2 = \beta_0^2 + \tilde{\beta}^2, \quad (16)$$

$$\tilde{\beta}^2 = k_0^2 \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 \delta_n^2 dx dy \right] / \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dx dy \right] = k_0^2 B^2, \quad (17)$$

$$B^2 = \sum_{i=1}^{(7)} I_{(i)} / I, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} I &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dx dy = [A_2^2 B_2^2 \exp(-2\tilde{k}_x b - 2\tilde{k}_y a) \tilde{k}_x \tilde{k}_y] \\ &\times \left\{ 1 - \frac{A_1^2}{4A_2^2} \cdot \frac{\tilde{k}_x}{k_x} \exp(2\tilde{k}_y a) [4bk_x + \sin 2(k_x b + C_x) - \sin 2(-k_x b + C_x)] \right\} \\ &\times \left\{ 1 + \frac{B_1^2}{4B_2^2} \cdot \frac{\tilde{k}_y}{k_y} \exp(2\tilde{k}_x b) [4ak_y + \sin 2(k_y a + C_y) - \sin 2(-k_y a + C_y)] \right\}. \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} I_{(1)} &= 4(n_1^2 - n_2^2) \int_0^{(r^2 - (b-d)^2)^{1/2}} dy \left\{ B_1^2 \cos^2(k_y y + C_y) \int_b^{(r^2 - y^2)^{1/2} + d} A_2^2 \exp(-2\tilde{k}_x x) dx \right\} \\ &= [(n_1^2 - n_2^2) A_2^2 B_1^2 \exp(-2\tilde{k}_x b) 2\tilde{k}_x k_y] [2k_y \sqrt{r^2 - (b-d)^2} \\ &+ \sin 2(\sqrt{r^2 - (b-d)^2} k_y + C_y) - \sin 2C_y - 4k_y \tilde{I}_{(1)} \exp(2\tilde{k}_x b)], \end{aligned} \quad (20)$$

其中

$$\tilde{I}_{(1)} = \int_0^{(r^2 - (b-d)^2)^{1/2}} \cos^2 2(k_y y + C_y) \exp[-2\tilde{k}_x (\sqrt{r^2 - y^2} + d)] dy. \quad (21)$$

$$\begin{aligned} I_{(2)} &= -4(n_1^2 - n_2^2) \int_{d+(r^2 - a^2)^{1/2}}^b dx \left\{ A_1^2 \cos^2(k_x x + C_x) \int_{[r^2 - (x-d)^2]^{1/2}}^a B_1^2 \cos^2(k_y y + C_y) dy \right\} \\ &= [-(n_1^2 - n_2^2) A_1^2 B_1^2 / 4k_x k_y] \{ [2ak_y + \sin 2(k_y a + C_y)] [(b-d - (r^2 - a^2)^{1/2}) \\ &+ 2k_x + \sin 2(k_x b + C_x) - \sin 2(k_x (\sqrt{r^2 - a^2} + d) + C_x)] - 4k_x \tilde{I}_{(2)} \}, \end{aligned} \quad (22)$$

其中

$$\tilde{I}_{(2)} = \int_{d+(r^2 - a^2)^{1/2}}^b \cos^2(k_x x + C_x) [k_y \sqrt{r^2 - (x-d)^2} + \sin(k_y \sqrt{r^2 - (x-d)^2} + C_y)] dx, \quad (23)$$

$$\begin{aligned} I_{(3)} &= 4(n_1^2 - n_2^2) \int_{d-(r^2 - a^2)^{1/2}}^{d+(r^2 - a^2)^{1/2}} dx \left\{ A_1^2 \cos^2(k_x x + C_x) \int_a^{[r^2 - (x-d)^2]^{1/2}} B_2^2 \exp(-2\tilde{k}_y y) \right. \\ &\times dy \left. \right\} = [(n_1^2 - n_2^2) A_1^2 A_2^2 \exp(-2\tilde{k}_y a) / 2k_x \tilde{k}_y] [4(r^2 - a^2)^{1/2} k_x + \sin 2\{k_x (d \\ &+ \sqrt{r^2 - a^2}) + C_x\} - \sin 2\{k_x (d - \sqrt{r^2 - a^2}) + C_x\} - 4k_x \exp(2\tilde{k}_y a) \tilde{I}_{(3)}], \end{aligned} \quad (24)$$

其中

$$\tilde{I}_{(3)} = \int_{d-(r^2 - a^2)^{1/2}}^{d+(r^2 - a^2)^{1/2}} \cos^2(k_x x + C_x) \exp[-2\tilde{k}_y \sqrt{r^2 - (x-d)^2}] dx, \quad (25)$$

$$\begin{aligned} I_{(4)} &= -4(n_1^2 - n_2^2) \int_h^{d - \sqrt{r^2 - a^2}} dx [A_1^2 \cos^2(k_x x + C_x) \int_{[r^2 - (x-d)^2]^{1/2}}^a B_1^2 \cos^2(k_y y + C_y) dy] \\ &= [-(n_1^2 - n_2^2) A_1^2 B_1^2 / 4k_x k_y] \{ [2ak_y + \sin 2(k_y a + C_y)] [(d - \sqrt{r^2 - a^2} - h) 2k_x \\ &+ \sin 2\{k_x (d - (r^2 - a^2)^{1/2}) + C_x\} - \sin 2(k_x h + C_x)] - 4k_x \tilde{I}_{(4)} \}, \end{aligned} \quad (26)$$

其中

$$\tilde{I}_{(4)} = \int_h^{d-(r^2-a^2)^{1/2}} \cos^2(k_x x + C_x) [k_y \sqrt{r^2 - (x-d)^2} + \sin(k_y \sqrt{r^2 - (x-d)^2} + C_y)] dx. \quad (27)$$

$$\begin{aligned} I_{(5)} &= 4(n_1^2 - n_2^2) \int_b^\infty A_2^2 \exp(-2\tilde{k}_x x) dx \int_a^\infty B_2^2 \exp(-2\tilde{k}_y y) dy \\ &= [(n_1^2 - n_2^2) A_2^2 B_2^2 / 4 \tilde{k}_x \tilde{k}_y] \exp[-2\tilde{k}_y b - 2\tilde{k}_x a]. \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} I_{(6)} &= 4(n_3^2 - n_1^2) \int_0^h A_1^2 \cos^2(k_x x + C_x) dx \int_0^b B_1^2 \cos^2(k_y y + C_y) dy \\ &= (n_3^2 - n_1^2) [A_1^2 B_1^2 / 4 k_x k_y] [2k_x h + \sin 2(k_x h + C_x) - \sin 2C_x] \\ &\quad \times [2h_y a + \sin 2(k_y a + C_y) - \sin 2C_y]. \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} I_{(7)} &= 4(n_3^2 - n_2^2) \int_0^h A_1^2 \cos^2(k_x x + C_x) dx \int_0^\infty B_2^2 \exp(-2\tilde{k}_y y) dy \\ &= (n_3^2 - n_2^2) [A_1^2 B_2^2 / 4 k_x \tilde{k}_y] [2k_x h + \sin 2(k_x h + C_x) \\ &\quad - \sin 2C_x] \exp(-2\tilde{k}_y a). \end{aligned} \quad (30)$$

将(18)~(30)代入(17),即可求出 β^2 的一阶微扰 $\tilde{\beta}^2$,从而得到耦合区传输模的色散关系。

三、传输特性在强耦合单模定向耦合器中的应用

光纤本身和耦合区能传输的模数与其归一化频率 v 值,即与其几何尺寸,工作频率及相对折射率差有关。在[1]中,作者已求出所有在 A 面的激发系数和在 B 面的反向激发系数表达式。例如,波导中 E_{11} 模对耦合区 E'_{11} 模的激发系数为

$$\begin{aligned} A_{11-11} &= [(2k_x^{11} q_x^{11})^{1/2} / \pi] \left\{ \int_0^b \cos[k_x^{11}(x - (b/2))] \cos(q_x^{11} x) dx \right. \\ &\quad + \int_{-b}^0 \cos\left(\frac{k_x^{11} b}{2}\right) \exp\left(\frac{x}{\xi_x^{11}}\right) \cos(q_x^{11} x) dx + \int_{-\infty}^{-b} \cos\left(\frac{k_x^{11} b}{2}\right) \exp\left(\frac{x}{\xi_x^{11}}\right) \\ &\quad \times \cos(q_x^{11} b) \exp\left[\frac{x+b}{\eta_x^{11}}\right] dx + \int_b^\infty \cos\left(\frac{k_x^{11} b}{2}\right) \exp\left[\frac{-(x-b)}{\xi_x^{11}}\right] \cos(q_x^{11} b) \\ &\quad \times \exp\left[\frac{-(x-b)}{\eta_x^{11}}\right] dx \left. \right\}, \end{aligned} \quad (31)$$

其中 k_x^{11} 和 ξ_x^{11} 分别代表分支波导中 E_{11} 模在芯区的 x 方向的传输常数分量和在包层内的 x 方向的迅衰因子, q_x^{11} 和 η_x^{11} 为在耦合波导中 E'_{11} 模的相应的传输常数和迅衰因子。

在 B 面处,耦合区的 E'_{kl} 模对分支波导的 E_{ij} 模的反向激发系数为

$$\bar{A}_{kl-ij} = (1/\sqrt{2}) A_{ij-kl}, \quad \bar{A}_{kl-2j} = A_{2j-kl}. \quad (32)$$

光纤本身是在单模条件下工作,耦合区的传输模式在 A 面均由光纤的基模 LP_{01} (在等效的方形波导中相当于 E_{11} 模)激发,这些被激发的传输模在 B 面再在分支光纤的2端和4端激发起基模。假设耦合区为双模传输,两个传输模相当于矩形波导中的 E'_{11} 模和 E'_{21} 模,则在 A 面的两个激发系数(在 $v=1,2$ 时)分别为^[1]: $A_{11-11}=0.5818$, $A_{11-21}=0.6126$,再由[31]可求得 A_{11-11} 和 \bar{A}_{21-11} 。

耦合区的模 E'_{ij} 在 B 平面的相移为

$$\phi'_{ij} = \beta'_{ij} L, \quad (33)$$

这里 β'_{ij} 是 E'_{ij} 模的传播常数, L 为耦合区的长度。在 B 平面 E'_{ij} 模再激发分支波导的基模, 这时, 2 端的及 4 端的模式功率分别为:

$$P_2 = |E_{11}^{(2)}|^2 = \left[\sum_{i=1}^2 A_{11-i1} \bar{A}_{i1-11} \cos \phi'_{i1} \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^2 A_{11-i1} \bar{A}_{i1-11} \sin \phi'_{i1} \right]^2, \quad (34)$$

$$P_4 = |E_{11}^{(4)}|^2 = \left[\sum_{i=1}^2 A_{11-i1} \bar{A}_{i1-11} \cos(\phi'_{i1} + \delta_{2i}\pi) \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^2 A_{11-i1} \bar{A}_{i1-11} \sin(\phi'_{i1} + \delta_{2i}\pi) \right]^2, \quad (35)$$

其中 δ_{ij} 为 Kroniker delta 符号。公式中需知的 β'_{ij} 可从第二节中算得。

这样, 可以求出定向耦合器的理论耦合量

$$C = P_4 / (P_2 + P_4). \quad (36)$$

图 3 是耦合器的截面照片, 从中可见纤芯被削去一部分后用粘合剂拼接的形状。

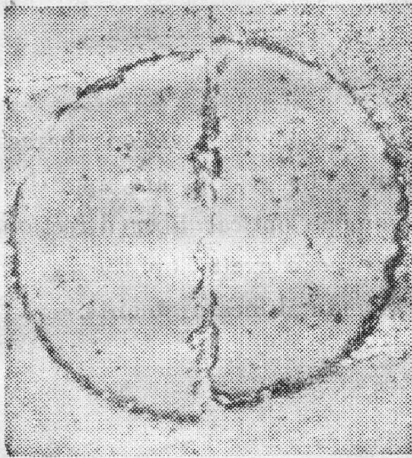


Fig. 3 Photograph of an experimental single-mode fiber directional coupler: profile of the coupling zone

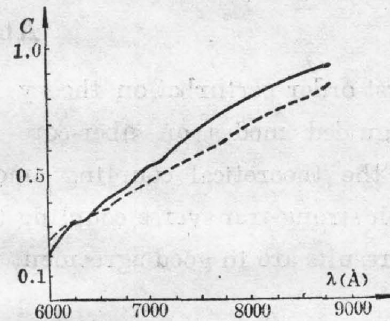


Fig. 4 Spectral characteristics of the coupling coefficients of a single-mode fiber coupler. The solid curve corresponds to the experimental measurement, while the dashed curve corresponds to the theoretical analysis. The coupling length L is $175\mu\text{m}$, $h=0.5\mu\text{m}$, $2a=4\mu\text{m}$, $n_1=1.46$, $(n_1^2 - n_2^2)^{1/2}=0.0945$, $(n_3^2 - n_1^2)^{1/2}=0.1$

图 4 给出了我们研制的单模定向耦合器的耦合量的谱特性曲线, 实验结果(实线)和理论分析结果(虚线)相吻合。这说明我们的理论正确地分析处理了耦合模理论所无法处理的强耦合问题*。

本文工作承蒙张煦教授和林宗琦教授的悉心指导, 特此表示衷心感谢。

参 考 文 献

- [1] 茅仲明, 方锡生, 黎滨洪; 《微波学报》, 1985, 1, No. 3 (Sep).
- [2] A. W. Snyder; *J. Opt. Soc. Am.*, 1972, 62, No. 11 (Nov), 1267.
- [3] D. Marcuse; 《Theory of Dielectric Optical Waveguides》, (Academic Press, New York, 1974), 95.
- [4] Weigan Lin; in 《Optical Waveguide Sciences》, (Eds. Huang Hung-chia and A. W. Snyder, Martinus Nijhoff

* 对强耦合的单模光纤定向耦合器来说, 射线理论也无法作理论分析。

- Publishers, 1983), 203.
- [5] R. J. Black and C. Pask; *IEEE/OSA J. Lightwave Technology*, 1984, **LT-2**, No. 3 (Jun), 268.
 - [6] L. I. Schiff; *Quantum Mechanics*, (McGraw-Hill, New York, 1955), 243.
 - [7] M. S. Sodha and A. K. Chatak; *Inhomogeneous Optical Waveguides*, (Plenum Press, London, 1977), 139.
 - [8] Arun Kumar and R. K. Varshney; *Opt. Quantum Electron.*, 1984, **16**, No. 4 (Aug), 349.
 - [9] Arun Kumar, *et al.*; *Opt. Lett.*, 1983, **8**, No. 1 (Jan), 63.

Propagation characteristics of guided modes on fiber-core spliced section and application to monomode fiber directional coupler

FANG XISHENG, MAO ZHONGMING AND LI BINHONG

(Department of Electronic Engineering, Shanghai Jiaotong University)

(Received 17 June 1985; revised 7 September 1985)

Abstract

The first-order perturbation theory is used to analyse the propagation characteristics of guided modes on fiber-core spliced section. The results are applied to determine the theoretical coupling amount of monomode optical fiber directional coupler with strong transverse coupling by means of the mode excitation theory. Our theoretical results are in good agreement with the experimental measurements.