

计算干涉图补偿法检验非球面

姜子龙 顾去吾

(中国科学院长春光学精密机械研究所)

提 要

本文叙述利用计算机干涉图补偿法检验非球面的原理和实验,提出了不引入附加像差的检验系统。文中把计算机干涉图作为补偿片,通过莫尔条纹的形状来评价面形;并对面形和莫尔条纹光强分布之间的关系作了分析,用计算机进行了模拟;讨论了可能影响检验精度的各种因素。所采用的装置不仅简单,且易调整。

在光学系统中使用非球面元件能校正除场曲以外的各种单色像差,改善系统的性能。但由于非球面面形复杂,标准样板不易制作,所以普通干涉检验法不适用。必须寻求恰当的检验手段。

计算机全息术^[1]能够记录和再现一个具有数学表达式而不一定实际存在的任意波前。因此,它能解决非球面检验这个难题。MacGovern和Wyant^[2]对计算机全息术用于非球面检验进行了深入研究以来,出现了许多各具特点的方法。但是,所有的方法都是计算机全息实时干涉法,这样在干涉仪中的元件(例如透镜)会引入附加像差,影响检验精度。实际上,两组干涉条纹叠加产生的莫尔条纹也反应它们的差别,从而反应了波面差。

本文叙述计算机干涉图补偿法检验非球面的原理、计算和制作干涉图的过程,介绍了检验装置,并对一个离轴角为 $4^{\circ}35'$ 的抛物面反射镜进行了检验,给出了实验结果。对面形与莫尔条纹形状的关系以及各种影响检验精度的因素进行了讨论。

一、实验原理与光学系统

根据顾去吾^[3]的描述方法,一幅干涉图可以用记号 $[N, \mathbf{K}]$ 表示,其中 \mathbf{K} 表示干涉条纹的方向和疏密程度, N 表示条纹的曲率,它只与光波面形有关。按照文献[3]中关于干涉图变换的方法,两幅干涉图产生莫尔条纹的过程可以表达成

$$[N_1, \mathbf{K}_1] - [N_2, \mathbf{K}_2] \rightarrow [N_1 - N_2, \mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_2] = [N_3, \mathbf{K}_3],$$

$[N_3, \mathbf{K}_3]$ 就代表这组莫尔条纹,特别是当 $N_1 = N_2$ 时, $[N_3, \mathbf{K}_3] = [0, \mathbf{K}_3]$, 这代表一组曲率为零(直线)的莫尔条纹。因为 \mathbf{K}_3 与装置的调节状态有关,所以通过适当的调节,可以由莫尔条纹对直线的偏离判断两幅干涉图的差别。本文把这种补偿原理与计算机技术相结合,提供一种非球面的检验方法。

图1是MacGovern和Wyant^[2]所使用的检验装置。显然,透镜 L_1 会在物光波中引入像差,整个装置也不紧凑。如果象图2那样布置,就可以克服这些缺点。图中 L_0 是短腔

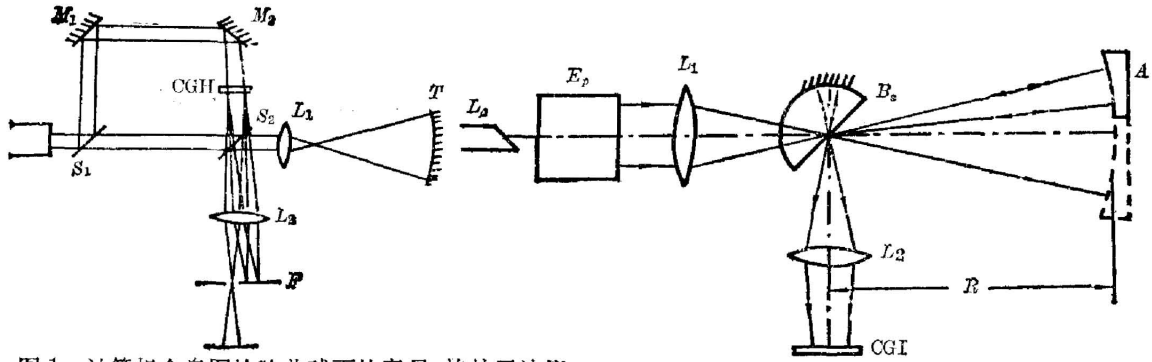


图1 计算机全息图检验非球面的泰曼-格林干涉仪

Fig. 1 Twyman-Green interferometer used
for testing aspherics with CGH's

图2 检验非球面反射镜的装置

Fig. 2 Set-up for testing aspherical mirrors

He-Ne 激光器, E_p 是扩束器, L_1 是透镜, B_s 是分束器, 采用半球形有很大好处。由 L_1 把平行光会聚到 B_s 的分光膜上, 并使会聚的光点正好位于半球的球心上。由 B_s 的半球面反射的光波作为标准球面参考波(在这部分表面镀铝, 目的是为了与已镀铝的抛物面反射镜 A 反射的光强匹配)。 L_2 是成像透镜计算机干涉图 CGI 放在非球面 A 通过 L_2 成像的像平面上。在此面上, 计算机产生的干涉图与实时干涉图叠加产生莫尔条纹。非球面的顶点曲率中心要与透镜 L_1 的后焦点重合。

在这个装置中, 透镜 L_1 放在对球面波不产生像差的半球形分束器前, 从反射镜 A 反射回来的光波不再通过分束器, 所以不引入附加像差。另外, 光路简单, 并由于分束器本身提供参考球面, 调整相当方便。

二、二元干涉图的计算和制作

一般二次旋转曲面的方程为

$$x^2 + y^2 = 2RZ - eZ^2, \quad (1)$$

或写成级数形式

$$Z = \frac{1}{2R} (x^2 + y^2) + \frac{e}{8R^3} (x^2 + y^2)^2 + \frac{e^2}{16R^5} (x^2 + y^2)^3 + \dots, \quad (2)$$

其中 e 是非球面系数, R 是顶点曲率半径, 坐标原点选在顶点上, 旋转对称轴选作 Z 轴。半径为 R 的球面方程为

$$Z = \frac{1}{2R} (x^2 + y^2) + \frac{1}{8R^3} (x^2 + y^2)^2 + \frac{1}{16R^5} (x^2 + y^2)^3 + \dots \quad (3)$$

(3)式与(2)式之差的两倍(双程)即是球面波与非球面波的光程差

$$\Delta Z = \frac{1-e}{4R^3} (x^2 + y^2)^2 + \frac{1-e^2}{8R^5} (x^2 + y^2)^3 + \dots \quad (4)$$

如果非球面是抛物面, 则 $e=0$, 它的方程为

$$Z = \frac{x^2 + y^2}{2R}, \quad (5)$$

$$\Delta Z = \frac{1}{4R^3} (x^2 + y^2)^2 + \frac{1}{8R^5} (x^2 + y^2)^3 + \dots \quad (6)$$

为了便于观察莫尔条纹,我们使抛物面镜倾斜一个小的角度 θ 来增加干涉条纹的数目,这时抛物面方程变成

$$Z = \frac{R}{R+y\theta} \left(-y\theta + \frac{x^2+y^2}{2R} \right), \quad (7)$$

光程差

$$\Delta Z = \frac{2Ry\theta}{R+y\theta} + \left(1 - \frac{R}{R+y\theta} \right) \frac{x^2+y^2}{R} + \frac{(x^2+y^2)^2}{4R^3} + \frac{(x^2+y^2)^3}{8R^3} + \dots, \quad (8)$$

计算时近似到 $r = \sqrt{x^2+y^2}$ 的六次方项。

我们编制了干涉型计算机全息图^[4]的计算和绘图程序。沿 x 和 y 方向的取样间隔分别为 $2MT$ 和 T , T 为绘图仪步长 (0.1mm)。在 x 方向上根据条纹的曲率和方向选择了三种步长,既保证了绘图精度,又节省了绘图时间。因为干涉图关于 y 轴对称,所以只计算了 $x \geq 0$ 这一半上抽样点处的值。M-160 计算机计算时间为 3 分 49 秒, X-Y 绘图仪绘图时间为 2 小时 51 分 (描两遍)。把所画的图形缩小 20 倍记录在全息干板上即成为我们所需要的直径为 12mm 的干涉图,图 3 是它的一个放大的照片。

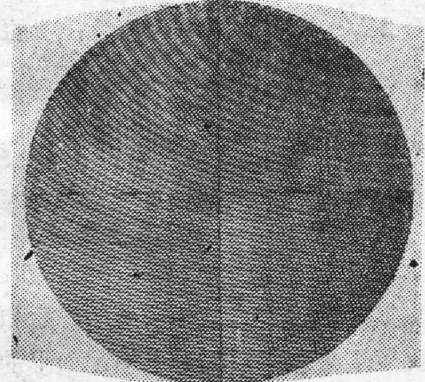


图 3 计算机干涉图

Fig. 3 A computer-generated interferogram

三、非球面面形与莫尔条纹的关系

一个倾斜平面波 $\exp(i2\pi x/T)$ 与另一个光波 $A(x, y)\exp[i\phi(x, y)]$ 的干涉图的二元振幅透过率为

$$h(x, y) = \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin[\pi m q(x, y)]}{\pi m} \exp \left\{ im \left[\frac{2\pi x}{T} - \phi(x, y) \right] \right\}, \quad (9)$$

$$q(x, y) = \frac{\sin^{-1} A(x, y)}{\pi}. \quad (10)$$

在我们的情况下,计算机干涉图所记录的是两个位相型光波 $\exp[i\beta_1(x, y)]$ 与 $\exp[i\phi_1(x, y)]$ 的二元干涉图,这时令 $q=1/2$,则该计算机干涉图的振幅透过率函数为

$$\begin{aligned} h(x, y) &= \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(m\pi/2)}{m\pi} \exp \{ im [\beta_1(x, y) - \phi_1(x, y)] \} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \exp \{ i [\beta_1(x, y) - \phi_1(x, y)] \} \\ &\quad + \frac{1}{\pi} \exp \{ -i [\beta_1(x, y) - \phi_1(x, y)] \} + \dots \end{aligned} \quad (11)$$

现在两个光波 $\exp[i\beta_2(x, y)]$ 与 $\exp[i\phi_2(x, y)]$ 产生的实时干涉图与上述的二元计算机干涉图叠加产生的光强分布为

$$I(x, y) = [\exp(i\beta_2) + \exp(i\phi_2)] [\exp(i\beta_2) + \exp(i\phi_2)]^* \cdot h^2(x, y). \quad (12)$$

如果只考虑 $h(x, y)$ 的基频分量,忽略那些高次谐波,则由(12)式和(11)式可以得到

$$\begin{aligned}
I(x, y) = & \frac{1}{2} + \frac{4}{\pi^2} + \frac{4}{\pi} \cos(\beta_1 - \phi_1) + 2 \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{\pi^2} \right) \cos(\beta_2 - \phi_2) \\
& + \frac{4}{\pi^2} \cos[2(\beta_1 - \phi_1)] + \frac{2}{\pi} \cos(\beta_2 + \beta_1 - \phi_2 - \phi_1) \\
& + \frac{4}{\pi^2} \cos(\beta_2 - \phi_2) \cos[2(\beta_1 - \phi_1)] \\
& + \frac{2}{\pi} \cos[(\beta_2 - \beta_1) - (\phi_2 - \phi_1)],
\end{aligned}$$

令 $2C/\pi$ 代表上式中除最后一项的其它所有项, 我们得到

$$I(x, y) = \frac{2}{\pi} \{C + \cos[(\beta_2 - \beta_1) - (\phi_2 - \phi_1)]\}. \quad (13)$$

C 所包含的是常数项和高频分量, 在观察时, 由于视觉上的原因, 可以把它当成背景处理。而莫尔条纹分布则由基频项 $\cos[(\beta_2 - \beta_1) - (\phi_2 - \phi_1)]$ 表示。特别当实际的参考球面与理想球面相同时, $\phi_2 = \phi_1$, 则光强

$$I(x, y) \propto C + \cos(\beta_2 - \beta_1). \quad (14)$$

如果假设 β_1 和 β_2 分别为理想的和被检验的非球面波的位相函数, 则正是 $\cos(\beta_2 - \beta_1)$ 这项反应了被检面形相对于理想面形的偏差。所以, 从莫尔条纹就可以直接判断面形的质量。光强极大值出现在满足方程

$$\beta_1(x, y) - \beta_2(x, y) = 2n\pi \quad (n=0, \pm 1, \dots) \quad (15)$$

的点上。可以通过调节使视场内出现适当数目的莫尔条纹以便判读。我们在计算机上对各种调节状态和面形具有初级像差情况进行了模拟, 图 4 画出了理想抛物镜时不同调节情况下的莫尔条纹。图 5(a)、(b)、(c) 和 (d)、(e)、(f) 分别对应于图 4(a) 和 (b) 的调节状态, 但这里镜面具有球差、彗差和像散。图中 A 、 C 和 S 分别是球差、彗差和像散系数。

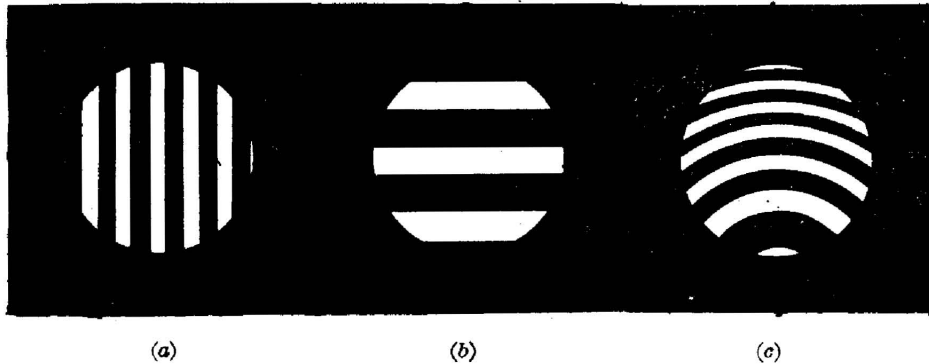


图 4 镜面(a)沿 x 方向平移 0.03 mm; (b) 绕 x 轴转角为 $1.65''$ 和 (c) 离焦 0.8 mm 时的莫尔条纹

Fig. 4 Moiré fringes of a mirror having been (a) translated in x -direction by 0.03 mm;

(b) rotated about x -axis through an angle of $1.65''$ and (c) defocused by 0.8 mm

四、误差分析

绘图、照相缩微和装置的调整过程中存在着各种误差, 以及光学系统的内在像差, 都是测量误差源。因为这些因素只影响位相, 从而影响检验精度, 所以在下面的误差分析中只需

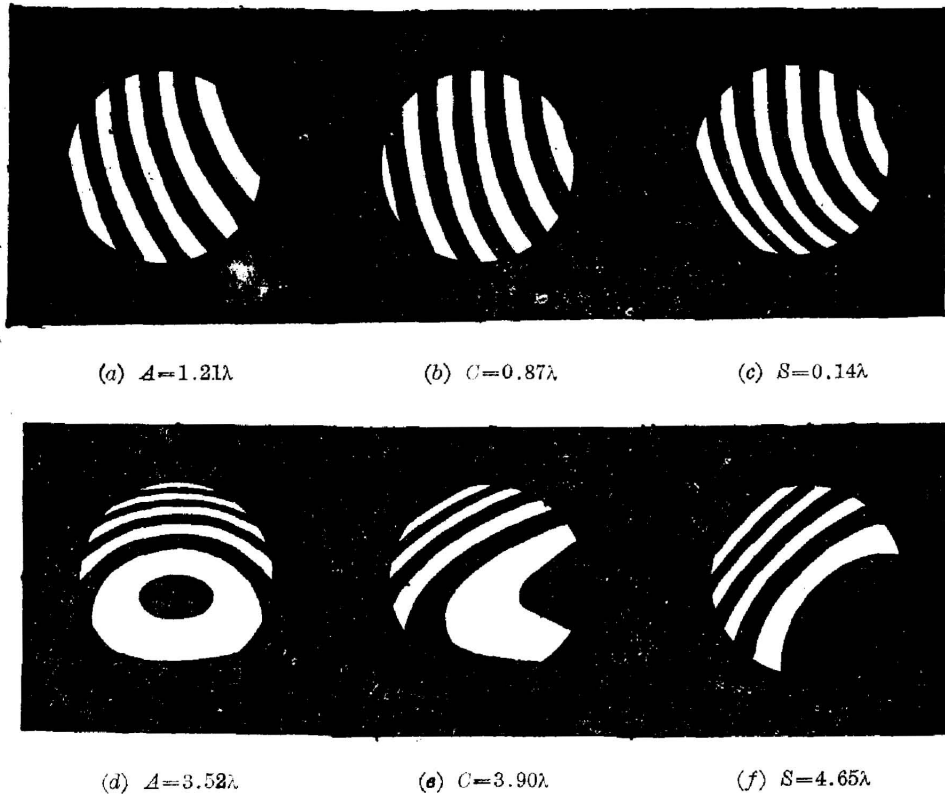


图5 镜面有球差(a)、(d);彗差(b)、(e);和像散(c)、(f)情况下的莫尔条纹
Fig. 5 Moiré fringes of a mirror having spherical [(a) and (d)], comatic [(b) and (e)], and astigmatic [(c) and (f)] aberrations

从位相进行讨论,并对我们所检验的抛物面给出误差的允许值。

1. 放大率误差的影响

正确尺寸的干涉图的透过率为 $h(x, y)$, 现在假设在照相缩微过程中使实际得到的干涉图相对于准确尺寸有一个放大率 $M=1+\varepsilon$, 则此干涉图的透过率为 $h[(x/M), (y/M)]$ 。对于二元干涉图, 只考虑基频项, 则

$$h(x, y) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \cos[\phi(x, y) - \beta(x, y)],$$

其中, ϕ 和 β 分别是理想球面和非球面波前的位相函数。根据(13)式, 放大率 M 带来的位相误差为

$$\delta(x, y) = \left[\phi\left(\frac{x}{M}, \frac{y}{M}\right) - \phi(x, y) \right] - \left[\beta\left(\frac{x}{M}, \frac{y}{M}\right) - \beta(x, y) \right]. \quad (16)$$

因为一般地 $|M-1|$ 很小, 所以有

$$\begin{aligned} \phi\left(\frac{x}{M}, \frac{y}{M}\right) &= \phi\left[x + \left(\frac{1}{M} - 1\right)x, y + \left(\frac{1}{M} - 1\right)y\right] \\ &\approx \phi(x, y) + \frac{\partial \phi}{\partial x} \left(\frac{1}{M} - 1\right)x + \frac{\partial \phi}{\partial y} \left(\frac{1}{M} - 1\right)y, \\ \phi\left(\frac{x}{M}, \frac{y}{M}\right) - \phi(x, y) &\approx \frac{\partial \phi}{\partial x} \left(\frac{1}{M} - 1\right)x + \frac{\partial \phi}{\partial y} \left(\frac{1}{M} - 1\right)y. \end{aligned} \quad (17)$$

同理,

$$\beta\left(\frac{x}{M}, \frac{y}{M}\right) - \beta(x, y) \approx \frac{\partial \beta}{\partial x} \left(\frac{1}{M} - 1\right)x + \frac{\partial \beta}{\partial y} \left(\frac{1}{M} - 1\right)y. \quad (18)$$

因为我们检测的是抛物面离轴部分,干涉图中心对应的点 (x_0, y_0) 不受放大率影响,因此

$$\begin{aligned} \delta(x, y) = & \left(\frac{1}{M} - 1\right) \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial x} \phi(x, y) - \frac{\partial}{\partial x} \beta(x, y) \right] (x - x_0) \right. \\ & \left. - \left[\frac{\partial}{\partial y} \phi(x, y) - \frac{\partial}{\partial y} \beta(x, y) \right] (y - y_0) \right\}. \end{aligned} \quad (19)$$

对于我们检验的抛物镜,要使放大率带来的最大检测误差小于 $\lambda/40$,必须使 $|\varepsilon| < 1/2000$ 。

2. 干涉图定位误差的影响

(1) 设干涉图沿 x 方向横向定位误差为 Δ_s ,考虑到干涉图相对于抛物镜有一个放大率 M_0 ,则此项误差为

$$\delta(x, y) = \frac{1}{M_0} \left[\frac{\partial}{\partial x} \phi\left(\frac{x}{M_0}, \frac{y}{M_0}\right) - \frac{\partial}{\partial x} \beta\left(\frac{x}{M_0}, \frac{y}{M_0}\right) \right] \Delta_s. \quad (20)$$

在我们的情况下,只有 $\Delta_s < 0.01 \text{ mm}$ 时,才能保证由此产生的误差小于 $\lambda/40$ 。

(2) 若干涉图绕它的中垂轴转过角度 σ ,采用极坐标变换

$$x - x_0 = \rho \cos \omega, \quad y - y_0 = \rho \sin \omega, \quad (21)$$

则

$$\phi(x, y) = \phi(\rho \cos \omega + x_0, \rho \sin \omega + y_0) = \tilde{\phi}(\rho, \omega), \quad (22)$$

$$\beta(x, y) = \beta(\rho \cos \omega + x_0, \rho \sin \omega + y_0) = \tilde{\beta}(\rho, \omega). \quad (23)$$

而产生的位相误差为

$$\delta(\rho, \omega) = [\tilde{\phi}(\rho, \omega + \sigma) - \tilde{\phi}(\rho, \omega)] - [\tilde{\beta}(\rho, \omega + \sigma) - \tilde{\beta}(\rho, \omega)].$$

如果 σ 很小,那么

$$\delta(\rho, \omega) \approx \left(\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \omega} - \frac{\partial \tilde{\beta}}{\partial \omega} \right) \sigma. \quad (24)$$

通过计算得到,当 $\sigma < 2'35''$ 时,此误差小于 $\lambda/40$ 。

3. 非球面离焦的影响

设离焦量为 d ,则

$$\delta(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{d(x^2 + y^2)}{2R^2}. \quad (25)$$

必须使 $d < 0.006 \text{ mm}$,由此带来的检测误差才能小于 $\lambda/40$ 。

4. 绘图仪误差及抽样间隔的影响

我们所使用的绘图仪动态误差很小,满足了要求。位相的量化误差可以通过增加抽样点数来减小,但这样将增加计算量,应该在两者之间取折衷。随条纹的方向和曲率的大小改变抽样间隔的方法是可取的。

六、实验结果

把制作好的干涉图作为补偿片,利用图2所示的检验系统,对一个离轴角为 $4'35''$,焦距 $f=1000 \text{ mm}$,孔径 $\phi=120 \text{ mm}$ 的抛物面反射镜进行了检验,所得结果示于图6中(参看图4)。

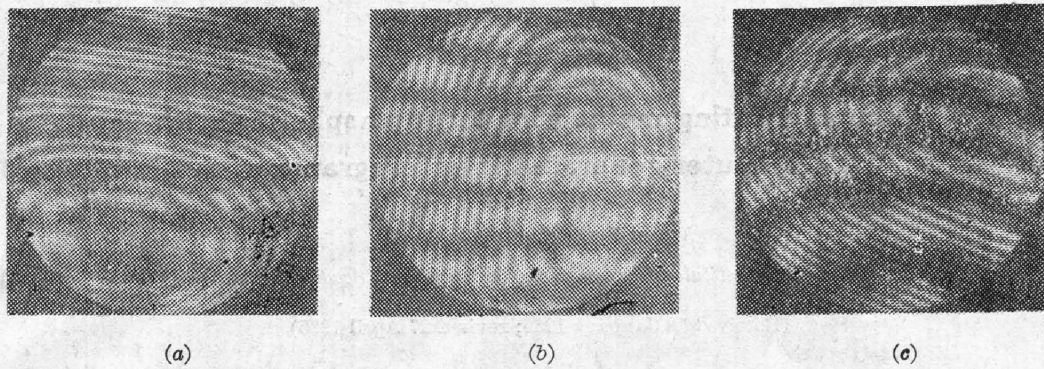


图 6 非球面(a)沿 x 轴平移; (b)绕 x 轴转动; (c)离焦情况下的莫尔条纹
 Fig. 6 Moiré fringes under conditions of (a) translating the mirror along x -axis;
 (b) rotating it about x -axis and (c) defocusing it

以上叙述了计算干涉图补偿法检验非球面的原理,介绍了检验装置,讨论了面形与莫尔条纹的关系,分析了误差。最后编制了绘图程序,制作了一个计算机干涉图,实际检验了一个抛物面反射镜,结果证明了这种方法的可行性。所使用的装置具有结构简单、容易调整、扩束透镜和分束器不引入附加像差等优点。

参 考 文 献

- [1] A. W. Lohmann, D. P. Paris; *Appl. Opt.*, 1967, **6**, No. 10 (Oct), 1739.
- [2] A. J. MacGovern, J. C. Wyant; *Appl. Opt.*, 1971, **10**, No. 3 (Mar), 619.
- [3] 顾去吾;《光学学报》, 1981, **1**, No. 2 (Mar), 135.
- [4] W. H. Lee; *Appl. Opt.*, 1974, **13**, No. 7 (Jul), 1677.

A compensating method for testing aspherics with computer-generated interferograms

JIANG ZILONG AND GU QUWU

(Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

(Received 18 January 1985; revised 27 April 1985)

Abstract

One of the successful applications of computer holography is the testing of aspheric surfaces. Computer generated holograms (CGH's) provide an ideal reference wavefront for the test. This paper describes briefly the principle and experiment of the testing of aspherics with compensating method using computer-generated interferograms (CGI), and proposes a testing system that does not introduce additional aberration. We used the CGI as a compensating plate and inspected the surface according to Moiré fringes. The relation between the aspheric surface figure and the intensity distribution of Moiré fringes is analysed and simulated on a computer. Various factors that could possibly affect the test precision are discussed. The set-up used is very simple and convenient to adjust.