

# 椭圆芯单模阶跃光纤中 孤立波偏振特性分析

周 国 生  
(山西大学物理系)

## 提 要

本文综合考虑了非线性效应和色散效应作用下, 横向分段连续介质中孤立波的传播。并以椭圆芯单模阶跃光纤为特例, 讨论了光纤结构参数、孤立波振幅对偏振色散和孤立波宽度的影响。理论结果表明, 在特殊的孤立波振幅下, 偏振色散为零。

## 一、引 言

在光纤中传播的孤立波, 不但脉宽窄, 而且可以获得色散与非线性效应相抵消的传播状态, 因此引起人们的极大兴趣。

1980年 Mollenauer 等<sup>[1]</sup>成功地观察到了孤立波在圆形单模阶跃光纤中的传播。实验发现<sup>[2]</sup>, 在圆形光纤中孤立波不能保持偏振状态, 因此可能引起孤立波光功率的涨落。

众所周知, 当光以非孤立波形式在光纤中传播时, 不同偏振态具有不同的传播特性。人们常用椭圆芯光纤以保持其偏振态。在其它情况, 为了使不同偏振态的光的群速度不致相差很大, 必须要求光纤的椭圆度不高于某一限值。同样, 可以预期, 当光以孤立波形式在光纤中传播时, 不同偏振态的孤立波也将有不同的传播特性。因此, 研究椭圆芯单模光纤中孤立波的传播既有理论意义, 也有实用价值。在光纤与集成光学元件耦合时, 或应用于对偏振灵敏的探测方式时, 都需要用能保持孤立波偏振特性的光纤<sup>[3]</sup>。在相反的情况下, 为了使两个偏振方向的孤立波的群速度不致相差过大, 必须使光纤的椭圆度小于某一限值。从这方面看, 也必须研究椭圆芯光纤中孤立波的传播特性。本文的目的, 在于从理论上探讨椭圆芯光纤中孤立波的传播特性; 孤立波的宽度、群速度等随椭圆度、光纤结构参数、光的振幅等的变化规律。

## 二、横向分段连续介质中孤立波的传播

对于折射率横向分布连续的光纤, 文献 [4] 给出了光场包络所满足的微分方程; 对于折射率横向分布分段连续的介质, 如阶跃光纤, 设折射率分布为

$$n(\mathbf{r}, \omega, \mathbf{E}) = n_1(\mathbf{r}, \omega) + n_{21}|E|^2, \quad (1)$$

$$n_i^2(\mathbf{r}, \omega) = f_i(\mathbf{r})n_i^2(\omega), \quad (2)$$

式中脚标  $i=1, 2$  分别表示芯区和包层的物理量。可分段应用文献[4]的结果。同时注意到,在芯区和包层内,轴向波数  $q$  有相同的数值。因此,光纤中的光场  $\mathbf{E}_i(\mathbf{r}, t)$  可表示为

$$\mathbf{E}_i(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}_i(\mathbf{r}, t) \exp[-i(qz - \omega_0 t)], \quad i=1, 2 \quad (3)$$

式中  $\mathbf{r}$  为柱坐标  $(r, \varphi, z)$  中的矢径。光场包络应满足下列方程。

$$\left. \begin{aligned} Q_i \mathbf{A}_i(\mathbf{r}, t) &= 0, \\ Q_i &= \nabla_i^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - q^2 + f_i(\mathbf{r})k_0^2 + 2j \left[ q \frac{\partial}{\partial z} + a_i(\mathbf{r}) \frac{\partial}{\partial t} \right] \\ &\quad - b f_i(\mathbf{r}) \frac{\partial^2}{\partial t^2} + D_i |\mathbf{A}_i(\mathbf{r}, t)|^2, \quad i=1, 2 \\ a_i &= k_0 k_0' f_i(\mathbf{r}), \quad b = k_0 k_0'' + k_0'^2, \\ D_i &= 2k_0^2 n_{2i}/n_0, \quad k(\omega) = n_1(\omega)(\omega/c), \quad i=1, 2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中角标一撇和二撇分别表示对  $\omega$  的一级和二级微商,  $k_0 = k(\omega_0)$ ,  $n_0 = n_1(\omega_0)$ 。设非线性效应对光纤的模的场分布影响很小,因此可设

$$\mathbf{A}_i = \theta(z, t) \mathbf{e}_i(\rho), \quad (5)$$

其中  $\rho = \rho(r, \varphi)$ ,  $\mathbf{e}_i(\rho)$  ( $i=1, 2$ ) 分别表示光纤芯区和包层中的模场分布。以矢量形式表示,可使结果较普遍,不仅可用于纵向场不为零的模场分布,也可用于非弱导近似。另外,  $\theta(z, t)$  仅是  $z$  和  $t$  的函数,在芯区和包层中应有相同的函数形式,以保证孤立波在芯区和包层中同时向前传播。

分别对(4)式的  $i=1$  和  $2$  左乘  $\mathbf{e}_i^*$ ,  $i=1$  和  $2$ , 再分别对芯区和包层积分,相加,可得

$$\left. \begin{aligned} \left[ d_1 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - q^2 + k_0^2 \bar{f} + 2j \left( q \frac{\partial}{\partial z} + \bar{a} \frac{\partial}{\partial t} \right) - b \bar{f} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + d_2 |\theta|^2 \right] \theta(z, t) &= 0, \\ d_1 &= (1/c) \left[ \iint_{S_1} \mathbf{e}_1^* \cdot \nabla_1^2 \mathbf{e}_1 r dr d\varphi + \iint_{S_2} \mathbf{e}_2^* \cdot \nabla_2^2 \mathbf{e}_2 r dr d\varphi \right], \\ \bar{f} &= (1/c) \left[ \iint_{S_1} f \mathbf{e}_1^* \cdot \mathbf{e}_1 r dr d\varphi + \iint_{S_2} f \mathbf{e}_2^* \cdot \mathbf{e}_2 r dr d\varphi \right], \\ d_2 &= (1/c) \left[ \iint_{S_1} D_1 (\mathbf{e}_1^* \cdot \mathbf{e}_1)^2 r dr d\varphi + \iint_{S_2} D_2 (\mathbf{e}_2^* \cdot \mathbf{e}_2) r dr d\varphi \right], \\ c &= \iint_{S_1} \mathbf{e}_1^* \cdot \mathbf{e}_1 r dr d\varphi + \iint_{S_2} \mathbf{e}_2^* \cdot \mathbf{e}_2 r dr d\varphi, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中积分限  $S_1$ 、 $S_2$  分别代表芯区和包层。公式(6)就是在横向分段连续介质中,场强包络随时间  $t$  和距离  $z$  应满足的方程。函数  $\bar{f}$  为函数  $f$  对模场分布的平均值。

对于稳定的基态孤立波,令

$$\theta = \theta(\tau), \quad \tau = [t - (z - v_g)], \quad v_g = q/\bar{a}, \quad (7)$$

则(6)式的虚部为零。它的实部方程,当

$$\left. \begin{aligned} q^2 &= k_0^2 \bar{f} + d_1 + (d_2 \theta_0^2 / 2), \\ \gamma^2 &= (d_2 \theta_0^2 / 2) / [(\bar{a}^2 / q^2) - b \bar{f}], \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

时,有“明”孤立波解

$$\theta = \theta_0 \operatorname{sech} \gamma \tau, \quad (9)$$

式中  $\theta_0$  是  $\tau=0$  时孤立波的振幅。

将(8)式代入(7)式,可得孤立波的群速度  $v_g$ ,由公式(8),可得孤立波宽度  $1/\gamma$ 。

为了保证(8)式中的  $\gamma^2 \geq 0$ ,注意到  $d_2$  恒大于零,可得  $k_0''$  必须满足下列不等式。

$$k_0'' < k_0^{-1} k_0''^2 \left\{ \left[ 1 + \frac{d_1 + (d_2 \theta_0^2 / 2)}{k_0^2 f} \right]^{-1} - 1 \right\}. \quad (10)$$

可见,

$$k_0''_{\max} > 0, \quad \text{当 } -1 < [d_1 + (d_2 \theta_0^2 / 2)] / k_0^2 f < 0, \quad (11)$$

$$k_0''_{\max} < 0, \quad \text{当 } d_1 + (d_2 \theta_0^2 / 2) > 0. \quad (12)$$

一般说  $d_1 < 0$ ,因此,在孤立波的初振幅  $\theta_0$  足够小,以致满足条件(11)式,而且初振幅又不太小,以致存在非线性效应,可以和色散相抵消,则  $k_0''_{\max} > 0$ ,  $k_0''$  可能是正值。但当孤立波的初振幅  $\theta_0$  较大时,由公式(12),  $k_0''_{\max} < 0$ 。  $k_0''$  只能是负值,这一结论与文献[4]不同,应当指出:文献[1]的实验正是在  $k_0'' < 0$  的负群速度色散区内实现的。

### 三、椭圆芯单模阶跃光纤中孤立波的传播

本节中,用弱导近似,以求得解析近似解;并将芯区与包层中的量统一表示。对于阶跃单模光纤,折射率横向分布函数  $f$  为

$$\left. \begin{aligned} f(\mathbf{r}) &= f_0(\rho) + [\delta\epsilon(\rho)/n_c^2], \\ f_0(\rho) &= \begin{cases} 1, & (r/R) \leq 1, \\ 1-\Delta, & (r/R) \geq 1, \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

这里  $n_c$  是当  $\omega = \omega_0$  时光纤芯区的折射率,  $f_0(\rho)$  是相应圆芯阶跃光纤折射率的横向分布函数,  $R$  是相应圆芯光纤芯半径,  $R = (R_x + R_y)/2$ ,  $R_x$  和  $R_y$  分别是椭圆芯半长轴和半短轴,  $\Delta = (n_c - n_{cl})/n_c$ ,  $n_{cl}$  是当  $\omega = \omega_0$  时光纤包层的折射率,  $\Delta$  是相对折射率差,  $\delta\epsilon$  是折射率平方的修正项,如图1所示。图1中阴影区其折射率平方差由公式(14)表示。

$$\left. \begin{aligned} \delta\epsilon &= \begin{cases} 0, & (r/R) \leq 1 \\ n_c^2 \Delta, & (r/R) > 1 \end{cases} & \text{I、III 区} \\ \delta\epsilon &= \begin{cases} -n_c^2 \Delta, & (r/R) \leq 1 \\ 0, & (r/R) > 1 \end{cases} & \text{II、IV 区} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

利用模耦合理论,由文献[3]的结论,略加推导,可得椭圆芯单模阶跃光纤基模场分布近似为

$$\mathbf{e}_m = B_i \mathbf{e}'_m, \quad m=1, 2, \quad (15)$$

式中  $\mathbf{e}'_m (m=1, 2)$  是相应的圆芯光纤的  ${}^0\text{HE}_{11}$  和  ${}^e\text{HE}_{11}$  模,它们分别近似在  $x$  轴和  $y$  轴方向偏振,  $\mathbf{e}'_i$  已在文献[5]中给出。

为求出折射率分布对模场的平均,可先根据公式(6)求出对模场的平均值  $\overline{\delta\epsilon}$ ,  $\overline{\delta\epsilon}$  的值,可由文献[3]中求得

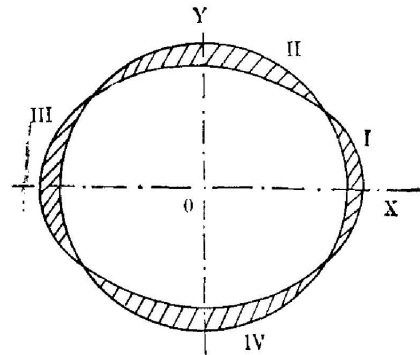


图1 椭圆芯与相应的圆芯光纤折射率分布比较图

Fig. 1 Cross sections of the elliptical and corresponding circular core fibers

$$\left. \begin{aligned} \bar{\delta\epsilon} &= en_c k_0 (\Delta^2 / 2\omega\epsilon_0) G(\nu), \\ G(\nu) &= \frac{w^3}{\nu^4} \left[ u^2 + \frac{Q\nu^2}{2J_1^2} \left( K_0 K_2 \frac{J_0}{K_0^2} - J_0 J_2 \right) \right], \\ Q &= u^2 w^2 J_0 / \nu^2 u J_1, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式中  $e = 1 - (R_y/R_x)$ ,  $u = (n_c^2 k_0^2 - \beta_i^2)^{1/2} R$ ,  $w = (\beta_i^2 - n_{ci}^2 k_0^2)^{1/2} R$ ,

$$\nu = (u^2 + w^2)^{1/2} \approx k_0 R n_c \sqrt{2\Delta},$$

$\nu$  是归一化频率。 $J$  和  $K$  分别是贝塞尔函数和第二类变型贝塞尔函数, 它们的宗量分别是  $u$  和  $w$ 。在  $G(\nu)$  的右方, 第一项是由场的纵向分量引起的, 后面的项是由较精确的场的横向分量引起的。对于 LP 模,  $Q=0$ ,  $G(\nu)$  仅由第一项表示。

将公式(13)~(15)代入公式(6), 可得折射率分布函数对模场分布的平均值

$$\left. \begin{aligned} \bar{f} &= \bar{f}_0 + \Delta \bar{f}, \\ \bar{f}_0 &= \frac{1 - \Delta \left( \frac{w J_0}{\nu K_0} \right)^2 \left[ 2 \left( \frac{\beta_m R}{w} \right)^2 (1 - Q\Delta) (K_0^2 + w K_1^2) + K_1^2 - K_0 K_2 \right]}{2(\beta_m R/w)^2 (1 - Q\Delta) J_1^2 + J_0^2}, \\ \Delta \bar{f} &= -(-1)^m \Delta^3 (en_c k_0 / \omega\epsilon_0) (u^2 / \nu^2) G(\nu) [2(\beta_m R/w)^2 (1 - Q\Delta) J_1^2 + J_0^2]^{-1}. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$m=1, 2$

由于椭圆芯光纤的  $d_1$ 、 $d_2$  值与相应的圆芯光纤的  $d_1$ 、 $d_2$  值近似相等, 故有

$$\left. \begin{aligned} q^2 &= q_0^2 + k_0^2 \Delta \bar{f}, \\ q_0^2 &= k_0^2 \bar{f}_0 + d_1 + (d_2 \theta_0^2 / 2), \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

这里  $q_0$  是相应的圆芯光纤的波数。

由公式(8), 可得孤立波的宽度为

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\gamma} &\approx \frac{1}{\gamma_0} - \Delta \bar{f} \frac{\gamma_0}{d_2 \theta_0^2} \left( \frac{\bar{a}^2 k_0^2}{q_0^4} + b - \frac{2\bar{a}^2}{f_0 q_0^2} \right), \\ \frac{1}{\gamma_0} &= \frac{2}{d_2 \theta_0^2} \left( \frac{\bar{a}^2}{q_0^2} - b \bar{f}_0 \right), \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式中  $(1/\gamma_0)$  是相应的圆芯光纤中孤立波的宽度, 孤立波宽度反比于孤立波的强度, 这正是孤立波的特性之一。

两偏振模 ( $m=1, 2$ ; 即  ${}^o\text{HE}_{11}$  模和  ${}^e\text{HE}_{11}$  模) 的孤立波宽度之差为

$$\Delta(1/\gamma) = (1/\gamma_2) - (1/\gamma_1) = 2|\Delta \bar{f}| \frac{\gamma_0}{d_2 \theta_0^2} \left( \frac{\bar{a}^2 k_0^2}{q_0^4} + b - \frac{2\bar{a}^2}{f_0 q_0^2} \right), \quad (20)$$

前面三个公式说明, 在椭圆芯长轴方向 ( $x$  方向) 偏振的  ${}^o\text{HE}_{11}$  模的孤立波波宽, 比在短轴方向 ( $y$  方向) 偏振的  ${}^e\text{HE}_{11}$  模的孤立波波宽要窄。两者之差与孤立波初振幅的平方成反比, 与光纤的相对折射率  $\Delta$  的平方, 芯区的椭圆偏心率  $e$  成正比。

椭圆芯光纤中孤立波的群速度可由(18)式代入(7)式得到

$$\left. \begin{aligned} v_g &= v_{g_0} \left[ 1 - \frac{\Delta \bar{f}}{(1/f_0) - (k_0^2 / 2q_0^2)} \right], \\ v_{g_0} &= q_0 / \bar{a}, \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

式中  $v_{g_0}$  是相应圆芯光纤中的群速度。

(1) 当  $\bar{f}_0 < 2q_0^2/k_0^2$  时 (即  $k_0^2 \bar{f}_0 + 2d_1 + d_2 \theta_0^2 < 0$  时), 由公式(11),  $k_0''_{\max} > 0$ , 则  ${}^o\text{EH}_{11}$  模在椭圆芯光纤中的群速度比相应的圆芯光纤中的小, 而  ${}^e\text{EH}_{11}$  模在椭圆芯光纤中的群速度

将比相应圆芯光纤中的要大。

(2) 当  $\bar{f}_0 > 2q_0^2/k_0^2$  时 (即  $k_0^2\bar{f}_0 + 2d_1 + d_2\theta_0^2 > 0$  时), 由公式(12),  $k_{0\max}'' < 0$ , 这情况与前者刚巧相反, 在椭圆芯光纤中,  ${}^o\text{EH}_{11}$  模的群速度最大,  ${}^e\text{EH}_{11}$  模群速度最小, 而相应的圆芯光纤中的群速度居中。(由于圆对称性, 圆芯光纤中的  ${}^e\text{EH}_{11}$  模和  ${}^o\text{EH}_{11}$  模的群速度应相等)。

(3) 当  $\bar{f}_0 = 2q_0^2/k_0^2$  时 (即  $k_0^2\bar{f}_0 + 2d_1 + d_2\theta_0^2 = 0$  时), 三种情况下的群速度都相等。

在椭圆芯光纤中,  ${}^e\text{EH}_{11}$  模与  ${}^o\text{EH}_{11}$  模孤立波群速度之差的绝对值, 可表示为

$$|\Delta v_g| = 2v_g \left| \frac{\Delta f}{\bar{f}_0} \right| \left| (1/\bar{f}_0) - (k_0^2/2q_0^2) \right|, \quad (22)$$

由(22)式及公式(17)可见, 椭圆偏心率越大, 阶跃光纤的相对折射率越大, 则不同偏振的孤立波的群速度相差越大, 为了获得单偏振的孤立波可以增大椭圆偏心率  $e$  及相对折射率  $\Delta$ 。反之, 为了使两偏振方向的孤立波的群速度小, 就必须要求光纤的椭圆偏心率  $e$  小, 相对折射率  $\Delta$  小。另外, 当归一化频率  $\nu = 1.8$  时,  $G(\nu)$  最大<sup>[3]</sup>。所以取  $\nu = 1.8$ , 可使两不同方向偏振的孤立波的群速度差最大。

在椭圆芯光纤中, 不同偏振的孤立波的群速度之差与孤立波的初强度  $\theta_0^2$  有关。当  $\theta_0^2$  很小, 满足第一种情况,  ${}^o\text{EH}_{11}$  模的群速度最小。当  $\theta_0^2$  增大, 以致满足第三种情况,  ${}^o\text{EH}_{11}$  模与  ${}^e\text{EH}_{11}$  模的群速度相等。当  $\theta_0^2$  再增大时,  ${}^o\text{EH}_{11}$  模的群速度可比  ${}^e\text{EH}_{11}$  模大。这种特点, 也正是孤立波所特有的, 但它不利于椭圆芯光纤的通信利用。

## 四、结 语

本文综合研究了横向折射率分布分段连续介质中非线性效应和色散效应作用下, 稳态孤立波的传播过程。并以椭圆芯单模阶跃光纤为例, 讨论了孤立波的偏振特性, 认为: 减小光纤芯椭圆偏心率  $e$  和相对折射率  $\Delta$ , 以及光纤的归一化频率偏离  $\nu = 1.8$ , 有利于获得小的偏振色散及不同偏振光波宽的差异。偏振色散还与孤立波振幅有关。当

$$\theta_0^2 = -(2d_1 + k_0^2\bar{f}_0)/d_2$$

时, 偏振色散为零, 小于或大于上述数值, 会使偏振色散的符号改变。

## 参 考 文 献

- [1] L. F. Mollenauer, R. H. Stolen *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1980, **45**, No. 13 (29) No. 13 (29 Sep), 1095.
- [2] R. H. Stolen, L. F. Mollenauer; *Opt. Lett.*, 1983, **8**, No. 3 (Mar), 186.
- [3] J. Sakai, T. Kimura; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1981, **QE-17**, No. 6 (Jun), 1041.
- [4] B. Bendow, P. D. Gianino *et al.*; *J. O. S. A.*, 1980, **70**, No. 5 (May), 539.
- [5] E. Snitzer; *J. O. S. A.*, 1961, **51**, No. 5 (May), 491.

## **Polarization properties of solitons in an elliptical-core single-mode step-index fiber**

ZHOU GUOSHENG

*(Department of Physics, Shanxi University, Taiyuan)*

(Received 26 October 1984; revised 28 March 1985)

### **Abstract**

Propagation properties of solitons in a transverse segmentally continuous medium (for example, an elliptical-core single-mode step-index fiber) are analysed by considering both the nonlinear effect and dispersion effect. Fiber configurations and effects of the soliton amplitude on polarization dispersion and soliton wave-width are discussed. Theoretical calculations show that the polarization dispersion reaches zero at a specific amplitude of the soliton.