

计算机源生的全息光学元件(COHOE) 的合成及优化设计*

陆 达 金国藩
(清华大学精密仪器系)

提 要

本文讨论了计算机源生的全息光学元件(COHOE)的合成及优化设计问题,文后给出了一个实际的结果,得到了特殊曲面的波面。

一、引 言

1966年, Broun 和 Lohman 首次提出了使用计算机绘制全息图的方法^[1], 并将这种全息图定名为计算机产生的全息图, 一般称之为计算全息图 (Computer Generated Holograms, 简称 CGH)。计算全息图原则上可以产生任意波面, 但由于计算机容量、绘图密度等客观因素的限制, 一般只能用来产生空间带宽积较小的波面, 且衍射效率很低(约 5%), 使得这种方法灵活性的优点只能在很小的范围内得以发挥, 因此, 有必要发展一种组合的技术, 把一般光学全息和计算全息及体积全息的优点结合起来, 使其名符其实。

本文将对这种组合技术的方法及一般设计原则作进一步的讨论, 文后给出了一个初步实验的结果。

二、HOE 的合成

广义而论, HOE 的功能是波面变换, 其变换作用可用 $\varphi_H(x, y)$ 来描述:

$$\varphi_H(x, y) = \varphi_{out}(x, y) - \varphi_{in}(x, y), \quad (1)$$

式中的 φ_{out} , φ_{in} 分别是输出及输入波面的相位分布。

众所周知, 合成一个 HOE 需要有物光和参考光, 因此有:

$$\varphi_H = \varphi_{obj} + \varphi_{ref}, \quad (2)$$

其中 φ_{obj} , φ_{ref} 分别是物光和参考光的相位分布, 以下为简明起见, 将各个 $\varphi(x, y)$ 的变量略去, 记作 φ 。这里所说的物光和参考光仅仅是为了区别两个不同波面而借用的全息术习惯用语, 并无全息术中本来的物理意义, 在以后的公式中物光、参考光均可互易。

显然, φ_{ref} 、 φ_{obj} 的复杂程度决定了 φ_H 所能实现的变换的复杂性。根据 φ_{obj} 、 φ_{ref} 的产生方式, 我们把 HOE 的合成分为下述三种类型:

收稿日期: 1984年10月23日; 收到修改稿日期: 1985年3月4日

* 本文得到中国科学院科学基金的资助。

1. 光学+光学方式(O+O)^[2]

这种方法只适宜产生与基准球面或柱面偏差不大的波面,有很大的局限性。

2. 计算全息+光学方式(C+O)^[3,4]

C+O方式中引进CGH调制,大大突破了球面波的局限,原则上可得到任意波面,但CGH空间带宽积小的缺点并没得到克服。

3. 改进的计算全息+光学合成方式[(C+O)+O]

1980年, J. R. Fienup等提出了用计算机全息图产生光学元件的方法,并将这种元件定名为计算机源生的全息光学元件(Computer Originated Holographic Optical Elements),简称(COHOE)^[5]。本文主要讨论它。

Fienup的基本思想是将 φ_{obj} 分解为常规和非常规两部分。常规的部分由普通光学元件承担,记作 φ_1 ;非常规的部分由CGH产生,记作 φ_2 。这种合成方式既保留了HOE具有较高空间带宽积的优点,又具有较高的灵活性。因此,它比一般的HOE有更大的潜在应用价值。Fienup曾用这种方式合成了一个旋转对称的非球面傅氏透镜,目前国内外也仅此一例报道。

图1(a)、(b)给出了COHOE的两种可能的合成光路。COHOE的相位表达式为:

$$\varphi_H = [\varphi_{1obj} + \varphi_{ref}] + \varphi_{2obj} \quad (3)$$

φ_1 和 φ_2 的分配可以有多种方式,视不同需要而定,但作为一般原则,应使 φ_2 负担最小。将(3)与(1)式相联,可以得到COHOE的输出与输入的关系:

$$\varphi_{out} = \varphi_{in} + [\varphi_{1obj} + \varphi_{ref}] + \varphi_{2obj} \quad (4)$$

图1(a)中的 φ_1 由参考光源产生,而在图1(b)中则由 L_3 产生, φ_1 可以是球面,也可以是柱面波。

这种技术不仅可以合成旋转对称的波面,原则上可以产生任意的波面,但要再次强调指出的是,如果(C+O)+O的合成方式不与厚膜全息记录结合起来,则衍射效率很低,没有太大的实际意义。因此,在实际制作COHOE时,必须采用厚膜全息的记录材料。

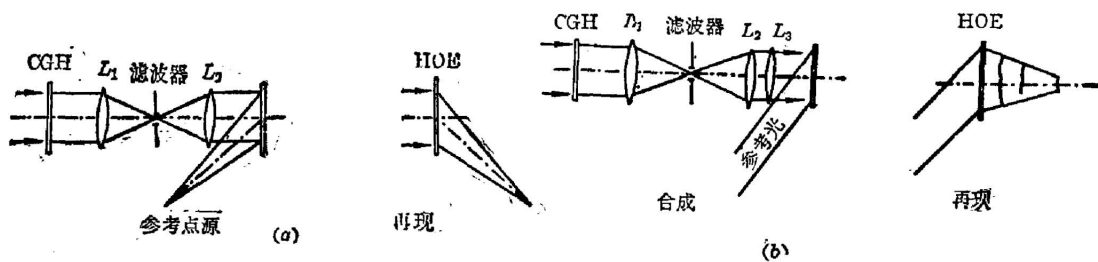


图1 (C+O)+O合成方式(a)和(b)

Fig. 1 (a) (C+O)+O method (1) in composition; (b) (C+O)+O method (2) in composition

三、COHOE的优化设计问题

由(4)式可知,当 φ_{obj} 确定以后,COHOE的波面变换性质即已确定。但在COHOE设计中,确定 φ_{ref} 、 φ_{obj} 往往是很困难的。困难在于许多情况下不能用一个统一的解析函数来

描述 φ_{in} 和 φ_{out} , 而只能把它们写成若干解析函数集合的形式, 即: $\{\varphi_{in}^{(k)}, \varphi_{out}^{(k)}\}, k=1, \dots, N$ 。例如傅氏变换透镜中不同空间频率的入射光及在频谱面会聚的位置就只能用一一对应的集合写出, 对每个 $\varphi_{in}^{(k)}$ 和 $\varphi_{out}^{(k)}$ 都有:

$$\varphi_H^{(k)} = \varphi_{out}^{(k)} - \varphi_{in}^{(k)}. \quad (5)$$

但往往找不到一个 φ_H , 使它对所有的 k 都满足 (5) 式, 而只能得到一个误差最小的 $\hat{\varphi}_H$ 。这就是所谓的优化问题, 也是 COHOE 设计中要引入优化设计的原因。

定义入射波面 $\varphi_{in}^{(k)}(x, y)$ 的波矢量为 $\mathbf{I}^{(k)}(x, y)$; 出射波面 $\varphi_{out}^{(k)}(x, y)$ 的波矢量为 $\mathbf{O}^{(k)}(x, y)$; COHOE 优化波面 $\hat{\varphi}_H(x, y)$ 的波矢量为 $\mathbf{H}(x, y)$ 。对绝大多数实际应用的光场而言, $\varphi_{in}^{(k)}, \varphi_{out}^{(k)}, \varphi_H$ 均满足连续可微、光滑平顺的条件, 因而可按下述准则进行优化:

$$\min \left\{ \sum_{k=1}^N |\mathbf{H}(x, y) - \mathbf{O}^{(k)}(x, y) + \mathbf{I}^{(k)}(x, y)|^2 \right\}, \quad (6)$$

其中:

$$\mathbf{H}(x, y) \triangleq (1/2\pi) [(i\partial\hat{\varphi}_H/\partial x) + (j\partial\hat{\varphi}_H/\partial y)];$$

$$\mathbf{O}^{(k)}(x, y) \triangleq (1/2\pi) [(i\partial\varphi_{out}^{(k)}/\partial x) + (j\partial\varphi_{out}^{(k)}/\partial y)];$$

$$\mathbf{I}^{(k)}(x, y) \triangleq (1/2\pi) [(i\partial\varphi_{in}^{(k)}/\partial x) + (j\partial\varphi_{in}^{(k)}/\partial y)].$$

这样得到的 $\hat{\varphi}_H$ 称为最小二乘意义下的优化解。

在许多情况下, COHOE 是光学系统中的一个元件(见图 2), 因此 $\mathbf{I}^{(k)}$ 要通过前光学系统追迹而得, 而 $\mathbf{O}^{(k)}$ 可通过后光学系统反向追迹求出。



图 2 光学系统中的 COHOE

Fig. 2 COHOE in an optical system

利用 (3) 式, 我们可以得到优化目标函数新的表达式:

$$R \triangleq \sum_{k=1}^N \{ [\partial\hat{\varphi}_{obj}/\partial x + (\partial\varphi_{ret}/\partial x) - (\partial\varphi_{out}^{(k)}/\partial x) + (\partial\varphi_{in}^{(k)}/\partial x)]^2 + [(\partial\hat{\varphi}_{obj}/\partial y) + (\partial\varphi_{ret}/\partial y) - (\partial\varphi_{out}^{(k)}/\partial y) + (\partial\varphi_{in}^{(k)}/\partial y)]^2 \}. \quad (7)$$

(6) 式的问题转化为求 $\min\{R\}$ 。令:

$$\hat{\varphi}_{obj}(x, y) \triangleq \sum_{i=0}^{M_1} \sum_{j=0}^{M_2} c_{ij} x^i y^j, \quad (8)$$

或

$$\hat{\varphi}_{obj}(x, y) \triangleq \sum_{i=0}^{M_1} \sum_{j=0}^{M_2} c_{ij} L_i(x) L_j(y). \quad (9)$$

上式中的 c_{ij} 是待定的系数, $L_i(x)$ 是 i 阶关于 x 的正交多项式, 如 Legendre 多项式。同样的说明也适用于 $L_j(y)$ 。从计算的角度出发, (9) 式更为实用。但为直观起见, 本文在做理论分析时采用了 (8) 式。

由

$$\partial R / \partial c_{ij} = 0; \quad i=0, 1, \dots, M_1; \quad j=0, 1, \dots, M_2; \quad (i, j \text{ 不同时为 } 0) \quad (10)$$

可得到 $(M_1+1)(M_2+1)-1$ 个关于 c_{ij} 的线性方程组, 解之可得到 c_{ij} 。

四、COHOE 合成实例

我们按 (C+O)+O 的思想实际制作了一块 COHOE, 用于处理合成孔径雷达 (SAR) 的图像。根据系统的设计结果, COHOE 所产生的波面函数为:

$$\varphi_H(x, y) = (2\pi/\lambda) ([x^2/f_{xx}(y)] + [y^2/f_{yy}]) - (2\pi/\lambda) \sin \theta_0. \quad (11)$$

式中的 $(2\pi/\lambda)\sin\theta x$ 为 φ_{ref} , 是斜入射的平面参考波; $f_{ax}(y)$ 是 y 的函数, 其随 y 变化的规律见图 3。由(11)式可知, $\varphi_H(x, y)$ 在 y 方向是一个柱面波, 焦距 f_y ; 在 x 方向是一个锥面波, 焦距 $f_{ax}(y)$ 。图 3 中用“△”标出的是 $df_{ax}(y)/dy$ 和 y 的函数关系, 显然各 y 值的导数不等, 即锥面波的母线是弯曲的。(11) 式所描述的波面的立体示意图见图 4。这样复杂的波面用一般的方法是不易产生的。

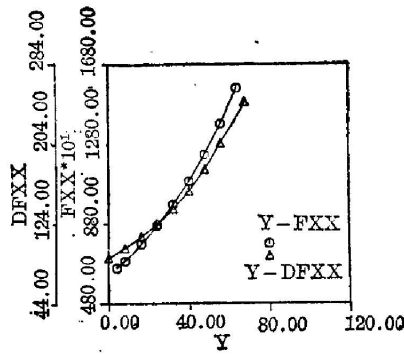


图 3 $y-f_{ax}, y-df_{ax}/dy$ 曲线

Fig. 3 $y-f_{ax}, y-\frac{df_{ax}}{dy}$ curves

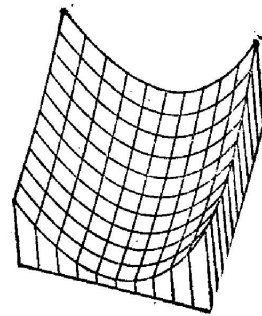


图 4 COHOE 波面立体图

Fig. 4 3-D plot of a wavefront generated by COHOE

经分析, 我们在 φ_{obj} 中引入 CGH 调制, 其中柱面波的部分由光学元件承担, CGH 只描述曲母线的锥面波, 即:

$$\varphi_{1obj} = 2\pi y^2 / \lambda f_y, \tag{12}$$

$$\varphi_{2obj} = 2\pi x^2 / \lambda f_{ax}(y). \tag{13}$$

使用的合成装置原理图见图 5。我们可以把图中的球面镜设想成两个正交的柱面透镜组合, CGH 的波面经过两个柱面透镜后仍保留了 φ_{2obj} 的形式, 只是 $f_{ax}(y)$ 有所变化; 而球面镜中的另一柱面透镜则用来产生 φ_{1obj} , 这两个波面是自然正交的。

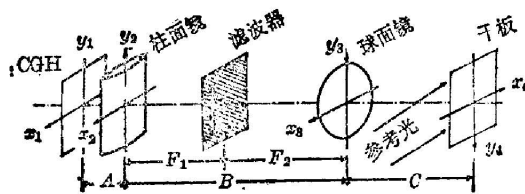


图 5 COHOE 合成原理图

Fig. 5 Schematic diagram of making COHOE

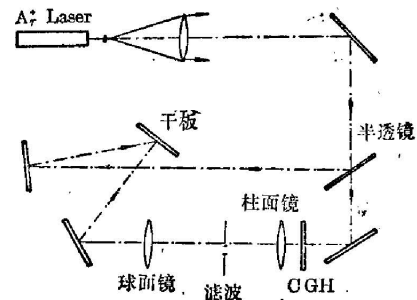


图 6 实际使用的 COHOE 合成光路

Fig. 6 Practical optical system used in making COHOE

实际使用的光路见图 6。合成所用的干板是重铬酸盐明胶干板, 由河北化工学院提供, 处理工艺与一般重铬酸盐明胶干板无异。

图 7 是合成光路中的计算机全息图照片。图 8 为使用我们合成的 COHOE 所处理出的合成孔径雷达 (SAR) 图像。图像中的接缝痕迹是由于机械运动的误差造成的, 与 COHOE

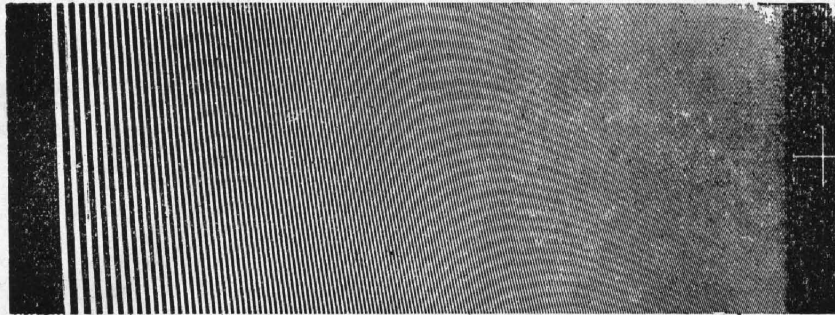


图 7 合成光路中使用的 CGH
Fig. 7 CGH used in composition

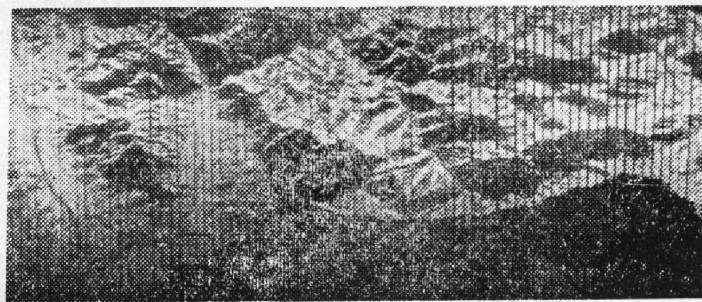


图 8 COHOE 处理的 SAR 图像
Fig. 8 SAR image processed by COHOE

的光学质量无关。

在我们的实际例子中,由于优化对象的特殊性,需要取较多的抽样点($N=405$),因此整个优化运算需要较大的计算机贮存,(约 600×10^3 字节)。这对刻制计算全息图造成了很大

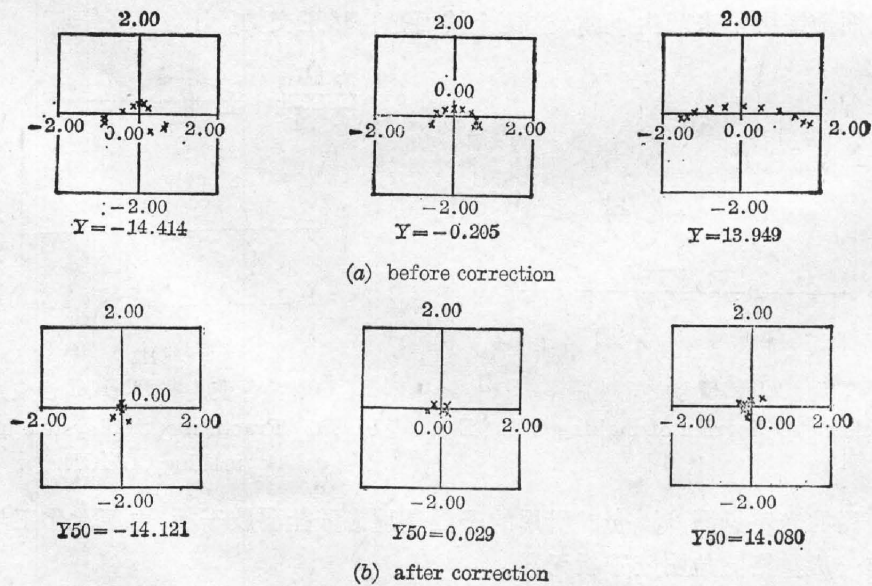


图 9 像点分布
Fig. 9 Spot diagrams

的障碍。一般刻图机所配的计算机内存只有几万字节左右,由大计算机到小计算机的数据交换也存在一些问题,因而使得第三节讨论的优化设计未能从物理上实现,以下仅给出计算结果。图 9(a)是优化前的像点点列图分布,图 9(b)是优化后校正的结果。

在本工作过程中,曾得到北京邮电学院、北京师范学院、北京光电技术研究所、清华大学材料力学实验室及河北化工学院等有关同志的大力支持和卓有成效的合作,谨此表示谢意。

参 考 文 献

- [1] B. R. Brown, A. W. Lohmann; *Appl. Opt.*, 1966, **5**, No. 6 (Jun), 967.
- [2] W. C. Sweatt; *Appl. Opt.*, 1978, **17**, No. 8 (Aug), 1220.
- [3] S. K. Case; *Appl. Opt.*, 1978, **17**, No. 16 (15 Aug), 2537.
- [4] Chang-yuan Han *et al.*; *Appl. Opt.*, 1983, **22**, No. 22 (15 Nov), 3644.
- [5] J. B. Fienup; **AD-A085219**, 1980.

Composition and optimum design of computer originated holographic optical elements (COHOE)

LU DA AND JIN GUOFAN

(Department of Precision Instruments, Tsinghua University, Beijing)

(Received 23 October 1984; revised 4 March 1985)

Abstract

This paper discusses the composition and optimum design of the computer originated holographic optical elements (COHOE). The preliminary experimental result with a special wavefront is presented.