第5卷 第6期
1985年6月

光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA

Vol. 5, No. 6
June, 1985

利用多光束偏转原子束验证共振荧光中光子统计规律的建议

王 育 竹
(中国科学院上海光学精密机械研究所)

提 要

本文提出利用多光束偏转原子束的方法验证光子统计规律，这种方法可有效地消除原子束速度分布对实验结果的影响，因而可得到有意义的验证结果。文中分析了这种方法的优点，给出了对实验条件的要求。

一、引 言

近年来人们对光与原子相互作用过程中辐射场的量子力学效应感到极大兴趣[1~7]。理论分析表明荧光光子在时间上具有反聚束效应[1]。L. Mandel 研究了两能级原子处于相干激发场中，在给定时间间隔内发射光子的几率分布 $P(n)$[3]，并得到光子统计是亚泊松分布。L. Mandel 定义 Q 参量作为衡量光子统计偏离亚泊松分布的自然度量，

$$Q \equiv \frac{\langle(\Delta n)^2\rangle - \langle n\rangle}{\langle n\rangle}, \tag{1}$$

这里 $\langle n\rangle$ 是发射光子的平均数，$\langle(\Delta n)^2\rangle$ 是其均方差。若 $P(n)$ 是亚泊松分布，则 Q 为负，它说明发射光子在时间上的反聚束效应，这种反聚束效应是量子场的明显特征[1,4,7]。

R. J. Cook 在研究光子动量传递给原子的问题时指出，共振荧光中光子统计规律与光子动量传递给原子的统计规律间存在简单联系[4]。利用这种联系可导出发射光子的平均数 $\langle n\rangle$ 和均方差 $\langle(\Delta n)^2\rangle$ 与原子动量和动量扩散的关系。R. J. Cook 的理论分析表明，在一定条件下除亚泊松分布规律外，还存在泊松和超泊松分布。这个结果是有趣的，它说明亚泊松分布不是光子在时间上反聚束的必然结果[4]。因此，从实验上验证共振荧光中光子统计规律在科学研究上具有重要意义。

自由原子得到动量或失去动量都将影响原子的运动状态。原子吸收光子和散射光子都引起原子运动轨迹的变化，这种变化反映了光子统计性质。R. J. Cook 首先建议用原子束在平面行波共振光压作用下产生的偏转角来测量光子统计偏离泊松规律的自然参量Q[4]。利用热逸出所形成的原子束，并与激光束垂直作用，Q 的表示式为

$$Q = \frac{M\left\langle\frac{1}{v^2}\right\rangle}{\hbar K\left\langle\frac{1}{v^3}\right\rangle}\,\frac{[\langle(\Delta\theta)^2\rangle - \langle(\Delta\theta)^2\rangle_0 - S^2\langle\theta\rangle^2]}{\langle\theta\rangle} - \frac{7}{5}, \tag{2}$$

收稿日期：1984年9月14日

这里 M 是原子质量，$\hbar$ 是普朗克常数，$\hbar=h/2\pi$，K 是传播常数。式中 $\langle\theta\rangle$ 表示原子运动轨迹在光压作用下所产生的平均偏转角。 $\langle(\Delta\theta)^2\rangle$ 是偏转角 θ 的均方差， 它是光子统计效应，原子束起始发散角和原子束速度分布对原子束发散角扩展之总和，$\langle(\Delta\theta)^2\rangle_0$ 是原子束起始发散对原子束扩展的贡献，$S^2\langle\theta\rangle^2$ 是由于原子速度分布使原子穿过光场的时间不同对原子束扩展的贡献，这里 $S^2=[\langle 1/v^4\rangle-\langle 1/v^2\rangle]/\langle 1/v^2\rangle^2$。所以，若要精确测定 Q 参量，不使光子统计效应产生的偏转角扩展淹没于原子速度分布和原子束起始发散所产生的偏转角扩展之中，就必须有效地减小 $\langle(\Delta\theta)^2\rangle_0$ 和 $S^2\langle\theta\rangle^2$ 二项的影响。 为此，必须对原子束速度进行选速，使其速度分布单一化。 理论计算要求原子束速度分布的相对宽度 $\langle(\Delta v)^2\rangle^{1/2}/\langle v\rangle \lesssim 1/40$，原子束起始发散角必须是 $\langle(\Delta\theta)^2\rangle_0^{1/2}\lesssim 3\times10^{-4}$[4,9]。为了获得单一速度原子束，已提出了多种获得单一速度的方法[8,9]，但这些方法所得到的信号均很弱，影响测量的精确度。本文发展了一种利用多光束偏转原子束的方法测量 Q 参量，这个方法是基于多光束偏转原子束的实验之上提出的[10]。在新的方法中消除了速度分布对实验结果的影响，有效地增大了信号强度，因而，可精确地验证光子统计的理论预言。

虽然，利用光子相关技术验证光子统计理论的实验已进行过[2]。但这些实验均未能直接测出共振荧光中光子反聚束效应。光子反聚束的结论是经过对实验结果进行理论修正后推论得出的[5]。文献[5]指出，必须改进实验条件，测量单原子或离子的发光以便直接观察反聚束效应，这个实验的难度很高，尚未见实现的报道[12]。本文所提出的方法，将直接获得光子统计的性质，并能得到离共振条件下的统计规律。

二、多光束偏转原子束验证共振荧光中光子统计规律

多光束偏转原子束验证光子统计规律的基本思想是，让二能级原子束(例如，光抽运 Na 原子束)通过往返传播的多光束，原子在平均光压的作用下不改变其运动轨迹。 但是，由于在原子与辐射场相互作用过程中，光子的动量传递给原子的统计性质，产生了原子动量的扩散，原子的运动轨迹发生变化。 因此，原子束发散角的扩展完全显示了量子力学的起伏效应。这种测量 Q 参量的方案如图 1 所示。原子束沿两棱形镜的中心线行进，激光束垂直原子束轴线射入两棱形镜间，经多次反射形成多光束。 按照 R. J. Cook 的分析方法[4]，原子经过第一个光束并散射 n_1 个光子后，在 z 方向获得的动量为

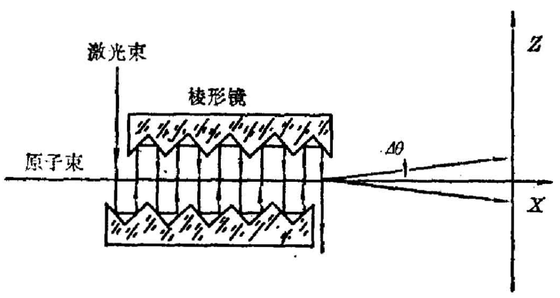

图 1

$$P_1^z=P_0+n_1\hbar\boldsymbol{K}_1+\sum_{i=1}^{n_1}\hbar K_{1i}^z, \tag{3}$$

P_0 为原子束在 z 方向的起始动量，$\boldsymbol{K}_1$ 为传播矢量，$\hbar K_{1i}^z$ 为原子的自发辐射反冲光子动量在 z 方向分量。原子经过 N 个光束后，在 z 方向的动量为

$$P^z=\sum_{j=1}^{N}P_j^z=P_0+\sum_{j=1}^{N}\left(n_j\hbar\boldsymbol{K}_j+\sum_{i=1}^{n}\hbar K_{ji}^z\right)。 \tag{4}$$

那末在 x 方向的速度为 v 的原子束在 z 方向的平均偏转角 $\langle\theta\rangle_v=\frac{\langle P^z\rangle}{P_x}$ 为*

$$\langle\theta\rangle_v=\sum_{j=1}^{N}\langle\theta_j\rangle=\frac{\hbar N\langle n\rangle_v}{Mv}\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{K}_j, \tag{5}$$

式中 $P_x=Mv$，假定 N 个光束的尺寸和光强一致，并利用 $\left\langle\sum_{i=1}^{n}\hbar K_{ji}^{z}\right\rangle=0$[4]。若 N 为偶数时 $\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{K}_j=0$，所以 $\langle\theta\rangle_v=0$。它说明原子束在平均光压作用下不改变其运动轨迹。但是，自发辐射产生了两种类型的起伏：一是发射光子数 n 围绕其平均数 $\langle n\rangle$ 起伏，二是发射光子在方向上是随机的，这就使得原子动量扩散。原子经过 N 个光束后其动量 P^z 的均方差为

$$\langle(\Delta P)^2\rangle_v=\langle(\Delta P)^2\rangle_0+N(\hbar K)^2\left(\langle(\Delta n)^2\rangle_v+\frac{2}{5}\langle n\rangle_v\right)。\tag{6}$$

上式推导中利用了

$$\left\langle\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{n}\hbar_j K_{ji}\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{n}\hbar K_{ji}\right\rangle=\frac{2}{5}N(\hbar K)^2\langle n\rangle_v{}^{[4]}。$$

偏转角 θ 的均方差为 $\langle(\Delta\theta)^2\rangle_v=\langle(\Delta P)^2\rangle_v/P_x^2$，从(6)式得

$$\langle(\Delta\theta)^2\rangle_v=\langle(\Delta\theta)^2\rangle_0+\frac{N(\hbar K)^2\left(\langle(\Delta n^2)\rangle_v+\frac{2}{5}\langle n\rangle_v\right)}{(Mv)^2}, \tag{7}$$

$\langle(\Delta\theta)^2\rangle_0$ 表示原子束起始发散角的均方差。从文献[6]已知，当作用时间为 t 时，$\langle n\rangle_v$ 表示为

$$\langle n\rangle_v=\frac{\beta\Omega^2 t}{2\left(\Delta^2+\beta^2+\frac{1}{2}\Omega^2\right)}, \tag{8}$$

式中 $\Delta=\nu_0-\nu_e$ 表示激光频率 ν_e 对原子共振频率 ν_0 的失谐，β 为半爱因斯坦自发辐射系数，Ω 为拉比(Rabi)频率，$t=d/v$ 为原子行经光束 d 的时间。从(7)式、(8)式和(1)式得到 Q 参量的表示式为，

$$Q_v=\frac{2M^2v^3\left(\Delta^2+\beta^2+\frac{1}{2}\Omega^2\right)}{(\hbar K)^2Nd\beta\Omega^2}\left(\langle(\Delta\theta)^2\rangle_v-\langle(\Delta\theta)^2\rangle_0\right)-\frac{7}{5}。\tag{9}$$

上面分析中都假定原子速度为 v，(9)式仅对单一速度原子束有意义。在热逸出所形成的原子束中，原子速度有一定分布，速度 v 是一个随机变量，因而引入了原子与激光作用时间不同产生的附加偏转角均方差[4]。这时总均方差为

$$\langle(\Delta\theta)^2\rangle=\langle(\Delta\theta)^2\rangle_0+\langle(\Delta\theta)^2\rangle_c+\langle(\Delta\theta)^2\rangle_s, \tag{10}$$

$\langle(\Delta\theta)^2\rangle_c$ 为对原子速度求平均后的由于光子统计效应产生的偏转角均方差，$\langle(\Delta\theta)^2\rangle_s$ 为由于原子的速度分布使原子与光束作用时间不同产生的偏转角均方差。在附录 I 中，我们推导了它们的表达式，并证明 $\langle(\Delta\theta)^2\rangle_s=0$。这意味着在多光束测量 Q 参量的方法中消除了由于速度分布引入的误差。利用附录 I 中的(I-12)式，就得到原子具有速度分布的 Q 的表示式

$$Q=\frac{2M^2\left(\Delta^2+\beta^2+\frac{1}{2}\Omega^2\right)\langle v^3\rangle}{(\hbar K)^2Nd\beta\Omega^2}\left[\langle(\Delta\theta)^2\rangle-\langle(\Delta\theta)^2\rangle_0\right]-\frac{7}{5}, \tag{11}$$

共振时 $\Delta=0$，又光强很大时 $\Omega^2\gg\beta^2$，(11)式可简化成

* 式中角注 v 表示原子速度 v 时的量。

$$Q=\frac{M^2\langle v^3\rangle}{(\hbar K)^2 N d\beta}\left[\langle(\Delta\theta)^2\rangle-\langle(\Delta\theta)^2\rangle_0\right]-\frac{7}{5}, \tag{12}$$

上面 Q 的表示式中 $\langle(\Delta\theta)^2\rangle$、$\langle(\Delta\theta)^2\rangle_0$ 和 $\langle v^3\rangle$ 可直接从实验中测出，其他都是常数，精确测量这些量即可测定 Q 参量。与(2)式相比，在 Q 表示式中消除了速度分布对测量结果的影响。文献[4]指出速度分布对测量结果的影响是很大的。所以，消除速度分布的影响是本实验方法的主要优点。

三、对实验条件的要求

为了进行有意义的实验测量，原子束发散角引入的偏转角均方差 $\langle(\Delta\theta)^2\rangle_0$ 必须小于或等于光子统计效应产生的偏转角均方差。

$$\langle(\Delta\theta)^2\rangle_0\leqslant\langle(\Delta\theta)^2\rangle_c。 \tag{13}$$

从附录 I(I-6)式已知

$$\langle(\Delta\theta)^2\rangle_c=\frac{(\hbar K)^2 N\left[\langle(\Delta n)^2\rangle+\frac{2}{5}\langle n\rangle\right]}{M^2\langle v^3\rangle\langle 1/v\rangle}。 \tag{14}$$

原子束速度分布函数为[13]

$$f(v)=\frac{2}{\alpha}\left(\frac{v}{\alpha}\right)^3\exp-\left(\frac{v}{\alpha}\right)^2, \tag{15}$$

式中 α 为最可几速度。同 $f(v)$ 求 $\langle v^3\rangle$ 和 $\langle 1/v\rangle$ 得

$$\langle v^3\rangle=\int_0^\infty v^3 f(v)dv=\alpha^3\Gamma\left(\frac{7}{2}\right), \tag{16}$$

$$\langle 1/v\rangle=\frac{1}{\alpha}\Gamma\left(\frac{3}{2}\right), \tag{17}$$

式中 $\Gamma(x)$ 为 Gama 函数，找出 $\Gamma(x)$ 值[11]，则 $\langle v^3\rangle=3.32\alpha^3$，$\langle 1/v\rangle=0.886/\alpha$。另外，$\langle(\Delta\theta)^2\rangle_c$ 的最小值对应于 $Q=-3/4$[4]，这时 $\langle(\Delta n)^2\rangle=\frac{1}{4}\langle n\rangle$。将 $\langle v^3\rangle$、$\langle 1/v\rangle$ 及 $\langle(\Delta n)^2\rangle$ 值代入(14)式得到

$$\langle(\Delta\theta)^2\rangle_c=\frac{0.22N\langle n\rangle(\hbar K)^2}{M^2\alpha^2}。 \tag{18}$$

根据(13)式的要求，原子束发散角均方差必须满足

$$\langle(\Delta\theta)^2\rangle_0\leqslant 0.22\frac{N\langle n\rangle(\hbar K)^2}{M^2\alpha^2}。 \tag{19}$$

若选取 $N=20$，$\langle n\rangle=100$，$\alpha=10^3\,\mathrm{m/s}$，$M=3.82\times10^{-23}\,\mathrm{g}$(对 Na 原子)，则要求 $\langle(\Delta\theta)^2\rangle_0^{1/2}\leqslant 6.3\times10^{-4}\,\mathrm{rad}$。这个要求在实验上完全可以实现[9]。

在多光束的方法中，激光束与原子束正交，消除了多普勒效应。原子束中所有速度的原子均参与和激光的相互作用，因此，可探测的信号来自所有速度的原子。而在以前的建议中由于对原子束选速，只有一小部分原子参与和激光相互作用，因而信号很弱，理论估算信噪比约为 10[9]。在多光束的方法中，由于可探测的原子数多，信噪比增大约 1～2 个数量级。这对精确验证光子统计规律有很大益处。

四、结　束　语

本文提出的方法与前人提出的方法相比较具有以下几个特点：(1)消除了原子束速度分布对实验结果所产生的影响，可提高测量精确度；(2)增多了原子散射光子的次数，使光子统计性质充分显示出来，降低了对原子束准直度要求；(3)所有原子均参与相互作用，增大信号强度约1～2个量级。总之，多光束偏转原子束方法可精确地验证光子统计规律，使一个难度高的实验验证工作易于实现。

附　录 I

在多光束作用下总的偏转角均方差为

$$\langle(\varDelta\theta)^2\rangle=\langle(\varDelta\theta)^2\rangle_0+\langle(\varDelta\theta)^2\rangle_c+\langle(\varDelta\theta)^2\rangle_s, \tag{I-1}$$

$\langle(\varDelta\theta)^2\rangle_c$ 为原子具有平均速度时由于光子统计起伏产生的偏转角均方差。从(7)式知，原子速度为 v 时这项均方差为

$$\langle(\varDelta\theta)^2_v\rangle=\frac{(\hbar K)^2N\left[[\langle(\varDelta n)^2_v\rangle+\frac{2}{5}\langle n_v\rangle\right]}{M^2v^2}, \tag{I-2}$$

文献[3]已求出

$$\langle(\varDelta n)^2_v\rangle=2D_It/(\hbar K)^2,\quad \langle n_v\rangle=5D_st/(\hbar K)^2, \tag{I-3}$$

D_I 为感应辐射引起的动量扩散系数，D_s 为自发辐射引起的动量扩散系数，t 为原子与光束相互作用时间。将(I-3)代入(I-2)式

$$\langle(\varDelta\theta)^2_v\rangle=\frac{2N(D_I+D_s)d}{M^2v^3}, \tag{I-4}$$

将上式对速度求平均并乘以 $\langle1/v\rangle/\langle1/v\rangle$，

$$\langle(\varDelta\theta)^2\rangle_c=\frac{2N(D_I+D_s)d\langle1/v\rangle}{M^2\langle v^3\rangle\langle1/v\rangle}, \tag{I-5}$$

利用(I-3)式得到

$$\langle(\varDelta\theta)^2\rangle_c=\frac{(\hbar K)^2N\left[\langle(\varDelta n)^2\rangle+\frac{2}{5}\langle n\rangle\right]}{M^2\langle v^3\rangle\langle1/v\rangle}。 \tag{I-6}$$

$\langle(\varDelta\theta)^2\rangle_s$ 是由于原子速度分布产生的偏转角均方差。用 $\langle\theta_v\rangle$ 表示速度为 v 的原子经过 N 个光束后的平均偏转角，由(5)式可写出

$$\langle\theta_v\rangle=\frac{\hbar N\langle n_v\rangle}{Mv}\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{K}_j, \tag{I-7}$$

利用(I-3)式得

$$\langle\theta_v\rangle=\frac{5D_s\hbar d}{M}\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{K}_j\left(\frac{1}{v^2}\right)=c\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{K}_j(1/v^2), \tag{I-8}$$

这里 $c=5D_s\hbar d/M$。将(I-8)式对速度分布求平均则

$$\langle\theta\rangle=c\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{K}_j\langle1/v^2\rangle, \tag{I-9}$$

偏转角 θ_v 对 $\langle\theta\rangle$ 的方差为

$$\Delta\theta_s^2=(\langle\theta\rangle-\theta_v)^2,$$

对速度分布求平均则有

$$\langle(\Delta\theta)^2\rangle_s=\langle\theta_v^2\rangle-\langle\theta\rangle^2,$$

利用(I-8)式和(I-9)式 $\langle(\Delta\theta)^2\rangle_s$ 表示为

$$\langle(\Delta\theta)^2\rangle_s=\left(c\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{K}_j\left\langle\frac{1}{v^2}\right\rangle\right)^2\frac{\left[\left\langle\frac{1}{v^4}\right\rangle-\left\langle\frac{1}{v^2}\right\rangle^2\right]}{\left\langle\frac{1}{v^2}\right\rangle^2}, \tag{I-10}$$

或写为

$$\left.\begin{aligned}&\langle(\Delta\theta)^2\rangle_s=\langle\theta\rangle^2S^2,\\&S^2=\frac{\left[\left\langle\frac{1}{v^4}\right\rangle-\left\langle\frac{1}{v^2}\right\rangle^2\right]}{\left\langle\frac{1}{v^2}\right\rangle^2}。\end{aligned}\right\} \tag{I-11}$$

在往返多光束情况 N 为偶数时，$\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{K}_j=0$，所以 $\langle(\Delta\theta)^2\rangle_s=0$。将(I-11)和(I-6)式代入(I-1)式得到

$$\langle(\Delta\theta)^2\rangle-\langle(\Delta\theta)^2\rangle_0=\frac{(\hbar K)^2N\left[[\langle(\Delta n)^2\rangle+\frac{2}{5}\langle n\rangle\right]}{M^2\langle v^3\rangle\langle1/v\rangle}。 \tag{I-12}$$

从上式中解出 $\langle(\Delta n)^2\rangle$ 代入正文中(1)式可得 Q 的表示式(11)。

参 考 文 献

[1] H. J. Carmichael *et al.*; *J. Phys.* (*B*), 1976, **B9**, No. 8 (1 Jun), 1199.
[2] H. J. Kimble *et al*; *Phys. Rev. Lett.*, 1977, **39**, No. 11 (12 Sep), 691.
[3] L. Mandel; *Opt. Lett.*, 1979, **4**, No. 7 (Jul), 205.
[4] R. J. Cook; *Phys. Rev.*, 1980, **A22**, No. 3 (Sep), 1078.
[5] D. F. Walls *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1981, **47**, No. 10 (7 Sep), 709.
[6] R. J. Cook; *Opt. Commun.*, 1980, **35**, No. 3 (Dec), 347.
[7] S. Stenholm; *Phys. Rev.*, 1983, **A27**, No. 5 (May), 2513.
[8] 王育竹等;《光学学报》, 1982, **2**, No. 6 (Dec), 227.
Ю. Ж. Ван; *Квантовая Электроника*, 1982, **9**, №. 5 (Май), 1045.
[9] K. Rubin *et al.*; *NBS Special Publication*, 1983, Vol. 653, 119.
[10] 王育竹等,《中国科学(A)》, 1984, **5**, No. 5 (May), 467.
[11] И. Н. Бронтейн, К. А. Семендяев; «Сиравочник по Математике», (ГИТТЛ Москва, 1956), 75.
[12] S. Stenholm; *«Laser Spectroscopy VI Editors H. P. Weber and Lüthy»*, (Springer-Verlag, 1983), p. 14. S. Stenholm 报告中讲"最近实验工作*支持亚布松光子统计"但尚未见报道。*R. Short and L. Mandel, Report at Fifth Rochester Conference on Coherence and Quantum Optics, June 13~15, 1983.
[13] N. F. Ramsey; *«Molecular Beam»*, (Oxford, 1956).

A proposal concerning the use of multiple-laser-beam-induced deflection of atomic beam to test photon statistics in resonant fluorescence

WANG YUZHU
(*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica*)
(Received 14 September 1984)

Abstract

Experiments of atomic beam deflections can be used to test photon statistics in resonant flourescence of two-level atoms[4,8,9]. In this paper it is proposed that atomic beam deflections by multiple laser beams be used to test photon statistics in resonant fluorescence. This method may effectively suppress the influence of velocity distribution of atoms on experimental results, making the results more fruitful. The merits of this method are analysed and the necessary experimental conditions discussed.