第5卷 第9期　　光 学 学 报　　Vol. 5, No. 9
1985年9月　　ACTA OPTICA SINICA　　September, 1985

镶嵌面阵传像特性的基本理论模型

张 保 民
(华东工学院)

提　　要

本文依据图像积分抽样的特点，通过引入抽样点扩散序列概念使系统在离散意义上等晕化，并考虑单元窗口的二次空间滤波作用，发展了一种关于镶嵌面阵传像特性的基本理论模型。同时，给出了全面评价这类系统图像传递性能的新方法。

一、引　　言

在光电成像系统中，诸如光学纤维面板、微通道板、硅二极管列阵靶、红外探测器焦面列阵、电荷耦合器件等一些镶嵌面阵，由于在结构上呈现离散的分立特征，不满足空间不变(等晕)条件，因而对它们来说，通常涵义下的OTF或MTF并不存在。Montgomery[1]首先研究了抽样成像系统对单一空间频率输入的响应特性。接着Pinson[2]定量讨论了连续表面光栅扫描成像的混淆效应。Levi[3]给出了一维离散成像系统的简要分析，指出这样的系统可以在空间频率域用传递函数和附加噪声来表示。最近，Wittenstein等[4]人假设可以将抽样面积的作用以点扩散函数卷积的方式归并到输入光组中去，通过讨论点目标成像，提出如果在空间频率域中重新定义等晕条件，则可以将OTF概念扩展到有混淆效应的抽样系统中去，并且，可以在测量OTF的同时，由获得的MTF数据计算出该系统的混淆量。

本文对具有任意平行四边形抽样网格和任意窗口形式的二维镶嵌传像面阵，严格按照线性系统与积分抽样[5]理论，通过引入具有特定涵义又可实际测量的抽样点扩散序列(SPSS)，使系统在离散意义上等晕化，并且考虑到单元窗口的二次空间滤波作用，而给出其传像特性的一般理论表达式。分析表明，如果将满足线性等晕条件的普通成像系统等效为无源低通空间滤波器，则镶嵌面阵类型的抽样成像系统，就是一种有源的低通带通组合空间滤波器。本文提出用抽样网格基矢方向上零初相矩形连续谱输入所产生的输出频谱，作为对镶嵌面阵传像特性进行完整评价的基本依据。同时，推荐A_0, α, β三个集总参数作为一组表征系统传像性能的质量指标。按照各自的定义，它们分别与系统的真频信息容量、假频比例以及真假频混淆程度相关。

二、基本理论模型

对于具有任意平行四边形抽样网格和任意窗口形式的二维镶嵌面阵，若令$\boldsymbol{b}_1$和$\boldsymbol{b}_2$表示网格的基矢，可将抽样函数表示为

收稿日期：1984年6月19日；收到修改稿日期：1985年4月16日

$$S(\boldsymbol{r})=\sum_{n_1=-\infty}^{\infty}\sum_{n_2=-\infty}^{\infty}\delta(\boldsymbol{r}-n_1\boldsymbol{b}_1-n_2\boldsymbol{b}_2), \tag{1}$$

$$\delta(k)=\begin{cases}1, & k=0\\ 0, & k\neq 0\end{cases} \tag{2}$$

为克隆尼克 δ 序列。在每个抽样点，即网格的格点处，面阵都有一个小的输入窗口，设输入窗口函数

$$w_{\mathrm{el,in}}(\boldsymbol{r})\Leftrightarrow W_{\mathrm{el,in}}(\boldsymbol{f}), \tag{3}$$

式中 $\boldsymbol{r}$ 与 $\boldsymbol{f}$ 分别为位置矢量与空间频率矢量；大写字母函数表示相应的小写字母函数的傅里叶变换。

图像在面阵的输入端面上首先受到积分抽样。与点抽样不同，在积分抽样时，样值等于被抽样函数在一个围绕抽样点的确定区域上以某一函数为权函数的加权积分。对于输入图像 $f(\boldsymbol{r})$ 积分抽样所得样值序列为

$$f_{\mathrm{is}}(\boldsymbol{r})=[\boldsymbol{f}(\boldsymbol{r})\circledast w_{\mathrm{el,in}}(\boldsymbol{r})]S(\boldsymbol{r}), \tag{4}$$

$$F_{\mathrm{is}}(\boldsymbol{f})=[F(\boldsymbol{f})\cdot W_{\mathrm{el,in}}(\boldsymbol{f})]\circledast\left\{\frac{1}{|\boldsymbol{b}_1\times\boldsymbol{b}_2|}\sum_{m_1=-\infty}\sum_{m_2=-\infty}^{\infty}\delta[\boldsymbol{f}-m_1\boldsymbol{b}_1^*-m_2\boldsymbol{b}_2^*]\right\}, \tag{5}$$

或

$$F_{\mathrm{is}}(\boldsymbol{f})=\frac{1}{|\boldsymbol{b}_1\times\boldsymbol{b}_2|}\sum_{m_1=-\infty}^{\infty}\sum_{m_2=-\infty}^{\infty}[F(\boldsymbol{f}-m\boldsymbol{b}_1^*-m_2\boldsymbol{b}_2^*)W_{\mathrm{el,in}}(\boldsymbol{f}-m_1\boldsymbol{b}_1^*-m_2\boldsymbol{b}_2^*)], \tag{6}$$

式中

$$\boldsymbol{b}_1^*\cdot\boldsymbol{b}_1=1,\quad \boldsymbol{b}_2^*\cdot\boldsymbol{b}_2=1;\quad \boldsymbol{b}_1^*\cdot\boldsymbol{b}_2=0,\quad \boldsymbol{b}_2^*\cdot\boldsymbol{b}_1=0, \tag{7}$$

$$\boldsymbol{b}_1^*=\frac{\boldsymbol{b}_2\times(\boldsymbol{b}_1\times\boldsymbol{b}_2)}{|\boldsymbol{b}_1\times\boldsymbol{b}_2|};\quad \boldsymbol{b}_2^*=\frac{\boldsymbol{b}_1\times(\boldsymbol{b}_2\times\boldsymbol{b}_1)}{|\boldsymbol{b}_1\times\boldsymbol{b}_2|}。 \tag{8}$$

$\boldsymbol{b}_1^*$ 与 $\boldsymbol{b}_2^*$ 为 $\boldsymbol{b}_1$ 与 $\boldsymbol{b}_2$ 的倒易矢量，亦即空间频率域中抽样点阵的基矢。虽然一般说来镶嵌面阵不符合空间不变条件，但是，对于样值序列 $f_{\mathrm{is}}(\boldsymbol{r})$ 只要我们特地引入一个离散而非连续的抽样点扩散序列 $h_s(\boldsymbol{r})$，并且假定面阵的所有单元均具有完全一致的透过或响应特性，就可以将通常涵义下本来非等晕的这种系统，在离散抽样的意义上，将它看成是等晕的。从而，可以利用离散卷积来表示相邻单元间由种种实际原因引起横向扩散效应所导致的图像变化：

$$f_{\mathrm{ish}}(\boldsymbol{r})=f_{\mathrm{is}}(\boldsymbol{r})\circledast h_s(\boldsymbol{r})。 \tag{9}$$

抽样点扩散序列是一种确实的客观存在。但无论如何我们总可以设想 $h_s(\boldsymbol{r})$ 为某一连续函数 $h(\boldsymbol{r})$ 沿 $\boldsymbol{b}_1$ 和 $\boldsymbol{b}_2$ 方向以 $|\boldsymbol{b}_1|$ 和 $|\boldsymbol{b}_2|$ 为周期的点抽样样值序列，即

$$h_s(\boldsymbol{r})=h(\boldsymbol{r})S(\boldsymbol{r}), \tag{10}$$

$$\sum_{m_1=-\infty}^{\infty}\sum_{m_2=-\infty}^{\infty}h_s(\boldsymbol{r})=1, \tag{11}$$

这样，在空间频率域可有

$$F_{\mathrm{ish}}(\boldsymbol{f})=F_{\mathrm{is}}(\boldsymbol{f})H_s(\boldsymbol{f}), \tag{12}$$

$$H_s(\boldsymbol{f})=\frac{1}{|\boldsymbol{b}_1\times\boldsymbol{b}_2|}\sum_{m_1=-\infty}^{\infty}\sum_{m_2=-\infty}^{\infty}H(\boldsymbol{f}-m_1\boldsymbol{b}_1^*-m_2\boldsymbol{b}_2^*)。 \tag{13}$$

由于可以认为在传像面阵输出端面上每个单元窗口内处处都具有和抽样点(窗口中心)处相等的信号强度，所以，如果以 $w_{\mathrm{el,out}}(\boldsymbol{r})$ 表示输出端面上的窗口函数，则面阵输出图像

$g(\boldsymbol{r})$应当是$f_{\mathrm{ish}}(\boldsymbol{r})$与$w_{\mathrm{el,out}}(\boldsymbol{r})$卷积的结果。即

$$g(\boldsymbol{r})=f_{\mathrm{ish}}(\boldsymbol{r})\circledast w_{\mathrm{el,out}}(\boldsymbol{r}),\tag{14}$$

其中

$$w_{\mathrm{el,out}}(\boldsymbol{r})=\begin{cases}1, & (r_x,\ r_y)\in R\\ 0, & (r_x,\ r_y)\notin R\end{cases}\tag{15}$$

R表示窗口区域。

综上所述可得输出图像

$$g(\boldsymbol{r})=\{[f(\boldsymbol{r})\circledast w_{\mathrm{el,in}}(\boldsymbol{r})]S(\boldsymbol{r})\}\circledast h_s(\boldsymbol{r})\circledast w_{\mathrm{el,out}}(\boldsymbol{r}),\tag{16}$$

或

$$g(\boldsymbol{r})=\{[f(\boldsymbol{r})\circledast w_{\mathrm{el,in}}(\boldsymbol{r})]S(\boldsymbol{r})\}\circledast[h(\boldsymbol{r})\cdot S(\boldsymbol{r})]\circledast w_{\mathrm{el,out}}(\boldsymbol{r})。\tag{17}$$

其空间频谱

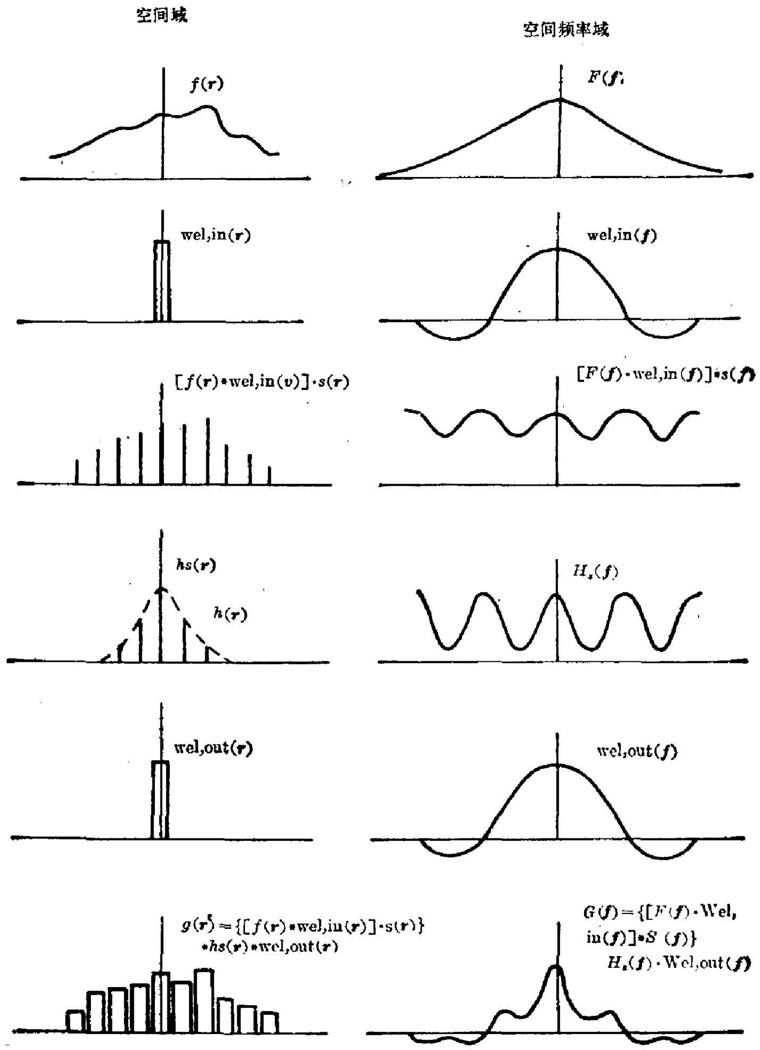


图 1 镶嵌面阵中图像的抽样传递过程

Fig. 1 Sampled image transfer process in a mosaic area array

$$G(\boldsymbol{f})=\frac{1}{|\boldsymbol{b}_1\times\boldsymbol{b}_2|}\left\{\sum_{m_1=-\infty}^{\infty}\sum_{m_2=-\infty}^{\infty}[F(\boldsymbol{f}-m_1\boldsymbol{b}_1^*-m_2\boldsymbol{b}_2^*)\right.$$
$$\left.\times W_{\mathrm{el,in}}(\boldsymbol{f}-m_1\boldsymbol{b}_1^*-m_2\boldsymbol{b}_2^*)]\right\}H_s(\boldsymbol{f})W_{\mathrm{el,out}}(\boldsymbol{f}), \tag{18}$$

或

$$G(\boldsymbol{f})=\frac{1}{|\boldsymbol{b}_1\times\boldsymbol{b}_2|}\left\{\sum_{m_1=-\infty}^{\infty}\sum_{m_2=-\infty}^{\infty}[F(\boldsymbol{f}-m_1\boldsymbol{b}_1^*-m_2\boldsymbol{b}_2^*)W_{\mathrm{el,in}}(\boldsymbol{f}-m_1\boldsymbol{b}_1^*-m_2\boldsymbol{b}_2^*)]\right\}$$
$$\times\left[\sum_{m_1=-\infty}^{\infty}\sum_{m_2=-\infty}^{\infty}H(\boldsymbol{f}-m_1\boldsymbol{b}_1^*-m_2\boldsymbol{b}_2^*)\right]W_{\mathrm{el,out}}(\boldsymbol{f})。 \tag{19}$$

整个镶嵌面阵中图像的抽样传递过程如图 1 所示。

三、讨　论

在空间频率域中，镶嵌面阵输入端面中图像被积分抽样的过程，就是原图像频谱 $F(\boldsymbol{f})$ 首先受到输入窗口的低通滤波作用，而后即以 $|\boldsymbol{b}_1^*|$ 和 $|\boldsymbol{b}_2^*|$ 为周期沿 $\boldsymbol{b}_1^*$ 和 $\boldsymbol{b}_2^*$ 方向重复出现，形成周期性频谱，从而除原图像真频成分之外，引入了一系列高频率的假频成分。但按照(6)式，只要假定 $f(\boldsymbol{r})\circledast w_{\mathrm{el,in}}(\boldsymbol{r})$ 是 $\boldsymbol{f}_c$ 一频带受限函数($|\boldsymbol{f}_1|\leqslant f_{1c}$, $|\boldsymbol{f}_2|\leqslant f_{2c}$)，并且满足尼奎斯特条件

$$2f_{1c}\leqslant|\boldsymbol{b}_1^*|,\quad 2f_{2c}\leqslant|\boldsymbol{b}_2^*|, \tag{20}$$

即只要 $f(\boldsymbol{r})\circledast w_{\mathrm{el,in}}(\boldsymbol{r})$ 的频谱在空间频率平面上能够落在大小和形状由 $\boldsymbol{b}_1^*$ 和 $\boldsymbol{b}_2^*$ 决定而中心位于零频的平行四边形之内，真假频率成分就不致因重叠而发生混淆。这里，$w_{\mathrm{el,in}}(\boldsymbol{r})$ 的存在降低了对入射图像 $f(\boldsymbol{r})$ 的频谱要求。从避免或者减弱真假频混淆效应的角度来看，$w_{\mathrm{el,in}}(\boldsymbol{r})$ 的频谱 $W_{\mathrm{el,in}}(\boldsymbol{f})$ 随频率增加而衰降的速度越大越好。然而，除了它可能影响真频传递能力外，出于实际结构上的考虑，由于窗口的线性尺寸永远不可能超过相邻抽样点的间距，它也受到限制。

抽样点扩散序列 $h_s(\boldsymbol{r})$ 同样具有周期性的频谱 $H_s(\boldsymbol{f})$。在空间频率域中，它以 $|\boldsymbol{b}_1^*|$ 和 $|\boldsymbol{b}_2^*|$ 为周期沿 $\boldsymbol{b}_1^*$ 和 $\boldsymbol{b}_2^*$ 方向重复 $h_s(\boldsymbol{r})$ 对应的连续函数 $h(\boldsymbol{r})$ 的频谱 $H(\boldsymbol{f})$。显然，只要 $H(\boldsymbol{f})$ 的频谱宽度不满足尼奎斯特条件，同样会产生类似的混淆效应。这就是为什么一般不能将(19)式中的 $H(\boldsymbol{f}-m_1\boldsymbol{b}_1^*-m_2\boldsymbol{b}_2^*)$ 并入前一和式中的原因。这样，如果将图像在面阵输入端面处被积分抽样得到的样值序列看成是具有包括零频在内的无穷多个对称载频的调幅信号，那么，就可以将面阵单元间离散的横向扩散效应 $H_s(\boldsymbol{f})$，看成是一个具有包括零频在内的无穷多个对称中心频率的带通滤波器。

按照(14)式，图像还要受到面阵输出端面上窗口的低通滤波作用。这种滤波的低通性质，尽管使图像的真频成分多少也受到一些削弱，但却极大地抑制了抽样引入的假频干扰。

于是，我们可以将离散镶嵌面阵中的图像抽样传递过程归结为：输入→低通滤波→载频调幅→带通滤波→低通滤波→输出。

四、评 价 方 法

镶嵌面阵的非等晕性揭露了经典传递函数概念理论上的严重局限性。在实践中，如果

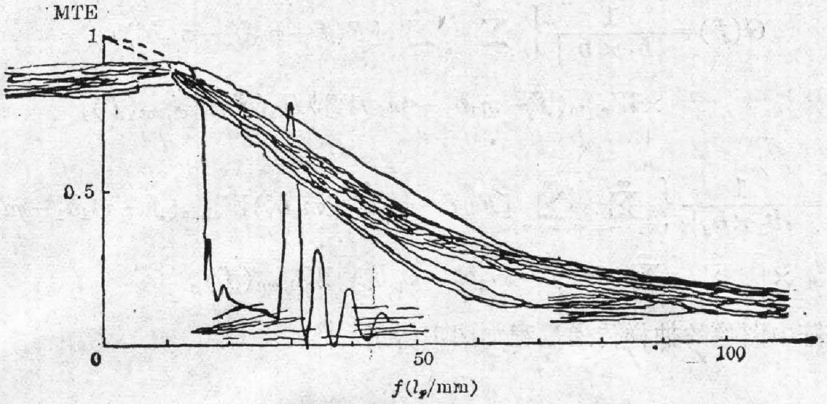


图2 一块光学纤维面板的实测 MTF 曲线
(丝径 5 μm, 狭缝宽 2 μm, 随机取向 20 次)

Fig. 2 Measured MTF curves of an optical fiber faceplate
(fiber diameter 5 μm, slit width 2 μm, random directions 20 times)

对其继续沿用传统的 MTF 评价方法，即使我们有意将空间频率范围限制在尼奎斯特频率之内，正如图2所示的那样，测试结果也必定强烈地依赖于输入狭缝的方向与位置。

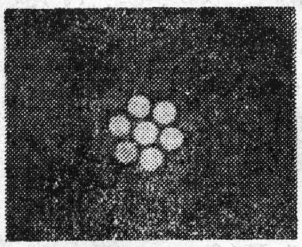
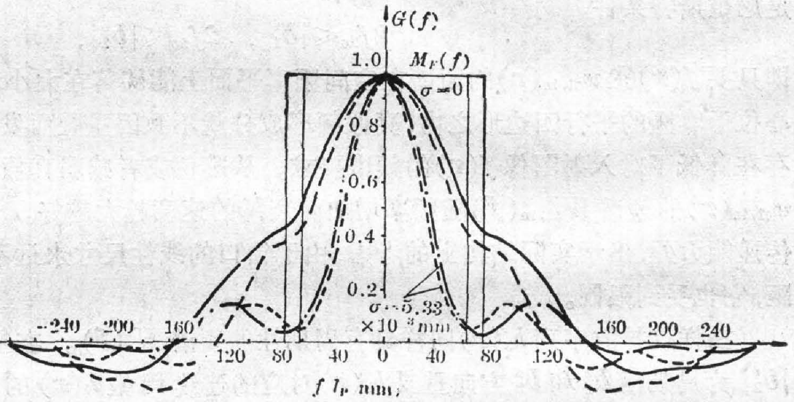


图3 从一块光学纤维面板摄取的抽样点扩散序列照片

Fig. 3 Photograph of the sampled point spread sequence taken from an optical fiber faceplate



圆孔，蜂房式排列，$h=2\rho=8\times10^{-3}$mm, $M_F(f)=\mathrm{rect}\left(\frac{f}{144.8 l_p/\mathrm{mm}}\right)$;

方孔，正方形排列，$h=a=8\times10^{-3}$mm, $M_F(f)=\mathrm{rect}\left(\frac{f}{125 l_p/\mathrm{mm}}\right)$.

$$H_s(f)=[\exp(-2\pi^2\sigma^2 f^2)]*S(f)$$

图4 输出图像的空间频谱(给定条件下)

Fig. 4 Space frequency spectra of output images
(under given conditions)

然而，本文所描述的理论模型则不仅能充分完整地反映镶嵌面阵中图像实际发生的抽样传递过程，而且所引入的抽样点扩散序列具有理论上的唯一确定性。它确实存在，并且如图3所示甚至可以通过直接测量的方法得到。

在此基础上，建议用抽样网格基矢方向上零初相矩形连续谱输入所产生的输出频谱如图4和图5所示，作为对镶嵌面阵的传像特性进行完整评价的基本依据。

在空间频率域中，以尼奎斯特频率为界的第一布里渊区是一个重要的特征频率区。如果以 $[G(f)]_0$ 和 $[G(f)]_\infty$ 分别表示 $f_0=|\boldsymbol{b}^*|/2$ 和 $f_0\to\infty$ 时镶嵌面阵对零初相矩形输入频

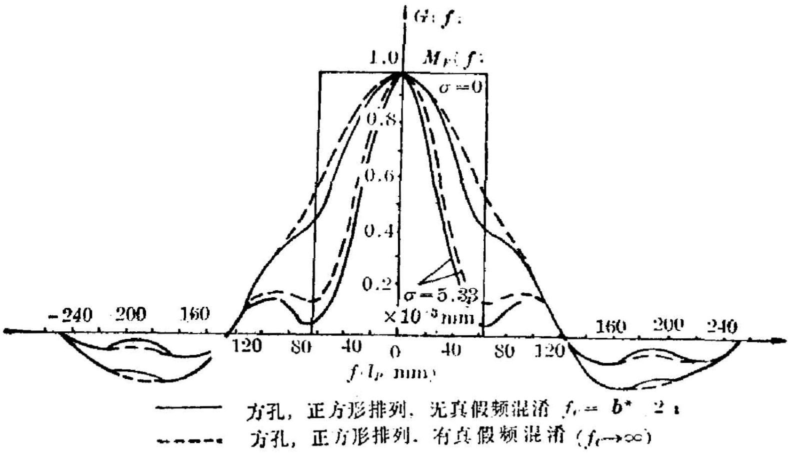


图 5 有无混淆效应时输出图像的空间频谱比较

Fig. 5 Comparison between space frequency spectra of output images with and without aliasing

谱所产生的输出频谱，并且令 $M_G(f)=|G(f)|$，即可引用参量 A_0 表征无混淆应时第一布里渊区传递的真频量

$$A_0=\int_{|f|<|b^*|}[M_G(f)]_0 df。\tag{21}$$

引用参量 α 表征无混淆效应时输出图像中假频成分相对于真频成分的比例

$$\alpha=\int_{|f|>|b^*|}[M_G(f)]_0 df\Big/\int_{|f|<|b^*|}[m_G(f)]_0 df。\tag{22}$$

引用参量 β 表征有混淆效应时混入第一布里渊区中的假频量与该区真频量的相对比例。

$$\beta=\int_{|f|<|b^*|}\{[M_G(f)]_a-[M_G(f)]_0\}df\Big/\int_{|f|<|b^*|}[M_G(f)]_0 df。\tag{23}$$

A_0，α 和 β 三个集总参数可以用来对镶嵌面阵的传像性能作出全面鉴定。

五、结　语

(1) 依据图像积分抽样的特点，通过引入抽样点扩散序列概念，使镶嵌面阵在离散意义上等晕化，发展了一种关于镶嵌面阵传像特性的基本理论模型；

(2) 对镶嵌面阵需要考虑单方窗口的两次低通滤波作用；

(3) 可以将镶嵌面阵中的图像抽样传递过程归结为：输入 → 低通滤波 → 载波调幅→带通滤波→低通滤波→输出；

(4) 建议用抽样网格基矢方向上零初相距形连续谱输入所产生的输出频谱，作为对镶嵌面阵空间传像特性进行完整评价的基本依据；

(5) 为了方便地进行比较，推荐 A_0，α 和 β 三个集总参数作为示性指标，它们分别与面阵的真频信息容量、无混淆时的真假频比例以及有混淆时的真假频混淆程度相关。

参 考 文 献

[1] W. D. Montgomery; *J. O. S. A.*, 1975, **65**, No. 6 (Jun), 700.
[2] L. J. Pinson; *IEEE Trans. Syst., Man & Cybernetics*, 1978, **SMC-8**, 774.
[3] L. Levi; *«Applied Optics-AGuide to Optical System Design/Volume 2»*, (John Wiley & Sons, (1980), 727.
[4] W. Wittenstein *et al.*; *Opt. Acta*, 1982, **29**, No. 1(Jan), 41.
[5] W. Scheider, W. Fink; *Opt. Acta*, 1976, **23**, No. 12(Dec), 1011.

A basic theoretical model for image transfer characteristics of mosaic area arrays

ZHANG BAOMIN
(East China Institute of Technology, Nanjing)

(Received 19 June 1984; revised 16 April 1985)

Abstract

According to features of integral sampling in optics, a concept of sampled point spread sequence is introduced, which makes the system isoplanatic in the discrete sense. In addition, double space filter actions of the element aperture are discussed. A basic theoretical model for the image transfer characteristics of mosaic area array has been developed. This paper also presented a new method, which can be used for evaluating image transfer performances of the system.