

三能级系统同位素相干选择激发

匡 一 中

(四川大学激光物理与化学研究室)

提 要

本文研究了双光子共振相干激发三能级系统的问题。在两个超短激光脉冲具有相同波形的条件下,求出了双光子共振三能级系统的布洛赫(Bloch)方程组的解析解,求出了三能级系统能级集居数及激发速率的表示式,获得了粒子数完全反转以及获得最大激发速率的条件。采用平均场近似,求出了双光子共振布洛赫方程组的解析解,导出了同位素相干选择激发系数的解析表达式,理论计算证明双光子共振相干激发具有很高的同位素选择性。

一、引 言

探索能获得激光同位素分离的高选择性、高激发速率、高产额的途径,是激光分离同位素向实用化推进所希望解决的迫切问题。Diels提出的对两能级系统用超短激光脉冲相干选择性激发分离同位素方法^[1],作者^[2]曾对等能级间隔三能级系统同位素相干选择激发进行了研究,导出了获得最大分离系数的条件。实际上,由于多原子分子非谐振子势作用,能级不是等间隔的,采用的单频场一般不能使双光子共振的条件满足,也很难实现重同位素的选择激发。

本文将文献[1]的两能级系统相干选择激发的理论推广到一般的三能级系统,并使激光分离同位素的有效方法——多频场多光子共振选择激发,与超短脉冲相干激发相结合,从理论上证明了获得激光同位素分离的高选择系数、高分离系数、高激发速率、高产率的条件。本文得到的结论特别适用于同位素位移很小的那些同位素的激光分离,既可适用于原子蒸气激光分离同位素体系,也可适用于分子激光分离同位素体系。本文的结果也可推广到 $n>3$ 的 n 能级系统的多频场多光子共振相干选择激发。

二、三能级系统布洛赫方程组

1. 三能级双光子共振相干相互作用模型

设介质的能级如图1所示,其波函数 $\psi = C_1(t)|1\rangle + C_2(t)|2\rangle + C_3(t)|3\rangle$ 由于从能级3漏逸到更高能级的速率相对地很小^[3],可以认为

$$|C_1(t)|^2 + |C_2(t)|^2 + |C_3(t)|^2 = 1, \quad (1)$$

式中 $|1\rangle$ 、 $|2\rangle$ 、 $|3\rangle$ 是相应能态的波函数。

设有两个激光场

$$E_1 = \varepsilon_1 \exp[i(\Omega_{12}t - K_{12}z)] + C.C.,$$

$$E_2 = \varepsilon_2 \exp[i(\Omega_{23}t - K_{23}z)] + C.C.,$$

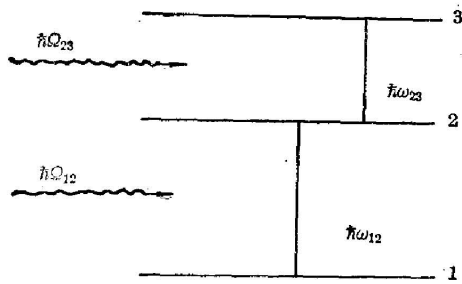


图 1 三能级系统双光子共振相干相互作用示意图

Fig. 1 Schematic diagram of two-photon resonance coherent interaction in three-level systems

其中 Ω_{12} , Ω_{23} 分别是两个激光场的频率, $\lambda_{12} = (2\pi/K_{12})$, $\lambda_{23} = (2\pi/K_{23})$ 是相应的波长, $\varepsilon_{12}(t)$, $\varepsilon_{23}(t)$ 是相应的振幅且都是慢变包络。

假定 $\hbar\omega_{12} - \hbar\omega_{23}$ 远大于激光场 Ω_{12} 和 Ω_{23} 的谱线宽度, 则 Ω_{12} 与能级 2~3、 Ω_{23} 与能级 1~2 的相互作用可忽略不计。

设两个激光场的脉宽 τ_1 和 τ_2 远小于介质的横向弛豫时间 T_1 和 T_2 , 即 $\tau_1 \ll T_1$, $\tau_2 \ll T_2$, 本文仅考虑在均匀加宽情况下, 研究三能级系统双光子共振和离共振的相干相互作用。

设激光场 Ω_{12} 和 Ω_{23} 与三能级系统双光子共振相互作用, 即

$$\left. \begin{aligned} (\Omega_{12} - \omega_{12}) + (\Omega_{23} - \omega_{23}) &= 0, \\ \Omega_{12} - \omega_{12} &= -\Delta, \quad \Omega_{23} - \omega_{23} = \Delta, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中 Δ 是失谐度。

2. 双光子共振相干相互作用方程组

三能级系统的波函数 $|\psi\rangle$ 满足薛谔(Schrödinger)方程

$$i\hbar(\partial|\psi\rangle/\partial t) = (H_0 + V)|\psi\rangle,$$

其中 H_0 为无外场时系统的哈密顿量, V 是相互作用能量。

相应的密度矩阵满足布洛赫方程

$$i\hbar(\partial\rho/\partial t) = [H, \rho],$$

$$H = \begin{pmatrix} E_1^0 & V_{12} & 0 \\ V_{21} & E_2^0 & V_{23} \\ 0 & V_{32} & E_3^0 \end{pmatrix},$$

其中 $V_{12} = -d_1\varepsilon_1 \exp[i(\Omega_{12}t - K_{12}z)]$, $V_{23} = -d_2\varepsilon_2 \exp[i(\Omega_{23}t - K_{23}z)]$, $V_{ij}^* = V_{ji}$, d_1 , d_2 是相应的电偶极矩。设

$$\rho_{ij} = \tilde{\rho}_{ij} \exp[i(\Omega_{ij}t - K_{ij}z)], \quad u_{ij} = \tilde{\rho}_{ij} + \tilde{\rho}_{ji}, \quad i v_{ij} = \tilde{\rho}_{ij} - \tilde{\rho}_{ji}, \quad (3)$$

$$w_1 = \rho_{22} - \rho_{11}, \quad w_2 = (\rho_{22} + \rho_{11} - 2\rho_{33}) / (-1/\sqrt{3}). \quad (4)$$

对于双光子共振下, 布洛赫方程具有以下形式

$$\left. \begin{aligned} \dot{u}_{12} &= \Delta \cdot v_{12} + (d_2\varepsilon_2/\hbar)v_{13}, \\ \dot{u}_{23} &= -\Delta \cdot v_{23} - (d_1\varepsilon_1/\hbar)v_{13}, \\ \dot{u}_{13} &= -(d_1\varepsilon_1/\hbar)v_{23} + (d_2\varepsilon_2/\hbar)v_{12}, \\ \dot{v}_{12} &= -\Delta \cdot v_{12} - (d_2\varepsilon_2/\hbar)u_{13} + 2(d_1\varepsilon_1/\hbar)\omega_1, \\ \dot{v}_{23} &= -\Delta \cdot v_{23} + (d_1\varepsilon_1/\hbar)u_{13} - (d_2\varepsilon_2/\hbar)\omega_1 + \sqrt{3}(d_2\varepsilon_2/\hbar)\omega_2, \\ \dot{v}_{13} &= (d_1\varepsilon_1/\hbar)u_{23} - (d_2\varepsilon_2/\hbar)u_{12}, \\ \dot{w}_1 &= -2(d_1\varepsilon_1/\hbar)v_{12} + (d_2\varepsilon_2/\hbar)v_{23}, \\ \dot{w}_2 &= -\sqrt{3}(d_2\varepsilon_2/\hbar)v_{23}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

三、双光子共振相干相互作用方程组的解

设两个激光场具有相同的脉冲波形^[3,5,6], 其拉比(Rabi)频率可以表示为

$$\alpha = \alpha_0 f(t), \quad \beta = \beta_0 f(t). \quad (6)$$

(6)式可以用调整入射激光场的波形来实现,但在传播过程中一般是要改变的,所以,它是一个高度理想的条件,实际的三能级系统同位素相干选择激发的问题,当然是更为复杂的。但是,当激光脉冲在三能级吸收介质系统相干传播满足 McCall 和 Hahn 的面积定理^[5,7]时,仍不失为好的近似,这已为两能级系统的同位素相干选择激发的数字解所简接证明^[4]。当然,脉冲在传播过程中波形改变的影响是应该考虑的,这就需求出布洛赫非线性微分方程组的数字解,这也是我们今后要进一步研究的问题。

从简化条件(6)式,可以求得布洛赫方程的解析解,它可以提供三能级系统同位素相干选择激发许多有用的知识,比如,可以为获得高激发速率、高分离系数提供物理参数的选择原则。

三能级系统同位素相干选择激发布洛赫方程简单的解析解可以用来校核和选择更符合实际的,更精确的模型及其数字解,这一点是很有意义的。

仿照文献[3]引入下列线性变换

$$\left. \begin{aligned} U &= (\alpha u_{12} + \beta u_{23}) / \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}, & V &= (-\alpha v_{12} + \beta v_{23}) / \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}, \\ u &= (\beta u_{12} - \alpha u_{23}) / \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}, & v &= (\beta v_{12} + \alpha v_{23}) / \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}, \\ W &= [-(2\alpha^2 + \beta^2)\omega_1 + \sqrt{3}\beta^2\omega_2 + 2\alpha\beta u_{13}] / 2(\alpha^2 + \beta^2), \\ w &= [-\alpha\beta\omega_1 - \sqrt{3}\alpha\beta\omega_2 - (\alpha^2 - \beta^2)u_{13}] / (\alpha^2 + \beta^2), \\ v_{13} &= v_{13}, \\ D &= [-\sqrt{3}\beta^2\omega_1 + (2\alpha^2 - \beta^2)\omega_2 - 2\sqrt{3}\alpha\beta u_{13}] / 2(\alpha^2 + \beta^2). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

并定义脉冲面积变量

$$\theta(z, t) = \int_{-\infty}^t \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} dt'. \quad (8)$$

则双光子共振布洛赫方程为

$$\left. \begin{aligned} (\partial U / \partial \theta) &= -\eta V, & (\partial V / \partial \theta) &= \eta U + 2W, & (\partial W / \partial \theta) &= -2V, \\ (\partial u / \partial \theta) &= \eta v + v_{13}, & (\partial v / \partial \theta) &= -\eta u - w, & (\partial w / \partial \theta) &= v, \\ (\partial v_{13} / \partial \theta) &= -u, & D^2 &= \text{const}, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中 $\eta = (\Delta / \sqrt{\alpha^2 + \beta^2})$ 。选择初始条件(即 $t = -\infty$),

$$\rho_{11} = 1, \quad \rho_{22} = \rho_{33} = 0. \quad (10)$$

1. 严格共振(即失谐量 $\Delta = 0$)时

布洛赫方程组(9)式的解为

$$\left. \begin{aligned} U &= 0, & V &= W(0) \sin 2\theta, & W &= W(0) \cos 2\theta, \\ u &= 0, & v &= -w(0) \sin \theta, & v_{13} &= 0, \\ W(0) &= \alpha_0^2 / (\alpha_0^2 + \beta_0^2), & w(0) &= 2\alpha_0\beta_0 / (\alpha_0^2 + \beta_0^2), \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

当拉比频率 $\alpha = \beta$ 时, 由上式容易求得能级集居数密度 $\rho_u (i=1, 2, 3)$ 及双光子共振激发分数 $R \left(R = \frac{1}{2} \left| \frac{\rho_{33} - \rho_{11}}{\rho_{33}^0 - \rho_{11}^0} - 1 \right| \right)$ 的表示式

$$\left. \begin{aligned} \rho_{11} &= (3/8) + (\cos 2\theta/8) + (\cos \theta/2), & \rho_{22} &= (1 - \cos 2\theta)/4, \\ \rho_{33} &= (3/8) + (\cos 2\theta/8) + (\cos \theta/2), & R &= (1 - \cos \theta)/2. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

显然, 对于 π 脉冲 ($\theta = \pi$), 则有

$$\rho_{11}(\pi) = \rho_{22}(\pi) = 0, \quad \rho_{33}(\pi) = 1, \quad R(\pi) = 1. \quad (13)$$

这表明, 在上述条件下, 可获得能级集居数完全反转和最大的激发。这就为三能级系统的同位素相干选择性激发, 提供了实现高激发速率、高选择性的物理参数的选择原则, 即选择合适的激光功率、脉宽和波形, 同位素样品的工作气压等以满足 $\alpha = \beta$ 条件下的 π 脉冲相干激发。

2. 不是严格共振, 即失谐量 $\Delta \neq 0$ 时

由于我们最感兴趣的是激光分离重同位素的问题, 它的同位素位移很小, 为了保持高的同位素选择激发, 失谐量应远小于同位素位移, 所以, 对于需要选择激发的同位素, 离共振的失谐量 Δ 应是非常小的。选择合适的激光场强, 使(9)式中的 $\eta \ll 1$, 这时, 我们用平均场

$$\bar{\varepsilon}_1 = \left[\int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_1 dt \right] / \tau_1 \quad \text{和} \quad \bar{\varepsilon}_2 = \left[\int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_2 dt \right] / \tau_2$$

近似地代替(9)式中的 ε_1 和 ε_2 。于是得(9)式的解为

$$\left. \begin{aligned} U &= \frac{2\eta W(0)}{4 + \eta^2} (1 - \cos \sqrt{4 + \eta^2} \theta), \\ V &= \frac{2W(0)}{\sqrt{4 + \eta^2}} \sin \sqrt{4 + \eta^2} \theta, \\ W &= W(0) - \frac{4W(0)}{4 + \eta^2} [1 - \cos \sqrt{4 + \eta^2} \theta], \\ u &= \frac{w(0)}{2\xi\eta} \left\{ \left(\xi - \frac{\eta}{2} \right) \cos \left(\xi - \frac{\eta}{2} \right) \theta \right. \\ &\quad \left. + \left(\xi + \frac{\eta}{2} \right) \cos \left(\xi + \frac{\eta}{2} \right) \theta - \frac{\cos [\xi - (\eta/2)] \theta}{\xi - (\eta/2)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\cos [\xi + (\eta/2)] \theta}{\xi + (\eta/2)} \right\}, \\ v &= -\frac{w(0)}{2\xi} \left[\sin \left(\xi - \frac{\eta}{2} \right) \theta + \sin \left(\xi + \frac{\eta}{2} \right) \theta \right], \\ w &= \frac{w(0)}{2\xi} \left\{ \frac{\cos [\xi - (\eta/2)] \theta}{\xi - (\eta/2)} + \frac{\cos [\xi + (\eta/2)] \theta}{\xi + (\eta/2)} \right\}, \\ v_{13} &= -\frac{w(0)}{2\xi\eta} \left\{ \sin \left(\xi - \frac{\eta}{2} \right) \theta + \sin \left(\xi + \frac{\eta}{2} \right) \theta \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sin [\xi - (\eta/2)] \theta}{[\xi - (\eta/2)]^2} + \frac{\sin [\xi + (\eta/2)] \theta}{[\xi + (\eta/2)]^2} \right\}, \\ \xi^2 &= 1 + (\eta^2/4). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

从上述解析解容易求出能级集居数密度及激发分数

$$\begin{aligned}
 \rho_{11} &= \frac{1}{3} + \frac{\alpha_0^2}{\alpha_0^2 + \beta_0^2} \left[\frac{2\alpha_0^4 + 9\alpha_0^2\beta_0^2 - 5\beta_0^4}{2\alpha_0^4 + 10\alpha_0^2\beta_0^2 - 4\beta_0^4} - \frac{1}{2} \right] \left[1 - \frac{4}{4 + \eta^2} (1 - \cos \sqrt{4 + \eta^2} \theta) \right] \\
 &\quad + \frac{2\alpha_0^2\beta_0^2}{2\alpha_0^4 + 10\alpha_0^2\beta_0^2 - 4\beta_0^4} \frac{1}{\sqrt{1 + (\eta^2/4)}} \\
 &\quad \times \left\{ \frac{\cos [\sqrt{1 + (\eta^2/4)} - (\eta/2)] \theta}{\sqrt{1 + (\eta^2/4)} - (\eta/2)} + \frac{\cos [\sqrt{1 + (\eta^2/4)} + (\eta/2)] \theta}{\sqrt{1 + (\eta^2/4)} + (\eta/2)} \right\} \\
 &\quad + \left[\frac{3\beta_0^2(3\alpha_0^2 - \beta_0^2)}{2\alpha_0^4 + 10\alpha_0^2\beta_0^2 - 4\beta_0^4} - \frac{1}{2} \right] \left[\frac{2\beta_0^2 - \alpha_0^2}{3(\alpha_0^2 + \beta_0^2)} \right], \\
 \rho_{22} &= \frac{1}{3} - \frac{\alpha_0^2}{2(\alpha_0^2 + \beta_0^2)} \left[1 - \frac{4}{4 + \eta^2} (1 - \cos \sqrt{4 + \eta^2} \theta) \right] - \frac{2\beta_0^2 - \alpha_0^2}{6(\alpha_0^2 + \beta_0^2)}, \\
 \rho_{33} &= \frac{1}{3} + \frac{\alpha_0^2}{\alpha_0^2 + \beta_0^2} \left[1 - \frac{2\alpha_0^4 + 9\alpha_0^2\beta_0^2 - 5\beta_0^4}{2\alpha_0^4 + 10\alpha_0^2\beta_0^2 - 4\beta_0^4} \right] \left[1 - \frac{4}{4 + \eta^2} (1 - \cos \sqrt{4 + \eta^2} \theta) \right] \\
 &\quad - \frac{2\alpha_0^2\beta_0^2}{2\alpha_0^4 + 10\alpha_0^2\beta_0^2 - 4\beta_0^4} \frac{1}{\sqrt{1 + (\eta^2/4)}} \\
 &\quad \times \left\{ \frac{\cos [\sqrt{1 + (\eta^2/4)} - (\eta/2)] \theta}{\sqrt{1 + (\eta^2/4)} - (\eta/2)} + \frac{\cos [\sqrt{1 + (\eta^2/4)} + (\eta/2)] \theta}{\sqrt{1 + (\eta^2/4)} + (\eta/2)} \right\} \\
 &\quad + \left[1 - \frac{3\beta_0^2(3\alpha_0^2 - \beta_0^2)}{2\alpha_0^4 + 10\alpha_0^2\beta_0^2 - 4\beta_0^4} \right] \left[\frac{2\beta_0^2 - \alpha_0^2}{3(\alpha_0^2 + \beta_0^2)} \right], \\
 R &= \frac{1}{4} \left| \left[\frac{4(2\alpha_0^4 + 9\alpha_0^2\beta_0^2 - 5\beta_0^4)}{2\alpha_0^4 + 10\alpha_0^2\beta_0^2 - 4\beta_0^4} - 3 \right] \left(\frac{\alpha_0^2}{\alpha_0^2 + \beta_0^2} \right) \left[1 - \frac{4}{4 + \eta^2} (1 - \cos \sqrt{4 + \eta^2} \theta) \right] \right. \\
 &\quad + \frac{8\alpha_0^2\beta_0^2}{2\alpha_0^4 + 10\alpha_0^2\beta_0^2 - 4\beta_0^4} \frac{1}{\sqrt{1 + (\eta^2/4)}} \\
 &\quad \times \left\{ \frac{\cos [\sqrt{1 + (\eta^2/4)} - (\eta/2)] \theta}{\sqrt{1 + (\eta^2/4)} - (\eta/2)} + \frac{\cos [\sqrt{1 + (\eta^2/4)} + (\eta/2)] \theta}{\sqrt{1 + (\eta^2/4)} + (\eta/2)} \right\} \\
 &\quad \left. + \frac{2\beta_0^2 - \alpha_0^2}{\alpha_0^2 + \beta_0^2} \left[\frac{4\beta_0^2(3\alpha_0^2 - \beta_0^2)}{2\alpha_0^4 + 10\alpha_0^2\beta_0^2 - 4\beta_0^4} - 1 \right] - 2 \right|,
 \end{aligned} \tag{15}$$

令 $\alpha_0 = K\beta_0$,
 当 $K = 1$,
 即 $\alpha_0 = \beta_0$

时, η 取 0, 0.1, 0.5, 1 等四组值。作 ρ_{11} , ρ_{22} , ρ_{33} 及 R 与 θ 的函数依赖曲线如图 2 所示。值得注意的是 $\eta = 0.1$ 与 $\eta = 0$ (严格共振) 的两组曲线几乎完全重合*。

这表明在 $\alpha = \beta$, $\eta \leq 0.1$ 的条件下, 用 π 脉冲相干激发三能级系统, 可及到能级集居数几乎完全反转和最大的激发。而这个结论是布洛赫方程在严格共振时 ($\eta = 0$) 即未引入平均场近似条件下的解析解, 是精确的结果。当然这也说明, 采用平均场近似是可取的。

* 我们对 $\eta < 0.1$ 的其它情形 (例 $K = \sqrt{2}$ 和 2) 也作了详细计算, 所得出的 ρ_{ii} 及 R 与 θ 的依赖曲线均与 $\eta = 0$ 的一组曲线几乎完全重合。

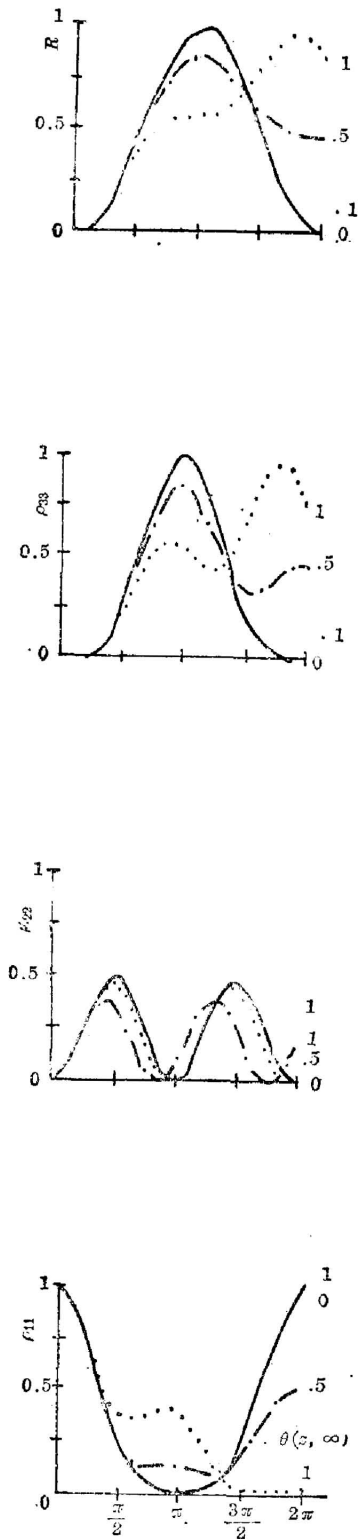


图 2 ρ_{ii} 和 R 对 θ 的函数曲线 ($K=1$)
 Fig. 2 ρ_{ii} and R versus θ ($K=1$)

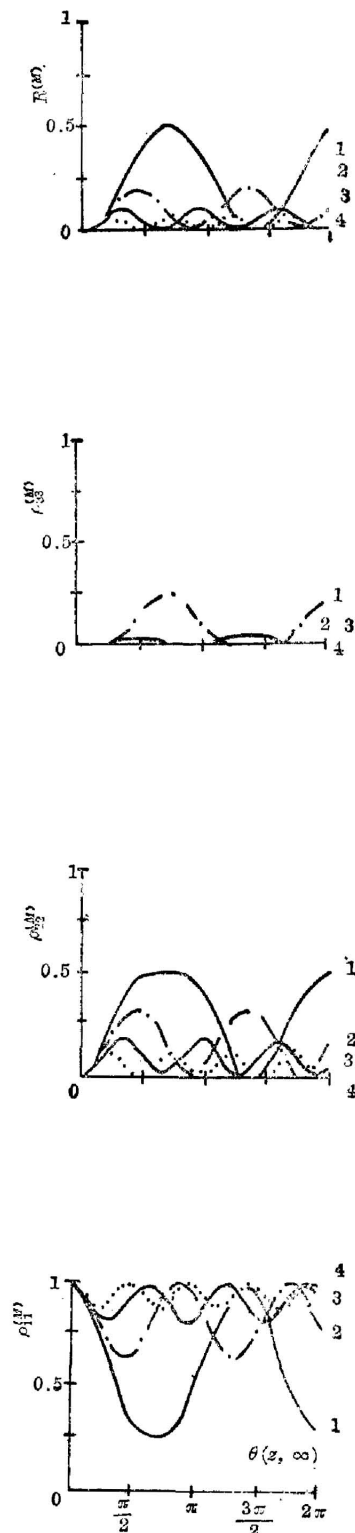


图 3 $\rho_{ii}^{(M)}$ 和 $R^{(M)}$ 对 θ 的依赖曲线
 Fig. 3 $\rho_{ii}^{(M)}$ and $R^{(M)}$ versus θ

四、双光子离共振布洛赫方程及解

当双光子离共振时, 即

$$\left. \begin{aligned} (\Omega_{12} - \omega_{12}) + (\Omega_{23} - \omega_{23}) &= 2\Delta_M, \\ \Omega_{12} - \omega_{12} &= \Delta_M, \quad \Omega_{23} - \omega_{23} = \Delta_M. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

利用(7)式的线性变换, 设 $\alpha = \beta$ (这是用 σ 脉冲双光子共振相干激发三能级系统能获得集居数完全反转的条件), 则双光子离共振布洛赫方程具有以下形式

$$\left. \begin{aligned} (\partial U / \partial \theta) &= -\eta_M v, \quad (\partial V / \partial \theta) = -\eta_M u + 2W, \quad (\partial W / \partial \theta) = -2V - \eta_M v_{13}, \\ (\partial u / \partial \theta) &= v_{13} + \eta_M V, \quad (\partial v / \partial \theta) = -w + \eta_M U, \quad (\partial w / \partial \theta) = v, \\ (\partial u_{13} / \partial \theta) &= -V - 2\eta_M v_{13}, \quad (\partial v_{13} / \partial \theta) = -u + 2\eta_M u_{13}, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中 $\eta_M = \Delta_M / \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$ 。这组布洛赫方程满足初始条件 ($t = -\infty$), $\rho_{11} = \rho_{22} = 0$, $\rho_{33} = 1$ 的解为

$$\left. \begin{aligned} U(\theta) &= [\eta_M / (1 + \eta_M^2)] (1 - \cos \sqrt{1 + \eta_M^2} \theta), \\ V(\theta) &= \frac{1}{3(1 + \eta_M^2)} [2\sqrt{1 + \eta_M^2} \sin 2\sqrt{1 + \eta_M^2} \theta - \sqrt{1 + \eta_M^2} \sin \sqrt{1 + \eta_M^2} \theta \\ &\quad - \frac{1 + 4\eta_M^2}{3(1 + \eta_M^2)} \left[\frac{\sin 2\sqrt{1 + \eta_M^2} \theta}{2\sqrt{1 + \eta_M^2}} - \frac{\sin \sqrt{1 + \eta_M^2} \theta}{\sqrt{1 + \eta_M^2}} \right], \\ W(\theta) &= -\frac{2 + 5\eta_M^2}{3(1 + \eta_M^2)} \left[\frac{\cos 2\sqrt{1 + \eta_M^2} \theta}{4(1 + \eta_M^2)} - \frac{\cos \sqrt{1 + \eta_M^2} \theta}{1 + \eta_M^2} \right] \\ &\quad + \frac{2}{3(1 + \eta_M^2)} (\cos 2\sqrt{1 + \eta_M^2} \theta - \cos \sqrt{1 + \eta_M^2} \theta) \\ &\quad + \left[\frac{1}{2} + \frac{3\eta_M - 2(1 + 4\eta_M^2)}{4(1 + \eta_M^2)^2} \right], \\ u(\theta) &= -\frac{2\eta_M(1 - 2\eta_M^2)}{3(1 + \eta_M^2)} \left[\frac{\cos 2\sqrt{1 + \eta_M^2} \theta}{4(1 + \eta_M^2)} - \frac{\cos \sqrt{1 + \eta_M^2} \theta}{1 + \eta_M^2} \right] \\ &\quad - \frac{\eta_M}{3(1 + \eta_M^2)} (\cos 2\sqrt{1 + \eta_M^2} \theta - \cos \sqrt{1 + \eta_M^2} \theta) - \frac{\eta_M(1 - 2\eta_M^2)}{2(1 + \eta_M^2)^2}, \\ v(\theta) &= -\frac{1}{\sqrt{1 + \eta_M^2}} \sin \sqrt{1 + \eta_M^2} \theta, \\ w(\theta) &= 1 - \frac{1}{1 + \eta_M^2} (1 - \cos \sqrt{1 + \eta_M^2} \theta), \\ u_{13}(\theta) &= -\frac{(1 - 2\eta_M^2)}{3(1 + \eta_M^2)} \left[\frac{\cos 2\sqrt{1 + \eta_M^2} \theta}{4(1 + \eta_M^2)} - \frac{\cos \sqrt{1 + \eta_M^2} \theta}{1 + \eta_M^2} \right] \\ &\quad + \frac{1}{3(1 + \eta_M^2)} [\cos 2\sqrt{1 + \eta_M^2} \theta - \cos \sqrt{1 + \eta_M^2} \theta] - \frac{(1 - 2\eta_M^2)}{4(1 + \eta_M^2)^2}, \\ v_{13}(\theta) &= \frac{\eta_M}{1 + \eta_M^2} \left[\frac{\sin 2\sqrt{1 + \eta_M^2} \theta}{2\sqrt{1 + \eta_M^2}} - \frac{\sin \sqrt{1 + \eta_M^2} \theta}{\sqrt{1 + \eta_M^2}} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

从上述双光子离共振布洛赫方程的解析解,可求出相应的能级集居数密度 $\rho_{ii}^{(M)}$ 和激发分数 $R^{(M)}$ 为

$$\left. \begin{aligned}
 \rho_{11}^{(M)} &= 1 - \frac{1+4\eta_M^2}{8(1+\eta_M^2)^2} + \frac{1}{6(1+\eta_M^2)} \left[\cos 2\sqrt{1+\eta_M^2}\theta - \cos \sqrt{1+\eta_M^2}\theta \right] \\
 &\quad - \frac{1}{2(1+\eta_M^2)} [1 - \cos \sqrt{1+\eta_M^2}\theta] - \frac{1+4\eta_M^2}{6(1+\eta_M^2)} \\
 &\quad \times \left[\frac{\cos 2\sqrt{1+\eta_M^2}\theta}{4(1+\eta_M^2)} - \frac{\cos \sqrt{1+\eta_M^2}\theta}{1+\eta_M^2} \right], \\
 \rho_{22}^{(M)} &= \frac{1+4\eta_M^2}{4(1+\eta_M^2)^2} - \frac{1}{3(1+\eta_M^2)} [\cos 2\sqrt{1+\eta_M^2}\theta - \cos \sqrt{1+\eta_M^2}\theta] \\
 &\quad + \frac{1+4\eta_M^2}{3(1+\eta_M^2)} \left[\frac{\cos 2\sqrt{1+\eta_M^2}\theta}{4(1+\eta_M^2)} - \frac{\cos \sqrt{1+\eta_M^2}\theta}{1+\eta_M^2} \right], \\
 \rho_{33}^{(M)} &= -\frac{1+4\eta_M^2}{8(1+\eta_M^2)} - \frac{1}{6(1+\eta_M^2)} [\cos 2\sqrt{1+\eta_M^2}\theta - \cos \sqrt{1+\eta_M^2}\theta] \\
 &\quad + \frac{1}{2(1+\eta_M^2)} (1 - \cos \sqrt{1+\eta_M^2}\theta) - \frac{1+4\eta_M^2}{6(1+\eta_M^2)} \\
 &\quad \times \left[\frac{\cos 2\sqrt{1+\eta_M^2}\theta}{4(1+\eta_M^2)} - \frac{\cos \sqrt{1+\eta_M^2}\theta}{1+\eta_M^2} \right], \\
 R^{(M)} &= \frac{1 - \cos \sqrt{1+\eta_M^2}\theta}{2(1+\eta_M^2)}.
 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

在(18)式中,如果令 $\eta_M=0$, 亦即 $\Delta_M=0$, 则(18)式与(11)式相同; 当 $\alpha=\beta$ 时, (19)式就与(12)式相同, 这是必然的结果。因为当 $\Delta_M=0$ 时, 双光子离共振方程还原到双光子严格共振($\Delta=0$)时的方程。

将 η_M 视作参数, 可作出双光子离共振时能级集居数密度 $\rho_{ii}^{(M)}$ ($i=1, 2, 3$) 和激发分数 $R^{(M)}$ 对 θ 的函数依赖曲线, 在以后的讨论中, Δ_M 实际上是视作两种同位素的光谱位移。为要获得高的同位素选择激发和分离系数, 同位素位移 Δ_M 应远大于激光谱线宽度(包括功率加宽)和双光子共振激发的失谐度 Δ (双光子共振激发需要提取的同位素, 双光子离共振则对应不需要的同位素激发)。因此, 选取参数 η_M 的值为 1, 2, 3, 4。这时, $\rho_{ii}^{(M)}$ 和 $R^{(M)}$ 对 θ 的函数依赖曲线如图 3 所示。

从图 3 可以看出, 用 π 脉冲与离共振同位素相干相互作用时, 当 $\eta_M=4$ 时, $\rho_{22}^{(M)}$, $\rho_{33}^{(M)}$ 和 $R^{(M)}$ 几乎为零, 而 $\rho_{11}^{(M)}$ 很接近于 1。这表明, 离共振同位素几乎完全不激发, 全部粒子仍集居在第一个能级上。这正是激光分离同位素获得高选择性高分离系数所需要的最理想的结果。随着 η_M 减小($\eta_M \leq 1$), $\rho_{33}^{(M)}$ 和 $R^{(M)}$ 增大, 其物理原因是明显的, 此时, 激光谱线的功率加宽已经不再小于同位素位移。

五、同位素相干选择激发及分离系数的计算

激光分离同位素通过是一个双组份系综与辐射场相互作用的问题。假定需要提取的同位素 I 与辐射场的相互作用处在双光子共振相干选择激发, 如图 4(a)所示; 而不需要的同

位素 M 与辐射场的相互作用则是双光子离共振的情况, 如图 4(b) 所示。图中 Δ_M 是两种同位素的光谱位移, 它应远大于双光子共振激发的失谐度 Δ , 即 $\Delta \ll \Delta_M$ 。

同位素 I 的双光子共振相干激发的能级集居数密度和激发分数由(15)式代给出, 它们对 θ 的函数依赖曲线如图 2 所示。同位素 M 双光子离共振相干激发的能级集居数和激发分数由(19)式给出, 它们对 θ 的函数依赖曲线如图 3 所示。

同位素分离系数按定义为

$$S(I/M) = R/R^{(M)}. \quad (20)$$

当 $\alpha_0 = \beta_0$ 时, 将(12)式和(19)式代入(20)式, 即得分离系数的表示式

$$S(\eta_M, \theta) = \frac{(1 + \eta_M^2)(1 - \cos \theta)}{(1 - \cos \sqrt{1 + \eta_M^2} \theta)}. \quad (21)$$

从(21)式可以明显看出, 为了获得最大的分离系数, 要求

$$\theta(z, \infty) = \pi, \quad (22)$$

$$\eta_M = \sqrt{4n^2 - 1}. \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad (23)$$

这就是说, 用 π 脉冲双光子共振相干激发需要提取的同位素 ($\Delta \ll \bar{\alpha} = \bar{\beta}$), 同时, 要适当的选择激光场振幅和脉冲形状、脉宽, 使得 $\eta_M = \Delta_M / \sqrt{\bar{\alpha}^2 + \bar{\beta}^2}$ 满足(23)式, 就可以获得高选择性激发和高分离系数。

以上导出的条件(22)和(23)式, 再加上双光子共振条件 ($\Delta \ll \bar{\alpha}$) 是一组使分离系数达到最大值的条件, 它对于激光分离同位素的重要参数如激光频率、线宽、脉冲形状、脉宽、激光能量等的最佳选择提供了理论依据。

本文有关函数曲线由顾虹冰同志绘制, 特此感谢。

参 考 文 献

- [1] J. C. Diels; *Phys. Rev. (A)*, 1976, **13**, No. 4 (Apr), 1520.
- [2] 匡一中; 《光学学报》, 1983, **3**, No. 3 (May), 207.
- [3] F. T. Hioe *et al.*; *Phys. Rev. (A)*, 1982, **25**, No. 4 (Apr), 2168.
- [4] 高智; 《中国科学》(A 辑), 1984, No. 11 (Nov), 1033.
- [5] R. J. Cook *et al.*; *Phys. Rev. (A)*, 1979, **20**, No. 2 (Aug), 539.
- [6] J. H. Eberly *et al.*; *Phys. Rev. (A)*, 1977, **16**, No. 5 (Nov), 2038.
- [7] 李福利; 《中国激光》, 1983, **10**, No. 8~9 (Aug-Sep), 538.

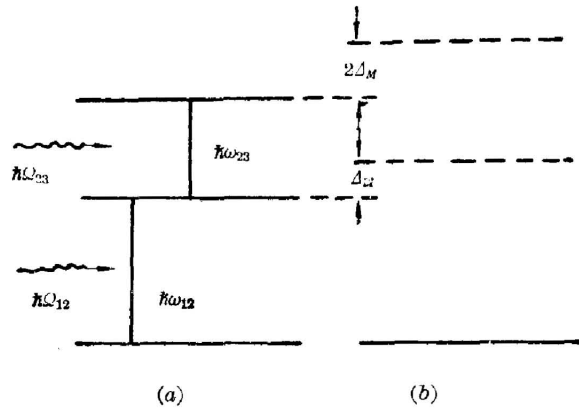


图 4 (a) 同位素 I 双光子共振相干激发

$$(\Omega_{12} - \omega_{12}) + (\Omega_{23} - \omega_{23}) = 0;$$

(b) 同位素 M 双光子离共振

$$(\Omega_{12} - \omega_{12}^{(M)}) + (\Omega_{23} - \omega_{23}^{(M)}) = 2\Delta_M$$

Fig. 4 (a) Two-photon resonance coherence excitation for isotope I;

(b) Two-photon off-resonance for isotope M

Isotope coherent selective excitation in three-level systems

KUANG YIZHONG

(Department of Physics Sichuan University)

(Received 30 October 1984; revised 5 February 1985)

Abstract

In this paper coherent excitation of two-photon resonance in three-level systems is discussed. Under the condition of two ultrashort pulses with the same waveform, analytical solution of Blochequations of two-photon resonance, level-population and expression of excitation rate in three-level systems have been derived. Conditions for full inversion of population and maximal excitation rate have been obtained. With average-field approximation, analytical solutions of Bloch equations of two-photon off-resonance have been obtained. The analytical expression of isotope coherent selective excitation coefficient has been deduced. Theoretical calculations show that the coherent excitation of two-photon resonance has a very high isotopic selectivity.

~~~~~

### 第四届全国激光基本问题讨论会在吴县召开

中国光学学会激光专业委员会主办的第四届全国激光基本问题讨论会于1985年5月12日至18日在江苏省吴县召开。安徽光机所、中国科大和南京工学院筹备了这次会议，来自全国15个省市、35所高等院校、研究所和工厂的71名科研技术人员代表参加了会议。

会议收到发言稿41份，在大会上发言的代表19人。

会议代表对超短脉冲激光产生的物理机制、技术途径、测试方法及其应用的可能性，作了发言和讨论。代表们对碰撞锁模的机制、脉宽极限、相干性能、测量的局限性等问题，各叙己见，讨论十分热烈。

会议还对超短波长激光器和超荧光问题进行了讨论。此外会议上还对激光器不稳定性的起因和混沌发射的形成作了介绍。

代表们通过讨论提高了对一些基本问题的认识。

(乙 民 供稿)