

相干光脉冲的合并和面积演化

顾敏 谭维翰

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

提 要

我们在有失谐、阻尼、弛豫的条件下,导出了光与二能级原子系统相互作用的方程,并在共振情况下,用计算机模拟相干光脉冲在吸收介质中的传播,除了获得脉冲的分裂结果外,通过计算首次获得了双脉冲的合并现象以及光脉冲面积演化过程。

一、引 言

相干光脉冲在吸收介质中的传播已有许多作者^[1,2]进行研究。McCall和Hahn^[3]解Maxwell-Bloch方程,发现自感透明现象以及判定稳态脉冲的面积定理。相干光脉冲在吸收介质中传播时,会形成稳态脉冲,其波形是双曲正割函数,稳态面积是 $2n\pi$ ($n=0, 1, 2, \dots$),这样的脉冲在传播过程中,波形、能量、面积都不会发生变化。如果,入射脉冲的面积不为稳态值,则随着传播距离的增大,脉冲面积趋向稳态值,并且会出现脉冲分裂现象(如果入射光脉冲的面积大于 3π)。

我们借助于光与二能级原子系统相互作用的模型,导出在一般条件(失谐 $\Delta\omega \neq 0$, 阻尼 $\nu_i \neq 0$, 弛豫 $\gamma_a \neq \gamma_b \neq 0$)下的光与原子相互作用的方程,对光在共振吸收介质中的传播行为,在计算机上进行了数字模拟,研究了(i)光脉冲的合并和分裂现象;(ii)光脉冲的面积随传播距离的演化;(iii)脉冲宽度的加宽和压缩。计算结果表明,除了获得文献[2]中已报道过的脉冲分裂结果外,还获得两个光脉冲合并为一个光脉冲以及光脉冲面积并非单调地,而是振荡地趋向稳态值 $2n\pi$ 的结果。

二、光与二能级原子系统相互作用的方程

根据光与二能级原子系统相互作用的模型,我们有^[3]

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\omega_a + \frac{\gamma_a}{2}\right) a &= i \frac{p}{\hbar} [E \exp(-i\omega_0 t + ikx) + \text{c.c.}] b, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\omega_b + \frac{\gamma_b}{2}\right) b &= i \frac{p}{\hbar} [E \exp(-i\omega_0 t + ikx) + \text{c.c.}] a, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中 a 、 b 分别为原子的上、下能级的波函数; p 为 a 、 b 能级间的电偶极矩; γ_a 、 γ_b 为上、下能级的弛豫系统,它们与原子系统的纵、横弛豫时间 T_1 、 T_2 直接联系^[3]; ω_a 、 ω_b 分别是上、下能级所对应的频率; E 为电场振幅; ω_0 为光场的中心频率; k 为波矢。令

$$\left. \begin{aligned} a &= \exp\left[-\frac{i\omega t - ikx}{2} - \frac{i\omega_a + i\omega_b}{2} t\right] v_1, \\ b &= \exp\left[\frac{i\omega t - ikx}{2} - \frac{i\omega_a + i\omega_b}{2} t\right] v_2, \\ i\delta &= -\frac{i\omega}{2} + \frac{i\omega_a - i\omega_b}{2}, \\ E &= E_0 \exp[-i(\omega - \omega_0)t], \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中 ω 是光场频率; v_1, v_2 是波函数的慢变部分, 与 a, b 只差一个位相因子, 仍具有几率振幅的意义。将(2)式代入(1)式, 并取旋波近似, 得

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\delta + \frac{\gamma_a}{2}\right) v_1 &= i \frac{p}{\hbar} E_0 v_2, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\delta + \frac{\gamma_b}{2}\right) v_2 &= i \frac{p}{\hbar} E_0 v_1. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

同样, 由文献[3]得光波在介质中的传播方程

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2\nu_1 \frac{\partial}{\partial t} - c^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) [E \exp(-i\omega_0 t + ikx) + \text{c.c.}] = -4\pi \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (4)$$

其中 c 是介质中的光速; ν_1 是光场的阻尼系数; P 是介质的总极化强度, 即:

$$P = N_0 p (ab^* + a^*b) = P_0 \exp i\omega_0 t, \quad (5)$$

这里 N_0 为总粒子数密度。将(5)式代入(4)式, 同时采用慢变振幅近似 ($\partial E/\partial x \ll kE$, $\partial^2 E/\partial x^2 \ll k(\partial E/\partial x)$; $\partial E/\partial t \ll \omega_0 E$, $\partial^2 E/\partial t^2 \ll \omega_0(\partial E/\partial t)$, 和旋波近似, 则(4)式就变成

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial x} + \nu_1\right) E_0 = i2\pi\omega_0^2 N_0 p v_1 v_2^* \frac{1}{\omega}. \quad (6)$$

令 $\varepsilon = ipE_0/\hbar$, 其中 $\omega \approx \omega_0$, 并作变数代换 $\bar{x} = x$, $\bar{t} = t - (x/c)$, 再令 $\mu = 2\pi\omega_0 N_0 p^2/\hbar$, 则有

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial \bar{t}} + i\delta + \frac{\gamma_a}{2}\right) v_1 &= \varepsilon v_2, \\ \left(\frac{\partial}{\partial \bar{t}} - i\delta + \frac{\gamma_b}{2}\right) v_2 &= -\varepsilon^* v_1, \\ \left(c \frac{\partial}{\partial \bar{x}} + \nu_1\right) \varepsilon &= -\mu v_1 v_2^*, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

(7)式就是我们的基本方程。为了书写方便, 下面将(7)式中各量上的横杠略去。在 $\gamma_a = \gamma_b = \nu_1 = 0$ 时, 光脉冲的稳态解为^[1]

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \operatorname{sech}[t - (x/v)], \quad (7)'$$

其中 v 为光脉冲的传播速度, 一般 v 比 c 小三个量级; ε_0 为峰值电场。

三、差分格式与计算参数取定

1. 基本方程的归一化和差分格式的取定

为了对(7)式进行计算和模拟, 引入一个归一化因子 T_0 (具有时间量纲), 并作如下变量代换:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon' &= \varepsilon T_0, & \mu' &= \mu T_0^2, & \gamma'_a &= \gamma_a T_0/2, & \gamma'_b &= \gamma_b T_0/2, \\ \nu'_1 &= \nu_1 T_0, & \delta' &= \delta T_0, & t' &= t/T_0, & x' &= x/cT_0, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

这样(7)式可变成另一方程组,其中的各个量都是无量纲量和实数;且 ε' 、 ν_1 、 ν_2 、 δ' 均为复数。当 $\delta'=0$ 时(即共振),且将运算结果中各量上的撇略去,我们得到

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \gamma_a \right) v_1 = \varepsilon v_2, \quad \left(\frac{\partial}{\partial t} + \gamma_b \right) v_2 = -\varepsilon v_1, \quad \left(\frac{\partial}{\partial x} + \nu_1 \right) \varepsilon = -\mu v_1 v_2. \quad (9)$$

按照(9)式,面积的表达式为

$$A = 2 \int \varepsilon dt. \quad (10)$$

当 $\gamma_a = \gamma_b = 0$ 时,由(9)式给出一个守恒定律:

$$\frac{\partial}{\partial t} v_1^2 + \frac{\partial}{\partial t} v_2^2 = 0. \quad (11)$$

即 $v_1^2 + v_2^2 = 1$,这表明粒子数是守恒的。为了保持(i)粒子数守恒条件(11)式,(ii)差分方程满足 Von Neuman^[4]稳定性条件,(9)式应取隐格式差分方程。具体地说(9)式右边的 v_1 、 v_2 取中差; ε 取前差;左边第二项 v_1 、 v_2 取前差。这样保证在 $\nu_1=0$ 时,能量守恒。实际做计算时,由所给出的 ε 、 ν_1 、 ν_2 的初始及边界条件,先用(9)式求出下一个空间点的 v_1 、 v_2 随时间的分布,然后求出电场 ε 随时间的分布,以后重复这个步骤,在适当的空间位置按(10)式求出光脉冲面积 A 。需要指出,差分方程中时间、空间步长的选取与归一化时间 T_0 以及参数 μ 的大小有关。当 μ 大时,时间、空间步长要小才能保证计算精度。

2. 计算参数与初始及边界条件的取定

为了便于比较,我们参照文献[2],参数选取如表1。初始条件为: $v_1=0$, $v_2=1$;入射光脉冲在边界给定。脉冲的中心波长为7944.6 Å,脉宽是7 ns,假定光束是平面波,时间波形是一个或两个高斯波。由表1的参数可算得

$$\mu = 4.27 \times 10^{20} \text{ sec}^{-2}.$$

表1 计算参数表

Table 1 Parameters used in the calculation

吸收盒的厚度 $d(\text{mm})$	吸收介质的 电偶极矩 $p(\text{esu}\cdot\text{cm})$	吸收介质的 原子密度 $N_0(\text{cm}^{-3})$	原子系统的纵 弛豫时间 $T_1(\text{ns})$	原子系统的横 弛豫时间 $T_2'(\text{ns})$	归一化时间 常数 $T_0(\text{ns})$
1	4.37×10^{-18}	10^{22}	33.6	56	10

四、计算结果与分析

在共振情况下($\delta=0$),按前述差分方程的算法和参数,我们在TQ-16机上对方程(9)进行数字模拟,所有结果列于表2中,其中No. a~No. d为单脉冲输入。No. e~No. g为双脉冲输入。

(1) 在图1中给出了输入,输出脉冲波形以及脉冲面积随传播距离的演变过程,图中,

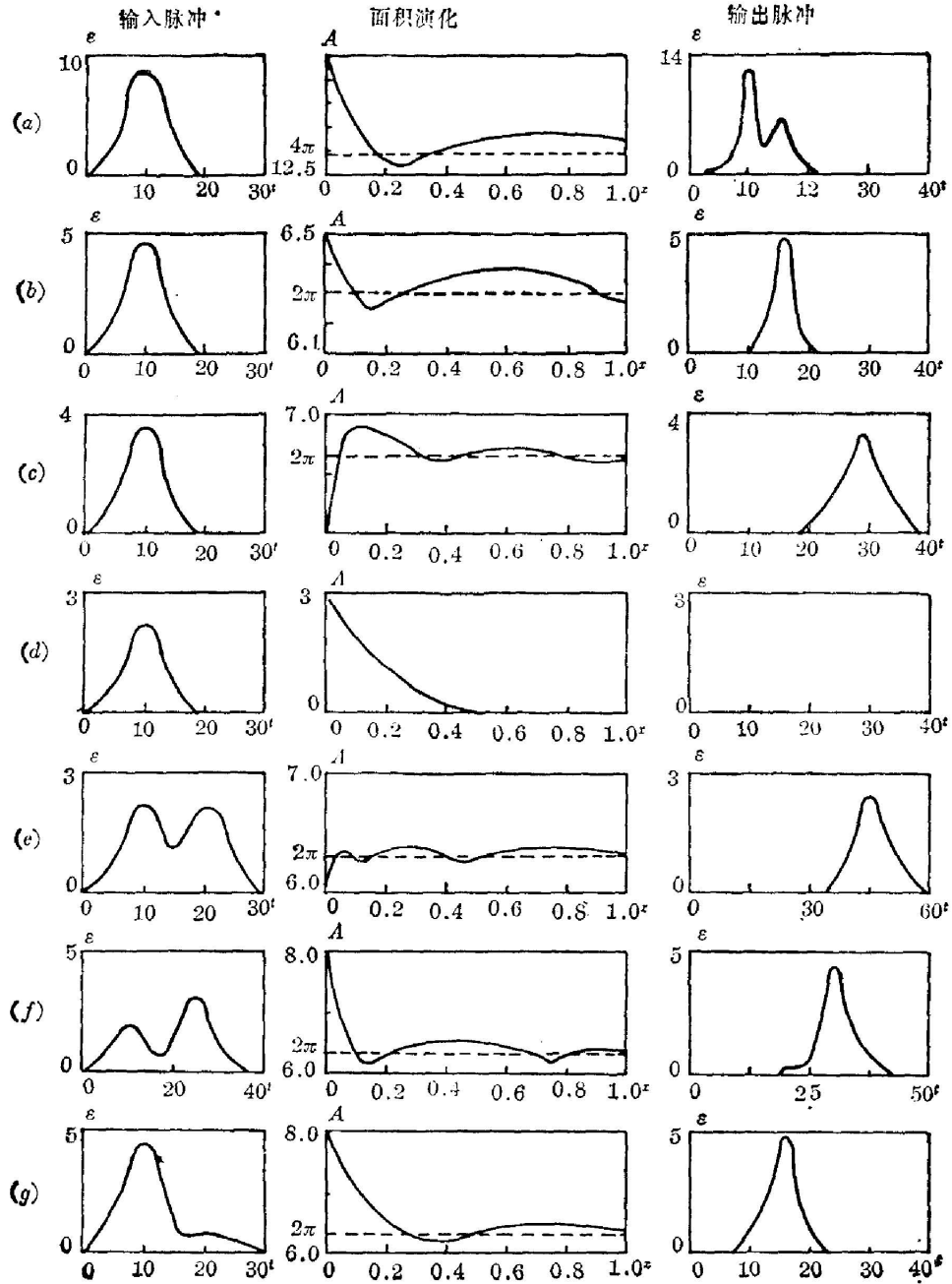


图 1 对应表 2 的输入脉冲波形、面积演化、输出脉冲波形
 Fig. 1 Input pulse shape, area evolution with distance, and output pulse shape corresponding to Table 2

表 2 共振条件下计算机模拟的结果

Table 2 Simulation results under the condition of resonance

序号 (No.)	输入脉冲面积		稳态面积	脉冲个数	输出脉冲宽度	
	A_1	A_2			Δt_1	Δt_2
a	13		4π	2	1.8	4.8
b	6.5		2π	1	5.8	
c	5		2π	1	7.4	
d	3		0	0	0	
e	3	3	2π	1	9.4	
f	3	5	2π	1	5.0	
g	6.5	1.5	2π	1	5.6	

ε 为场电振幅(任意单位); A 为脉冲面积; t 为时间(ns); x 为传播距离(mm)。入射脉冲的面积大小见表 2。可以看出, 不论入射光是一个或者两个脉冲, 当光脉冲通过吸收介质后, 随着传播距离的增加, 脉冲面积按其总面积的大小趋向各个不同稳态值 $2\pi n$ ($n=0, 1, 2$)。但是图 1 中面积随距离的变化过程与文献[2]不同, 脉冲面积不是单调地、而是振荡地趋于 $2\pi n$ (除图 1(d) 外)。这是因为文献[1]在导出面积时作了许多假定, 其中就有假定光场一开始就稳定, 所以面积随距离单调趋向稳态值的结论不能反映现在波形、面积任意给定的脉冲在传播时面积演化的过程。另外, 从图 1(d) 中可以发现, 入射光脉冲的面积 $A \geq \pi$ 是形成稳态脉冲的阈值。

(2) 我们首次在计算机上模拟到脉冲合并的效应, 即当入射光场是两个在时间上有一定延迟[图 1(e)、(g) 为 10 ns, (f) 为 14 ns] 的脉冲, 光脉冲的总面积 A 满足

$$\pi < A < 3\pi \quad (12)$$

时, 它们通过吸收介质后合并成一个稳态脉冲, 面积为 2π 。按照面积定理^[1], 入射光脉冲的

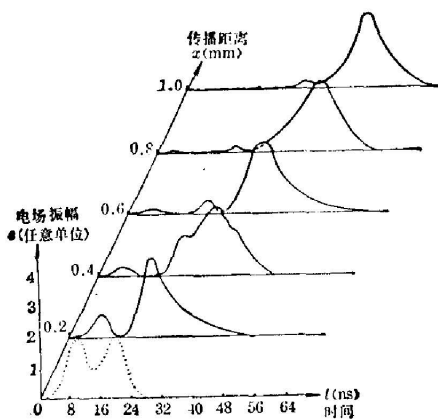


图 2 双脉冲合并随距离的演化(No. e)
Fig. 2 Evolution of two-pulse combination with distance (No. e)

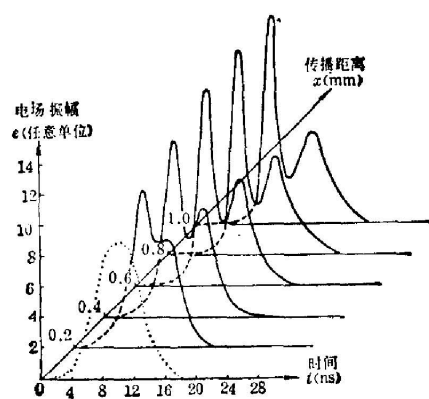


图 3 脉冲分裂随距离的演化(No. a)
Fig. 3 Evolution of single pulse breakup with distance (No. a)

面积 A 为: $\pi < A < 3\pi$ 时, 只能形成一个稳态光脉冲, 图 1(e)、(f)、(g) 中两个光脉冲总面积正好满足这个条件, 就具备了形成一个脉冲的条件, 所以, 脉冲演化后就合并成一个面积为 2π 的稳态脉冲。但(12)式不满足形成两个稳态脉冲的条件(即总面积 $A > 3\pi$), 故脉冲演化后不可能仍是两个脉冲。两个入射光脉冲各自的面积不一定均满足形成稳态脉冲的条件(12)式, 如图 1(e) 中两个脉冲面积都是 3; 图 1(f) 中前一个脉冲面积是 3; 图 1(g) 中后一个脉冲面积是 1.5, 这些不满足(12)式的脉冲如果单独入射会被介质吸收掉。图 2 给出入射两个面积为“3”的脉冲形成单个稳态脉冲时电场振幅、时间、空间的三维立体图。可以看出, 前一个脉冲基本被吸收介质吸收, 而后一个脉冲形成一个面积为 2π 的稳态脉冲。同时还获得脉冲分裂的现象^[2]。图 3 给出脉冲分裂时电场振幅、时间、空间的三维立体图。由面积定理^[1~3]可知: 当入射光脉冲的面积大于 3π 时, 演化后会形成两个稳态脉冲, 面积为 2π , 从图 1(a) 和图 3 可知, 现在入射光脉冲的面积为 $13 (> 3\pi)$, 故应形成两个稳态光脉冲。随着光脉冲在吸收介质中的传播, 在脉冲后部产生一个凹陷, 最后, 初始脉冲发展成两个稳态脉冲, 分裂后的两个脉冲宽度都比入射脉冲的宽度小(见表 1), 并且, 脉冲前沿变陡, 后沿拉得较长, 前一个峰被大大地放大, 后一个峰相对入射脉冲有一个时间延迟。脉冲合并和分裂反映了相干光脉冲在吸收介质中传播时一个或两个稳态脉冲的形成过程, 这由面积定理所决定。

(3) 从图 1(b) 和 1(c) 中, 可以看出光脉冲在吸收介质中传播时, 按其入射面积的大小, 脉冲会被压缩和加宽。如图 1(b), 入射脉冲面积 $A = 6.5 > 2\pi$, 输出脉宽为 5.8 ns , 即脉冲压缩; 而图 1(c) 入射脉冲面积 $A = 5 < 2\pi$, 输出脉冲宽度为 7.4 ns , 即脉冲加宽。

(4) 对表 2 中 (a) 和 (g) 两列, 采取在方程 (9) 式中加上阻尼、弛豫项后重新计算, 参数选择: $\gamma_a = 0.119 \times 10^8 / \text{sec}$, $\gamma_b = 0$, $\nu_i = 10^7 / \text{sec}$ 。其计算结果表明: 阻尼、弛豫的存在, 不改变相干光脉冲在吸收介质中传播时的合并、分裂, 而脉冲的能量、波形、脉宽略有变化。

参 考 文 献

- [1] S. L. McCall, E. L. Hahn; *Phys. Rev. Lett.*, 1967, **18**, No. 21 (May), 908.
- [2] R. E. Slusher, H. M. Gibbs; *Phys. Rev.*, 1972, **5**, No. 4 (Apr), 1634.
- [3] 《固体激光导论》, (上海人民出版社, 1975), 173.
- [4] R. D. Richtmyer; *«Difference Methods for Initial Value Problems»*, (John Wiley and Sons, New York, London, Sydney, 1969), 70.

Coherent optical pulse combination and pulse area evolution

GU MIN AND TAN WEIHAN

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

(Received 16 February 1984; revised 2 August 1984)

Abstract

Interaction equations of light with a two-level atomic system have been derived under conditions of relaxation, damping and detuning. Simulation results are given about the propagation of coherent light pulses in a resonant absorbing medium. In addition to pulse breakup, a new phenomenon of two-pulse combination and the evolution of pulse area have been observed theoretically.