

平条纹面介质光栅衍射之二阶 耦合波理论的进一步推广

恽 钢 于美文

(北京工业学院光学仪器系)

提 要

本文在 Moharam 等人工作的基础上,对现有的平条纹面介质光栅衍射的二阶耦合波理论作了进一步推广。文中理论分析严格地建立在定态麦克斯韦方程组的基础之上。因此,原则上,按照本文所介绍的方法可以借助计算机得到具有任意所需精度的结果。

本文所研究的对象是平条纹面介质光栅。文中除要求光栅介质具有平面等值面及平面表面外,对光栅结构没有其它限制。本文允许照明光波以任意方向入射(特别是,允许入射面与光栅矢量面成任意夹角)。此外,本文还允许入射光具有任意的偏振状态,并以一系列琼斯矩阵表示光栅的衍射特性。这意味着本文把光栅也当作一种偏振元件来处理。

一、引 言

解平条纹面介质光栅的衍射问题最终可归结为在一定的条件下解非均匀介质内波动方程

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + k^2 \varepsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}) - \nabla[\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r})] = 0$$

的定解问题。根据文献[2]统计,自1930年以来,有关光栅衍射问题的文章已发表了400篇以上,其中许多篇是有关平条纹面介质光栅的。而有关的理论,也有六、七种之多。但总的讲,每一种理论都对应一种特殊的解法或近似解法,并在某种特定的条件下得到好的结果。例如,忽略光栅厚度的某些效应,可以得到适用于薄光栅的薄光栅衍射理论^[4],而耦合波理论(一阶二波理论)则对具有较低调制度的厚光栅适用,并仅在近似布拉格入射的情况下有较精确的结果^[5]。大约在1981到1982年间, Moharam 等人发表了几篇有关光栅衍射之严格解——二阶耦合波理论的文章^[1~3](其中以文献[3]所介绍的理论适用范围最广,对两种偏振态 TE 和 TM 都作了研究)。比起以前的各种衍射理论,二阶耦合波理论的主要优点是:(1)理论的严格性。(2)光栅结构的任意性。后者主要指光栅可以具有任意的厚度、条纹倾斜度、调制度、调制类型和调制截面形状。

本文所给出的衍射理论具有文献[1~3]所介绍的二阶耦合波理论的主要特征,在保留文献[1~3]优点的同时作了进一步的推广,即本文允许入射面与光栅矢量平面成任意夹角 α_0 ,而把文献[1~3]中讨论的情况——入射面与光栅矢量平行的情况作为本文的理论 $\alpha_0=0$ (或 π)时的一个特例。此外,本文采用琼斯矩阵表征光栅的衍射特性,故而可以较方便地用于研究光栅对光场偏振态的影响。

收稿日期:1984年8月17日;收到修改稿日期:1985年1月10日

二、基本理论

1. 定解问题

如图 1 所示, 设有一光栅, 其结构可以下式表示

$$\varepsilon(\mathbf{r}) = \begin{cases} (n^R)^2 & \mathbf{r} \in R \\ \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \varepsilon_l \exp(i\mathbf{l}\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}), & \mathbf{r} \in G \\ (n^T)^2 & \mathbf{r} \in T \end{cases} \quad (1)$$

式中, $\varepsilon(\mathbf{r})$ 为复相对介电常数, 其实部为 $[nG(\mathbf{r})]^2$, 虚部为 $\sigma(\mathbf{r})/\omega\epsilon_0$ (ω 是时间角频率, ϵ_0 是真空介电常数, $\sigma(\mathbf{r})$ 为电导率)。由 (1) 式可见: 在区域 R 、 T 中, 介质具有均匀的折射率 n^R 、 n^T , 没有吸收; 在区域 G 内, 介质的复相对介电常数具有平面等值面 (即平条纹面), 且平面的法矢量为 \mathbf{K} (即光栅矢量), \mathbf{K} 与光栅条纹间距 Λ 的关系是: $|\mathbf{K}| = 2\pi/\Lambda$ 。由于 (1) 式包含 \mathbf{K} 的谐波成分 $\mathbf{l}\mathbf{K}$, 所以光栅的调制截面形状不受限制。

设在相对磁导率 $\mu=1$ 的介质中, 具有任意偏振态的单色平面波 $\mathbf{s} \exp(i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r})$

以任意方向入射上述光栅时, 根据定态麦克斯韦方程组及其边界条件得

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + k^2 \varepsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}) - \nabla[\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r})] = 0, \quad (2)$$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}^A - \mathbf{E}^B) = 0, \quad \mathbf{n} \times (\nabla \times \mathbf{E}^A - \nabla \times \mathbf{E}^B) = 0, \quad (3)$$

式中, \mathbf{n} 为区域 A 、 B 交界面的法矢量, \mathbf{E}^A 、 \mathbf{E}^B 为 A 、 B 区域中的电场强度矢量, $k = 2\pi/\lambda$, λ 为真空中波长, (2) 式称为广义波动方程。

2. 试探解

显然, 在以上定解问题中, 存在着一个特殊的方向, 即光栅表面的法线方向 (纵向)。在垂直于这一方向的任何一个方向 (横向) 上: (1) 光栅结构的线度无限大, 因而具有光栅矢量 \mathbf{K} 的横向投影矢量 \mathbf{K}_ρ 所表示的周期性; (2) 入射光具有 $\mathbf{K}_{s\rho}$ 所代表的周期性。由此两点, 本文假设 (2)、(3) 式具有下面形式的解:

$$\mathbf{E}^G(\mathbf{r}) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}_m^G(\mathbf{r}) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \mathbf{Z}_m(z) \exp(i\mathbf{k}_{m\rho}^G \cdot \boldsymbol{\rho}), \quad (4)$$

式中, $\mathbf{k}_{m\rho}^G = \mathbf{k}_{s\rho} + m\mathbf{K}_\rho$ 。此解是否合理取决于能否使 (2) 和 (3) 式唯一地确定所有 $\mathbf{Z}_m(z)$, 且 $\mathbf{Z}_m(z)$ 不恒为零。(4) 式的物理意义在于: 光栅对入射光施加某种作用而产生衍射光, 因此衍射光场的结构应当与光栅和入射光场所形成的网格相配合, 以同时满足 $\mathbf{K}_{s\rho}$ 和 \mathbf{K}_ρ 所要求的周期性。容易验证: (1) 所有 $\mathbf{K}_{s\rho}$ 与 \mathbf{K}_ρ 形成的莫尔条纹结构能够满足要求; (2) 上述莫尔条纹结构与光栅结构 \mathbf{K}_ρ 所形成的莫尔条纹结构能够满足要求。后者意味着, 即使光栅是余

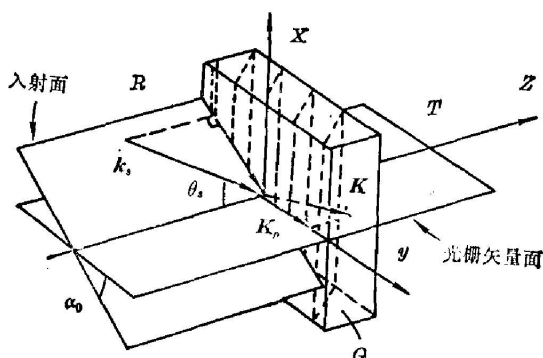


图 1 单色波以任意方向入射具有平面条纹面的介质光栅

Fig. 1 A monochromatic wave incident on a planar dielectric grating in an arbitrary direction

弦的(无高次谐波), 仍然可以有高次衍射, 或者说不管光栅结构有无高次谐波成分, 光场一般都应具有 $K_{s\rho} + mK_p$ ($m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$) 所代表的结构形式。

3. 光栅方程

在光栅外部, 介质是均匀的, 因此(2)式有平面波解。但考虑到(4)式及边界条件(3)式, 只有那些横向空频等于 $k_{m\rho}^G$ 的平面波能够存在, 因此, 在 R, T 区域内, 光场可写作

$$E^R(\mathbf{r}) = E_s(\mathbf{r}) + \sum_{m=-\infty}^{+\infty} E_m^R(\mathbf{r}) = s \exp(i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}) + \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_m \exp(i\mathbf{k}_m^R \cdot \mathbf{r}), \quad (\mathbf{r} \in R) \quad (5)$$

$$E^T(\mathbf{r}) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} E_m^T(\mathbf{r}) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} T_m \exp[i\mathbf{k}_m^T \cdot (\mathbf{r} - d\mathbf{k})], \quad (6)$$

式中 $\mathbf{k}_m^R, \mathbf{k}_m^T$ 与(4)式中 $\mathbf{k}_{m\rho}^G$ 的关系是

$$\mathbf{k}_{m\rho}^R = \mathbf{k}_{m\rho}^T = \mathbf{k}_{m\rho}^G = \mathbf{k}_{m\rho}, \quad \mathbf{k}_{m\rho} = \mathbf{k}_{s\rho} + m\mathbf{K}_{\rho 0} \quad (7)$$

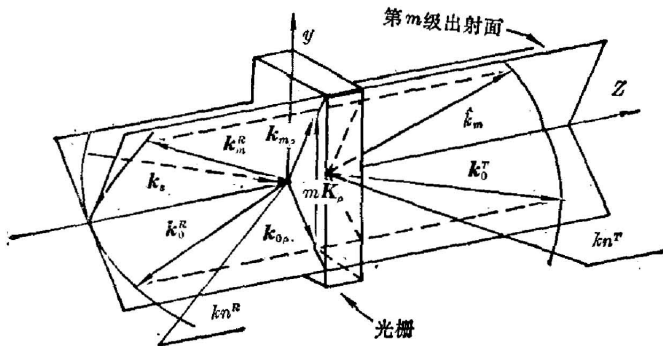


图2 由光栅方程确定第 m 级透射、反射衍射光的出射方向

Fig. 2 Determination of the directions of the m -th forward and backward diffracted waves according to grating equation

(7)式是一个十分重要的公式: 如果已知入射光的入射方向和光栅矢量的横向分矢量, 那么, 只需利用下面两个事实就能由(7)式求出所有可能的衍射光波(包括透射和反射)的出射方向(参见图2): (1) 在均匀介质内, 平面波波矢的模取恒定值 kn (n 为折射率); (2) 由于光源位于光栅左侧, 因此, 必须有 $k_{mz}^R < 0, k_{mz}^T > 0$ 和 $k_{sz} > 0$ 。实际上, (7)式是光栅方程的一个具有普遍性的表现形式, 此式适用于任何一种“理想的”光栅——具有严格横向

周期性的光栅。(7)式的主要特点是: 只给出入射波、衍射波及光栅之横向空频之间的关系, 而这种关系也正是最本质的关系。

4. 基本微分方程

由(5)、(6)两式可知: 要想求出各级衍射光波, 只需求出各级 R_m, T_m 即可。然而, 欲达此目的, 必须首先确定光栅内部光场的运动规律。若令

$$\mathbf{Z}_m(z) = \mathbf{A}_m(z) \exp(imK_z z), \quad (8)$$

则由(2)、(4)两式可得关于 $\mathbf{A}_m(z)$ 的微分方程组

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dz^2} \mathbf{A}_m + 2imK_z \frac{d}{dz} \mathbf{A}_m - (k_m^G)^2 \mathbf{A}_m + k^2 \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \varepsilon_{m-j} \mathbf{A}_j(z) \\ - \mathbf{k} \left[i \left(\mathbf{k}_m^G \cdot \frac{d}{dz} \mathbf{A}_m \right) + \frac{d^2}{dz^2} \mathbf{A}_{mz} \right] - i\mathbf{k}_m^G \left[\frac{d}{dz} \mathbf{A}_{mz} + i(\mathbf{k}_m^G \cdot \mathbf{A}_m) \right] = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

式中, $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \mathbf{k}_m^G = \mathbf{k}_{m\rho} + mK_z \mathbf{k}$ (或 $\mathbf{k}_{0\rho} + m\mathbf{k}$)。若把(9)式写成分量形式, 则有

$$\left. \begin{aligned} & \frac{d}{dz} \dot{A}_{mx} + 2imK_z \dot{A}_{mx} + \sum_j [k^2 \varepsilon_{m-j} - (k_{my}^2 + m^2 K_z^2) \delta_{mj}] (\cos \alpha_{mj} A_{jx} + \sin \alpha_{mj} A_{jy}) = 0, \\ & \frac{d}{dz} A_{mx} - \dot{A}_{mx} = 0, \\ & \frac{d}{dz} A_{my} + imK_z A_{my} + i \sum_j [(k^2 \varepsilon_{m-j} / k_{my}) - k_{my} \delta_{mj}] A_{jz} = 0, \\ & \frac{d}{dz} \sum_j \left(\frac{\varepsilon_{m-j}}{\varepsilon_0} \right) A_{jz} + i \left(\frac{\varepsilon_{m-j}}{\varepsilon_0} \right) [mK_z A_{jz} + k_{my} (-\sin \alpha_{mj} A_{jx} + \cos \alpha_{mj} A_{jy})] = 0, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中 $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$, δ_{mj} 为 δ 函数, $A_{mx} = \mathbf{A}_m \cdot \mathbf{i}_m$, $A_{my} = \mathbf{A}_m \cdot \mathbf{j}_m$, $A_{mz} = \mathbf{A}_m \cdot \mathbf{k}$, $\dot{A}_{mx} = \frac{d}{dz} A_{mx}$, $K_z = \mathbf{K} \cdot \mathbf{k}$, $k_{my} = \mathbf{k}_{mp} \cdot \mathbf{j}_m = |\mathbf{k}_{mp}|_0$.

各符号的意义如图 3 所示。

(10) 式包含无穷多个线性的一阶常系数微分方程。但一般在实际求解时, 可视精度要求取: $m = -m_1, \dots, 0, \dots, m_2$ ($m_1, m_2 \geq 0$), 若令 $N = m_1 + m_2 + 1$, 则共需考虑 $4N$ 个方程。所有 $4N$ 个方程相互联系, 必须同时解出。只有当入射面与光栅矢量平面平行时, 这 $4N$ 个方程才可分为互相独立的两组, 分别对应 TE、TH 两种偏振态。这时就可以得到与文献[3]形式不同但等价的结果; 并且, 对于 TH 偏振态, 方程组(10)式的优点是: 不需进行傅里叶展开运算。

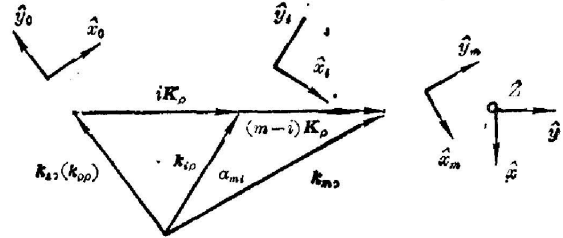


图 3 基矢 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}, \mathbf{i}_m, \mathbf{j}_m$ 等之方位的确定

Fig. 3 Determination of the directions of unit vectors $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}, \mathbf{i}_m$ and \mathbf{j}_m

5. 边界条件

把(4)式代入(3)式可导出关于 $\mathbf{A}_m(z)$ 的边界条件:

$$\left. \begin{aligned} & i\dot{A}_{mx}(0) - (mK_z + n^R k \cos \theta_m^R) A_{mx}(0) = -2n^R k \cos \theta_0^R S_x \delta_{m0}, \\ & i \cos \theta_m^R \dot{A}_{my}(0) - (mK_y \cos \theta_m^R + n^R k) A_{my}(0) + k_{my} \cos \theta_m^R A_{mz}(0) \\ & \quad = -2n^R k \cos \theta_0^R S_y \delta_{m0}, \\ & i \cos \theta_m^T \dot{A}_{my}(d) - (mK_z \cos \theta_m^T - n^T k) A_{my}(d) + k_{my} \cos \theta_m^T A_{mz}(d) = 0, \\ & i\dot{A}_{mx}(d) - (mK_z - n^T k \cos \theta_m^T) A_{mx}(d) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} R_{mx} &= A_{mx}(0) - S_x \delta_{m0}, \\ R_{mp} &= S_p \delta_{m0} - (1/\cos \theta_m^R) A_{my}(0), \\ T_{mx} &= A_{mx}(d) \exp(imK_z(d)), \\ T_{mp} &= A_{my}(d) \exp(imK_z(d)/\cos \theta_m^T). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

在(11)和(12)式中, $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$. θ_m^R, θ_m^T 为第 m 级反射、透射衍射光波的出射角; 带脚标“ x ”者为垂直出射面分量, 带脚标“ p ”者为平行出射面分量。(11)式用于确定 $\mathbf{A}_m(z)$, 而(12)式则用于在已知 $\mathbf{A}_m(z)$ 的情况下确定输出量 \mathbf{R}_m 和 \mathbf{T}_m 。显然(12)式仅表示电场的切向分量在边界上连续。

6. 用琼斯矩阵表征光栅的衍射特性

由(2)式和(3)式可知,对于电场 $E(\mathbf{r})$ 来说,介质光栅是一个线性系统。因此,可以一系列的反射、透射琼斯矩阵^[6] $M_m^R, M_m^T (m=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$ 表示光栅的衍射性质

$$\mathbf{R}_m = M_m^R \mathbf{S}, \quad \mathbf{T}_m = M_m^T \mathbf{S}, \quad (13)$$

其中 $\mathbf{S}, \mathbf{R}_m, \mathbf{T}_m$ 分别为入射光和第 m 级反射、透射光的琼斯矢量,它们各有两个分别对应垂直、平行出射(或入射)面的分量。矩阵 M_m^R, M_m^T 各有四个元素

$$M_m^R = \begin{pmatrix} r_m^{(1,1)} & r_m^{(1,2)} \\ r_m^{(2,1)} & r_m^{(2,2)} \end{pmatrix}, \quad M_m^T = \begin{pmatrix} t_m^{(1,1)} & t_m^{(1,2)} \\ t_m^{(2,1)} & t_m^{(2,2)} \end{pmatrix}. \quad (14)$$

采用琼斯矩阵的优点为

(1) 可使光栅本身与入射光在一定程度上分离开来(与入射光的偏振态分离开来),即对于确定的光栅及确定的入射方向, M_m^R, M_m^T 只代表光栅,而与入射光无关。特别是,对于特定的光栅和入射方向,只需计算两种以特殊偏振态入射的情况,即

$$\mathbf{S}^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (15)$$

就能把光栅对任意偏振态入射光的衍射特性表现出来——求出各级 M_m^R 和 M_m^T : 设当 $\mathbf{S} = \mathbf{S}^{(1)}$ 时,有 $\mathbf{R}_m = \mathbf{R}_m^{(1)}, \mathbf{T}_m = \mathbf{T}_m^{(1)}$ 。当 $\mathbf{S} = \mathbf{S}^{(2)}$ 时,有 $\mathbf{R}_m = \mathbf{R}_m^{(2)}, \mathbf{T}_m = \mathbf{T}_m^{(2)}$, 则

$$M_m^R = [\mathbf{R}_m^{(1)} \quad \mathbf{R}_m^{(2)}], \quad M_m^T = [\mathbf{T}_m^{(1)} \quad \mathbf{T}_m^{(2)}]. \quad (16)$$

(2) 矩阵 M_m^R, M_m^T 既可反映光栅衍射效率的大小,又能体现光栅对衍射光场各分量的位相的影响,因此,采用琼斯矩阵能够研究光栅对光场偏振态的影响。事实是,本文也把光栅当作一种偏振元件来处理。

7. 衍射效率

第 m 级反射衍射效率 η_m^R 、透射衍射效率 η_m^T 定义(若以琼斯矢量 $\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{S}/|\mathbf{S}|$ 表示入射光的偏振态)可表示为

$$\eta_m^R = \boldsymbol{\gamma}^\dagger H_m^R \boldsymbol{\gamma}, \quad \eta_m^T = \boldsymbol{\gamma}^\dagger H_m^T \boldsymbol{\gamma} \quad (17)$$

其中符号“ \dagger ”表示矢量或矩阵的共轭运算。矩阵 H_m^R, H_m^T 可分别称之为第 m 级反射、透射衍射效率矩阵,且

$$H_m^R = (\cos \theta_m^R / \cos \theta_0^R) M_m^{R\dagger} M_m^R, \quad H_m^T = (n^T \cos \theta_m^T / n^R \cos \theta_0^R) M_m^{T\dagger} M_m^T. \quad (18)$$

由(17)式可知:在一般情况下,衍射效率与入射光的偏振态有关。

三、数值计算

实践表明,在绝大多数情况下,由本文所给的理论不能得到衍射的解析解,而只能借助计算机求数值解。

下面将讨论有关数值计算的若干问题。

1. 基本参量和初始参量

由(9)~(11)各式可知: $\mathbf{R}_m, \mathbf{T}_m$ 与 \mathbf{S} 之间的关系可由 $\alpha_0, \theta_0^R, n^R/\sqrt{\epsilon_0}, n^T/\sqrt{\epsilon_0}, d\sqrt{\epsilon_0}/\lambda, \theta, A\sqrt{\epsilon_0}/\lambda$ 和 $\epsilon_l/\epsilon_0 (l \neq 0)$ 等一组基本参量唯一确定。但考虑到 ϵ_0 一般取复值,故在编制计算程序时一般取下述初始参量:入射角 θ_0^R 、入射面倾角 α_0 、光栅矢量倾角 θ , 相对

厚度 d/λ , 相对条纹面间距 A/λ , 折射率 n^R 、 n^T 及相对复介电常数的展开系数 $\varepsilon_l (l=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$ 。

2. 计算方法

微分方程组(10)式可写成矩阵形式

$$\frac{d}{dz} DA + MA = 0, \quad (19)$$

$$A = \begin{bmatrix} \vdots \\ A_{mx} \\ A_m \end{bmatrix}, \quad A_m = \begin{bmatrix} A_{mx} \\ A_{my} \\ A_{mz} \end{bmatrix}, \quad (20)$$

$$D = \begin{bmatrix} \vdots & & & \\ & D_{-1-1} & D_{-10} & D_{-11} \\ \cdots & D_{0-1} & D_{00} & D_{01} & \cdots \\ & D_{1-1} & D_{10} & D_{11} \\ & \vdots & & \end{bmatrix}, \quad D_{mj} = \begin{bmatrix} \delta_{mj} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{mj} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{mj} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{m-j}/\varepsilon_0 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

($m, j = -m_1 \cdots m_2$)

$$M = \begin{bmatrix} \vdots & & & \\ & M_{-1-1} & M_{-10} & M_{-11} \\ \cdots & M_{0-1} & M_{00} & M_{01} & \cdots \\ & M_{1-1} & M_{10} & M_{11} \\ & \vdots & & \end{bmatrix}, \quad (22)$$

在矩阵 M 中

$M_{mj} =$

$$\begin{bmatrix} 2imK_z\delta_{mj} & k^2\varepsilon_{m-j}\cos\alpha_{mj} - \delta_{mj}(k_{my}^2 - mK_z^2) & \sin\alpha_{mj}k^2\varepsilon_{mj} & 0 \\ -\delta_{mj} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & imK_z\delta_{mj} & i[(k^2/k_{my})\varepsilon_{m-j} - k_{my}\delta_{mj}] \\ 0 & -i\sin\alpha_{mj}(\varepsilon_{m-j}/\varepsilon_0)k_{my} & i\cos\alpha_{mj}k_{my}(\varepsilon_{m-j}/\varepsilon_0) & imK_z(\varepsilon_{m-j}/\varepsilon_0) \end{bmatrix} \quad (m, j = -m_1 \cdots m_2)$$

(19)式的通解为

$$A_m(z) = \sum_{h=1}^{4N} O_h e_{mh} \exp(iq_h z), \quad (23)$$

式中 q_h 为矩阵 $iD^{-1}M$ 的第 h 个特征值(共有 $4N$ 个), 而 e_{mh} 则按下式组成 $iD^{-1}M$ 的特征矢量 e_h

$$e_h = \begin{bmatrix} \vdots \\ iq_h e_{mhx} \\ e_{mhy} \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad e_{mh} = \begin{bmatrix} e_{mhx} \\ e_{mhy} \\ e_{mhz} \end{bmatrix}. \quad (24)$$

在(23)式中, O_h 为待定系数。把(23)式代入(11)式可得确定 O_h 的方程组。当 $S = S^{(1)}$ 时, 有解 $O_h^{(1)}$; 当 $S = S^{(2)}$ 时, 有解 $O_h^{(2)}$ 。由(12)、(16)有

$$\left. \begin{aligned}
 M_m^R &= \begin{bmatrix} -\delta_{m0} + \sum_h O_h^{(1)} e_{mhx} & \sum_h O_h^{(2)} e_{mhx} \\ - (1/\cos \theta_m^R) \sum_h O_h^{(1)} e_{mhy} & \delta_{m0} - (1/\cos \theta_m^R) \sum_h O_h^{(2)} e_{mhy} \end{bmatrix}, \\
 M_m^T &= \begin{bmatrix} \sum_h O_h^{(1)} e_{mhx} \exp[i(q_h + mK_z)d] & \sum_h O_h^{(2)} e_{mhx} \exp[i(q_h + mK_z)d] \\ (1/\cos \theta_m^T) \sum_h O_h^{(1)} e_{mhy} \exp[i(q_h + mK_z)d] & (1/\cos \theta_m^T) \sum_h O_h^{(2)} e_{mhy} \exp[i(q_h + mK_z)d] \end{bmatrix}
 \end{aligned} \right\} \quad (m = -m_1 \cdots m_2) \quad (25)$$

3. 计算实例

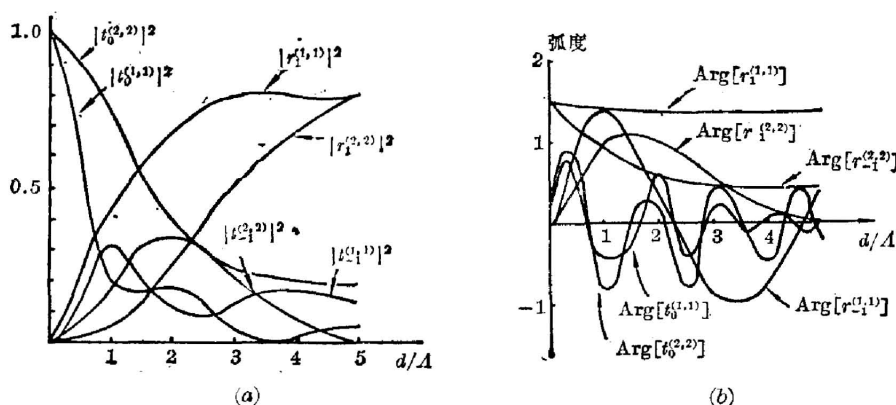


图 4 由本文方法计算文献[3]中第二个例题得到的曲线

Fig. 4 Curves of the second example in ref [3] calculated by method of this paper

作者认为文献[1~3]所涉及的问题是本文理论在 $\alpha_0 = 0$ 时的特例情况。因此当取 $\alpha_0 = 0$

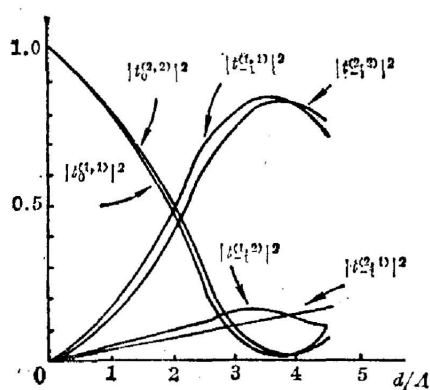


图 5 入射面与光栅矢量面成一定角度时获得的计算结果

Fig. 5 Results calculated with the incident plane at an angle with the grating vector

时, 由本文的计算方法算出的结果应与文献[1~3]所给出的结果相同。图 4(a) 表示由本文方法计算文献[3]中第二个例题得到的结果曲线。这些曲线与文献[3]中图 2 给出的曲线相同, 这显然是对本文理论的一个支持。此外, 由本文方法还能得到文献[3]没有给出的信息, 即衍射光的位相信息。由图 4(b) 可见: 一般矩阵 M_m^R 、 M_m^T 的各元素具有相异的辐角, 因此在一定程度上, 光栅可以具有类似推迟器(如用各向异性晶体制作的推迟器)的功能——使各级衍射光(包括零级)的 TE、TH 分量产生附加位相差。这一现象的物理原因在于: 光栅的结构是各向异性的。

当 $\alpha_0 = 45^\circ$ 时, 即入射面与光栅矢量面成一定角度时获得的计算结果。由图 5 可见: 当 $\alpha_0 \neq 0$ 时, 矩阵 M_m^R 、 M_m^T 的非主对角元素不为零。说明即使入射光是纯 TE(或 TH) 分量。

最后, 应指出, 在由本文所给计算方法计算纯折射率调制光栅时, 计算结果满足能量守恒定律。这无疑也是对本文理论和计算方法的一个支持。

参 考 文 献

- [1] M. G. Moharam, T. K. Gaylord; *J. O. S. A.*, 1981, **71**, No. 7 (Jul), 811.
- [2] T. K. Gaylord, M. G. Moharam; *Appl. Phys.*, 1982, **B28**, No. 1 (May), 1.
- [3] M. G. Moharam, T. K. Gaylord; *J. O. S. A.*, 1983, **73**, No. 4 (Apr), 451.
- [4] R. Magnusson, T. K. Gaylord; *Opt. Commun.*, 1979, **28**, No. 1 (Jan), 1.
- [5] Herwig Kogelnik; *Bell Syst. Tech. J.*, 1969, **48**, No. 9 (Nov), 2909.
- [6] Eugene Hecht, Alfred Zajac; *«Optics»*, (Addison-Wesley Publishing Company, 1974), 266.

**Generalization of the second-order coupled-wave theory
of diffractions on planar dielectric gratings**

YUN GANG AND YU MEIWN
(Beijing Institute of Technology)

(Received 17 August 1984; revised 10 January 1985)

Abstract

A generalization of the second-order coupled-wave theory of diffractions on planar dielectric gratings are presented. The theoretical analysis is rigorously based on the static Maxwell's equations. Therefore, it is easy, in principle, to obtain accurate results by following the computational method given by the present paper.

The planar dielectric gratings studied in this paper are only required to have planar isoplanes and plane surfaces. As the direction of the illuminating wave with respect to the grating is not restricted, the incident plane may be not parallel to the grating vector plane. Furthermore, the incident wave may be arbitrarily polarized and a series of Jone's matrices are adopted to characterize the grating. This means that gratings are also considered as elements which change the state of polarization of light waves.