

强近共振激光驱动下二能级系统中激光脉冲的相干传播

黄优宏 林福成

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

提 要

本文用 Dressed Atom 模型研究了二能级原子系统中强驱动激光存在下, 两束激光脉冲传播的相干过程。得到了激光脉冲的面积定理, 同时得到了波形的稳态解。从理论上发现了激光脉冲在传播中波色分裂的现象和互感应透明现象。

一、引 言

在过去的几年中, Dressed Atom 模型由于其简洁的物理图象被用于强激光和原子相互作用的研究中。解释了共振荧光光谱中各光谱分量的位置和权重, 光谱线宽度^[1], 以及吸收光谱中的吸收和放大现象^[2]。

脉冲激光和二能级原子的相干相互作用已被广泛地研究^[3]。用密度矩阵的方法得到的光学 Bloch 方程与 Maxwell 方程联立, 得到了脉冲的自感应透明^[4]等相干现象。

本文用 Dressed Atom 模型研究了在频率为 ν_2 的强激光 E_2 饱和驱动二能级原子体系情况下, 二束激光脉冲 E_1 , E_3 的相干传播, 它们的频率分别为 $\nu_2 \mp \Delta$ 。Dressed Atom 是二能级原子和激光场 E_2 及其相互作用构成的系统。在以 Dressed Atom 能量表象中, 用密度矩阵方法对由于 E_1 , E_3 引起的 Dressed Atom 系统变化进行计算, 获得的方程形式与二能级中的光学 Bloch 方程形式相似, 从而证实了两激光脉冲的面积定理, 得到了两脉冲面积不随距离变化的条件。在对 E_1 , E_3 所满足的 Maxwell 方程的研究中, 发现在传播中, E_1 , E_3 原来的波色将分裂成二个。当脉冲面积不随距离变化时, E_1 , E_3 波形中有一部分以速度 c/η 稳态传播, 其它部分以速度 v 稳传播, $v < c/\eta$ 。在一定的输入条件下, 得到了 E_1 , E_3 的互感应透明现象, 波速为 v , 波形正比于双曲正割形。 E_1 , E_3 与 Dressed Atom 的相互作用是通过 E_1 , E_3 的线性组合 E 与其作用的, 当 E_1 , E_3 满足 E 为零时, E_1 , E_3 与 Dressed Atom 总相互作用为零, 将保持原波形, 原波速 c/η 透明通过介质, 导致另一种互感应透明现象。

二、密度矩阵和电磁场运动方程

考虑一个二能级系统, 其基态 $|b\rangle$ 和激发态 $|a\rangle$ 的能量为 E_b , E_a 。此系统与频率为 ν_2 的近共振驱动激光 E_2 和频率为 $\nu_2 \mp \Delta$ 的短脉冲激光 E_1 , E_3 相互作用。设外加光场为

收稿日期: 1984年10月8日; 收到修改稿日期: 1984年12月3日

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_q(z, t) &= \boldsymbol{\varepsilon}_q E_{q0}(z, t) \cos(\nu_q t - K_q z + \Phi_q), \\ \nu_q &= \nu_1 + (q-1)\Delta, \end{aligned}$$

其中 $\boldsymbol{\varepsilon}_q$ 为偏振方向, $q=1, 2, 3$ 。设三波的偏振方向一致, Φ_q 为零且不随传播变化, 三波的波矢方向一致, 且满足相位匹配要求 $2K_2 = K_1 + K_3$ 。将 E_2 场量子化

$$\begin{aligned} E_2(z, t) &= (\hbar\nu_2/2\epsilon_0 v)^{1/2} \{a_2' \exp(-i\nu_2 t + iK_2 z) + a_2^\dagger \exp(i\nu_2 t - iK_2 z)\} \\ &= E_{20}^- \exp(i\nu_2 t + iK_2 z) + E_{20}^+ \exp(i\nu_2 t - iK_2 z), \end{aligned}$$

E_2 的态为相干态:

$$|\alpha_2\rangle = \sum_{n_2} \left(-\frac{1}{2} |\alpha_2|^2 \right)^{n_2} \frac{\alpha_2^{n_2}}{(n_2!)^{1/2}} |n_2\rangle_0.$$

原子体系和 E_1, E_2, E_3 的相互作用哈密顿算符为

$$\begin{aligned} H &= \sum_{n_2} [E_a |an_2\rangle\langle an_2| + E_b |bn_2\rangle\langle bn_2|] + \hbar\nu_2 a_2^\dagger a_2 \\ &+ \sum_{n_2} \left(\frac{\hbar\omega_2}{2} |bn_2+1\rangle\langle an_2| e^{-iK_1 z} + \frac{\hbar\omega_2}{2} |an_2\rangle\langle bn_2+1| e^{iK_1 z} \right) \\ &- e\mathbf{r} \cdot (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_3), \end{aligned} \quad (1)$$

式中第一项为二能级原子哈密顿算符, 第二、三项分别为强驱动场 E_2 的哈密顿算符及与原子相互作用哈密顿算符, 最后一项为脉冲光 E_1, E_3 与二能级原子的相互作用哈密顿算符。

$$\omega_2 \equiv \frac{2}{\hbar} \langle bn_2+1 | (-e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}_{20}^+) | an_2 \rangle = \frac{2}{\hbar} \langle an_2 | (-e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}_{20}^-) | bn_2+1 \rangle,$$

因为 E_2 的态为相干态, 即 $\Delta n_2 \ll \bar{n}$, 则可以认为 ω_2 不随 n_2 变化。

描述 Dressed Atom 的密度矩阵 ρ 的运动方程为

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [H\rho].$$

引进么正变换

$$U = \sum_{n_2} (|bn_2\rangle\langle bn_2| + e^{-iK_1 z} |an_2\rangle\langle an_2|), \quad (2)$$

在 U 变换下, 新的哈密顿算符 H' 中将不含 z 变量:

$$H' = U H U^{-1} = H_0 + H_1 + H_3, \quad (3)$$

其中 Dressed Atom 体系的哈密顿算符 H_0 为

$$\begin{aligned} H_0 &= \sum_{n_2} (E_a |an_2\rangle\langle an_2| + E_b |bn_2\rangle\langle bn_2|) + \hbar\nu_2 a_2^\dagger a_2 \\ &+ \sum_{n_2} \left(\frac{\hbar\omega_2}{2} |bn_2+1\rangle\langle an_2| + \frac{\hbar\omega_2}{2} |an_2\rangle\langle bn_2+1| \right), \end{aligned}$$

脉冲激光的相互作用项的哈密顿算符 H_1, H_3 分别为

$$H_1 = U(-e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}_1)U^{-1}, \quad H_3 = U(-e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}_3)U^{-1}, \quad (4)$$

变换后的密度矩阵 σ 的运动方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt} &= -\frac{i}{\hbar} [H'\sigma], \\ \sigma &= U\rho U^{-1}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

H_0 的本征态和本征值分别为^[2]

$$\left. \begin{aligned} |1n_2\rangle &= \cos\phi |an_2\rangle + \sin\phi |bn_2+1\rangle, \\ |2n_2\rangle &= -\sin\phi |an_2\rangle + \cos\phi |bn_2+1\rangle, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} H_0 |1n_2\rangle &= \left(n_2\nu_2 + \frac{1}{2}\Omega_{12} \right) \hbar |1n_2\rangle, \\ H_0 |2n_2\rangle &= \left(n_2\nu_2 - \frac{1}{2}\Omega_{12} \right) \hbar |2n_2\rangle, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

这里 $\Omega_{12} = \sqrt{\omega_2^2 + \delta}$ 为二能级体系动态斯塔克位移; $\tan^2\phi = \omega_2/\delta$ 为泵浦光与二能级耦合系数; $\delta = [(E_a - E_b)/\hbar] - \nu_2$ 为泵浦光对二能级的偏调。将 H' 在 H_0 表象中表示

$$\left. \begin{aligned} H_0 &= \sum_{n_2} \left[\left(n_2\nu_2 + \frac{1}{2}\Omega_{12} \right) \hbar |1n_2\rangle\langle 1n_2| + \left(n_2\nu_2 - \frac{1}{2}\Omega_{12} \right) \hbar |2n_2\rangle\langle 2n_2| \right], \\ H_1 &= \sum_{ij, n_2, m_2} \langle in_2 | H_1 | jm_2 \rangle |in_2\rangle\langle jm_2|, \\ H_3 &= \sum_{ij, n_2, m_2} \langle in_2 | H_3 | jm_2 \rangle |in_2\rangle\langle jm_2|, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

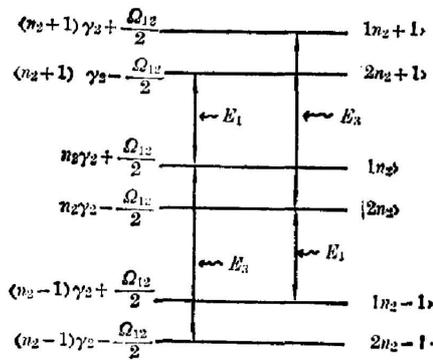


图1 Dressed Atom 能级图

Fig. 1 Energy-level diagram of Dressed Atom

这里利用图1对 E_1 、 E_3 引起的激发过程从物理图象上进行选择。设 $\Omega_{12} \gg 1/g(0)$, 其中 $g(\Delta\nu)$ 为非均匀加宽线型, 在此条件, 图1中各能级间将无重叠区, 荧光光谱中将出现三条分立的谱线, 使 E_1 、 E_3 的频率 $\nu_2 \pm \Delta$ 分别等于其中的两边频谱线中心频率 $\nu_2 \mp \Omega_{12}$ 。这里我们设强泵浦场 E_2 的场强远大于两脉冲 E_1 、 E_3 的场强(即 $E_2 \gg E_1, E_3$), 并当 E_1 、 E_3 在介质中传播时 E_2 场强保持不变, 即在传播中 Ω_{12} 保持不变。这样就使得频率为 $\nu_2 - \Delta$ 的场 E_1 只共振激发 Dressed Atom 能级图中频率为 $\nu_2 - \Omega_{12}$ 的二能级, E_1 对其它频率的二能级的偏调 $m\Omega_{12}$ 大于由 E_1 本身引起的 Rabi 频率而被忽略, 同样频率为 $\nu_2 + \Delta$

的场 E_3 只共振激发频率为 $\nu_2 + \Omega_{12}$ 的二能级, 这里 $m=1, 2$ 。

本文对三光场与二能级系统相互作用的处理是精确的。由于引入 Dressed Atom 体系代替原二能级体系, 使得三光场与二能级的相互作用转为二光场对 Dressed Atom 的激发作用, 使精确的处理在物理上、数学上都更明显、更方便。

在选择激发条件下, (8)式表示为

$$\begin{aligned} H_1 &= \sum_{n_2} [\langle 2n_2 | H_1 | 1n_2-1 \rangle |2n_2\rangle\langle 1n_2-1| \\ &\quad + \langle 1n_2 | H_1 | 2n_2+1 \rangle |1n_2\rangle\langle 2n_2+1|], \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} H_3 &= \sum_{n_2} [\langle 1n_2 | H_3 | 2n_2-1 \rangle |1n_2\rangle\langle 2n_2-1| \\ &\quad + \langle 2n_2 | H_3 | 1n_2+1 \rangle |2n_2\rangle\langle 1n_2+1|], \end{aligned} \quad (10)$$

在 E_1 、 E_3 旋波近似下, 由(4)、(6)、(7)式可以得出 H_1 、 H_3 的显式, 和 H_0 一起, H' 表示为

$$H' = \sum_{n_2} \left[\left(n_2\nu_2 + \frac{1}{2}\Omega_{12} \right) \hbar |1n_2\rangle\langle 1n_2| + \left(n_2\nu_2 - \frac{1}{2}\Omega_{12} \right) \hbar |2n_2\rangle\langle 2n_2| \right]$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\beta}{2} E_{10} \sin^2 \phi \{ \exp[-i(\nu_2 - \Delta)t - i\delta\varphi] |2n_2\rangle \langle 1n_2 - 1| \\
& + \exp[i(\nu_2 + \Delta)t + i\delta\varphi] |1n_2\rangle \langle 2n_2 + 1| \} \\
& - \frac{\beta}{2} E_{30} \cos^2 \phi \{ \exp[-i(\nu_2 + \Delta)t + i\delta\varphi] |1n_2\rangle \langle 2n_2 - 1| \\
& + \exp[i(\nu_2 + \Delta)t - i\delta\varphi] |2n_2\rangle \langle 1n_2 + 1| \}, \quad (11)
\end{aligned}$$

其中 $\beta = \langle a | e r | b \rangle = \langle b | e r | a \rangle$ 为电偶极矩元; $\delta\varphi \equiv -i(\mathbf{K}_2 - \mathbf{K}_3) \cdot \mathbf{r} = -i(\mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_2) \cdot \mathbf{r}$, 后一等号是由于相位匹配。(11)式表明 H' 从无相互作用表象中由(1)式表示转为 Dressed Atom 的能量表象中的表示, 这一表象变换将使密度矩阵 σ 的计算变得方便。

通过(5)式和(11)式可以得出密度矩阵 σ 的矩阵元 $\sigma_{(1n_2+m)(1n_2)}$ 的运动方程, 从中发现矩阵元之间有下面的联系:

$$\sigma_{(1n_2+m)(1n_2)} = \sigma_{11}(n_2) e^{-im\nu_2 t}, \quad (12)$$

$$\sigma_{(2n_2+m)(1n_2)} = \sigma_{(2n_2)(1n_2)} e^{-im\nu_2 t} \equiv \sigma_{21}(n_2) e^{-i(m\nu_2 - \Delta)t - i\delta\varphi}, \quad (13)$$

$$\sigma_{(1n_2)(2n_2+m)} = \sigma_{12}(n_2) e^{i(m\nu_2 - \Delta)t + i\delta\varphi}, \quad (14)$$

(12)~(14)式说明了频率相差 $m\nu_2$ 的能级对间的联系。通过将(12)~(14)式代入各矩阵元相应的方程, 并对 n_2 求和, 再引入量 R_1, R_2, R_3 , 分别使得

$$R_1 = \sum_{n_2} [\sigma_{12}(n_2) + \sigma_{21}(n_2)];$$

$$R_2 = -i \sum_{n_2} [\sigma_{21}(n_2) - \sigma_{12}(n_2)];$$

$$R_3 = \sum_{n_2} [\sigma_{11}(n_2) - \sigma_{22}(n_2)],$$

这样我们得到了下方程:

$$\dot{R}_1 = -(\Omega_{12} - \Delta) R_2, \quad (15)$$

$$\dot{R}_2 = (\Omega_{12} - \Delta) R_1 + (\beta/\hbar) (E_{30} \cos^2 \phi - E_{10} \sin^2 \phi) R_3, \quad (16)$$

$$\dot{R}_3 = -(\beta/\hbar) (E_{30} \cos^2 \phi - E_{10} \sin^2 \phi) R_2, \quad (17)$$

(15)~(17)式描述了 Dressed Atom 的态矢量 \mathbf{R} 在两脉冲 $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_3$ 的相干作用下的变化, 表明两脉冲的作用是通过它们场的线性迭加后的有效场 $E = E_{30} \cos^2 \phi - E_{10} \sin^2 \phi$ 作用的, 其中系数 $\cos^2 \phi = (\Omega_{12} + \delta)/2\Omega_{12}$ 与泵浦场的强度和偏调有关, 所以通过调节泵浦场可以使有效场 E 变化。(15)~(17)式形式上与光学 Bloch 方程相似, 表明约化以后的 Dressed Atom 体系与两脉冲的作用可以看成二能级与有效场的相干作用。

考虑二能级系统为非均匀加宽介质, 线型为 $g(\Delta\nu)$ 。这样构成的 Dressed Atom 系统也为非均匀加宽系统, 其中的参数 $\cos^2 \phi, \sin^2 \phi, \Omega_{12}$ 与 $\Delta\nu$ 有关。在 $\Omega_{12}(0) \gg 1/g(0)$ 条件下, 忽略 $[1/\Omega_{12}(0)g(0)]$ 等高次小项, (15)~(17)式分解为以下两组方程:

$$\left. \begin{aligned}
\dot{R}_1^0 &= \frac{\delta_0}{\Omega_{12}(0)} \Delta\nu_2^0, \\
\dot{R}_2^0 &= -\frac{\delta_0}{\Omega_{12}(0)} \Delta\nu \dot{R}_1^0 + \frac{\beta}{\hbar} E_0 R_3^0, \\
\dot{R}_3^0 &= -\frac{\beta}{\hbar} E_0 R_2^0,
\end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{R}'_1 &= \frac{\delta_0}{\Omega_{12}(0)} \Delta\nu R'_2, \\ \dot{R}'_2 &= -\frac{\delta_0}{\Omega_{12}(0)} \Delta\nu R'_1 + \frac{\beta}{\hbar} E_0 R'_3 + \frac{\beta}{\hbar} E' g(0) \Delta\nu R'_3, \\ \dot{R}'_3 &= -\frac{\beta}{\hbar} E_0 R'_2 + \left(-\frac{\beta}{\hbar}\right) E' g(0) \Delta\nu R'_2, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

其中 $\delta_0, \Omega_{12}(0) = \sqrt{\omega_2^2 + \delta_0^2}$ 为无非均匀加宽时的偏调和动态斯塔克频率位移; $R_i = R_i^0 + aR'_i$; $a = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\delta_0^2}{\Omega_{12}^2(0)}\right) \frac{1}{\Omega_{12}(0)g(0)} \ll 1$ 为一小量; $E_0 = E_{30} \cos^2 \phi_0 - E_{10} \sin^2 \phi_0$; $\cos^2 \phi_0 = \frac{\Omega_{12}(0) + \delta_0}{2\Omega_{12}(0)}$ 是与非均匀加宽无关的耦合系数; $E' = E_{10} + E_{30}$ 。通过这样对(15)~(17)式的分解,使有效场 E 中与非均匀加宽有关的部分只在(19)式中出现。

由于两脉冲的作用而引起的系统极化强度 $P(z, t)$ 通过约化密度矩阵 ρ 得到

$$P(z, t) = N_0 T_{r, AB}(er\rho) = N_0 T_{r, A}(er\rho^A) = N_0 \beta (\rho_{ab}^A + \rho_{ba}^A),$$

其中 $\rho_{ab}^A = \sum_n \langle an_a | \rho | bn_1 \rangle = (\rho_{ba}^A)^+$ 。由(5)、(6)、(7)式,在计入非均匀加宽情况下, $P(z, t)$ 的 $\nu_2 \pm \Delta$ 的分量为

$$P(z, t, \nu_2 \pm \Delta) = \pm N_0 \beta Re \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \begin{Bmatrix} \cos^2 \phi \\ \sin^2 \phi \end{Bmatrix} (R_1 \pm iR_2) e^{i[(\nu_2 \pm \Delta)t - \kappa_2 z]} g(\Delta\nu) d(\Delta\nu) \right\}. \quad (20)$$

E_{10}, E_{30} 的运动方程由它们的 Maxwell 方程及慢变近似下得出

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{\eta}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) \begin{Bmatrix} E_{10} \\ E_{30} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \nu_1 \sin^2 \phi_0 \\ \nu_3 \cos^2 \phi_0 \end{Bmatrix} \frac{c\mu_0 N_0 \beta}{2\eta} \int_{-\infty}^{\infty} R_2^0 g(\Delta\nu) d(\Delta\nu), \quad (21)$$

有效场 $E_0 = E_{30} \cos^2 \phi - E_{10} \sin^2 \phi$ 的方程可以由(21)式得出

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{\eta}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) E_0 = -(\nu_3 \cos^4 \phi_0 - \nu_1 \sin^4 \phi_0) \frac{c\mu_0 N_0 \beta}{2\eta} \int_{-\infty}^{\infty} R_2^0 g(\Delta\nu) d(\Delta\nu), \quad (22)$$

这里有效场 E_0 非物理量,但(22)式与(18)式的联立将有助于对 E_{10}, E_{30} 在系统中传播的讨论。式中 η 为除 Dressed Atom 以外其它因素引起的折射率,设两脉冲场的 η 相同。

三、面积定理

在脉冲 E_1, E_3 未加入之前, Dressed Atom 辐射弛豫达到平衡态分布^[2]:

$$\left. \begin{aligned} R_1^0(t \rightarrow -\infty) &= R_2^0(t \rightarrow -\infty) = 0, \\ R_3^0(t \rightarrow -\infty) &= \frac{\sin^4 \phi_0 - \cos^4 \phi_0}{\sin^4 \phi_0 + \cos^4 \phi_0} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

(18)、(22)式联立,形式上等价于相干光学 Bloch 方程与 Maxwell 方程的联立,(23)式作为初始条件,这样可得 E_0 的面积定理^[4]:

$$\frac{\partial}{\partial z} A(z) = \alpha \sin A(z), \quad (24)$$

由 $E_0 = E_{30} \cos^2 \phi_0 - E_{10} \sin^2 \phi_0$ 及(21)式,得 E_{10}, E_{30} 的面积定理为

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{Bmatrix} A_1(z) \\ A_3(z) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_3 \end{Bmatrix} \sin A(z), \quad (25)$$

其中

$$\begin{Bmatrix} A_1(z) \\ A_2(z) \end{Bmatrix} = \frac{\beta}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{Bmatrix} E_{10}(z, t) \\ E_{30}(z, t) \end{Bmatrix} dt$$

为 E_{10} 、 E_{30} 的面积;

$$A(z) = \frac{\beta}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} E_0(z, t) dt = \cos^2 \phi_0 A_3 - \sin^2 \phi_0 A_1$$

为有效场 E_0 的面积;

$$\begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \nu_1 \sin^2 \phi_0 \\ \nu_3 \cos^2 \phi_0 \end{Bmatrix} \frac{c \mu_0 N_0 \beta^2 \pi \Omega_{12}(0) g(0)}{2 \eta \hbar |\delta_0|} \left(\frac{\sin^4 \phi_0 - \cos^4 \phi_0}{\sin^4 \phi_0 + \cos^4 \phi_0} \right)$$

为频率 ν_1 、 ν_3 光的吸收系数; $\alpha = \alpha_3 \cos^2 \phi_0 - \alpha_1 \sin^2 \phi_0$ 。

(25)式说明脉冲面积在传播中的变化由 A_1 、 A_3 的线性迭加决定。(25)式的解为

$$\begin{Bmatrix} A_1(z) \\ A_3(z) \end{Bmatrix} = \frac{2 \begin{Bmatrix} \nu_1 \sin^2 \phi_0 \\ \nu_3 \cos^2 \phi_0 \end{Bmatrix} \operatorname{tg}^{-1} \left[\operatorname{tg} \frac{1}{2} A(0) \exp(\alpha z) \right]}{\nu_3 \cos^4 \phi_0 - \nu_1 \sin^4 \phi_0} + \begin{Bmatrix} \cos^2 \phi_0 \\ \sin^2 \phi_0 \end{Bmatrix} \frac{[\nu_3 \cos^2 \phi_0 A_1(0) - \nu_1 \sin^2 \phi_0 A_3(0)]}{\nu_3 \cos^4 \phi_0 - \nu_1 \sin^4 \phi_0} \quad (26)$$

(26)式第二项当入射的脉冲面积给定以后为一定值。第一项随 z 的变化行为已在文献 [4] 中详细讨论。所不同的是第一项的变化趋势取决于有效场 E_0 的面积

$$A(0) = A_3(0) \cos^2 \phi_0 - A_1(0) \sin^2 \phi_0$$

的值,即脉冲面积 $A_1(z)$ 、 $A_3(z)$ 的变化趋势取决于 $A(0)$, 当

$$(2n-1)\pi < A_3(0) \cos^2 \phi_0 - A_1(0) \sin^2 \phi_0 < (2n+1)\pi$$

时, $A_1(z)$ 、 $A_3(z)$ 的最终稳态值为

$$\begin{Bmatrix} A_1(z) \\ A_3(z) \end{Bmatrix} = \frac{2n\pi \begin{Bmatrix} \nu_1 \sin^2 \phi_0 \\ \nu_3 \cos^2 \phi_0 \end{Bmatrix} + [A_1(0) \nu_3 \cos^2 \phi_0 - A_3(0) \nu_1 \sin^2 \phi_0] \begin{Bmatrix} \cos^2 \phi_0 \\ \sin^2 \phi_0 \end{Bmatrix}}{\nu_3 \cos^4 \phi_0 - \nu_1 \sin^4 \phi_0} \quad (27)$$

其中 $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 。当 $A_3(0) \cos^2 \phi_0 - A_1(0) \sin^2 \phi_0 = 2n\pi$ 时, $A_1(z)$ 、 $A_3(z)$ 将不随 z 改变。在第四节中我们将看到, 此时的 $E_{10}(z, t)$ 、 $E_{30}(z, t)$, 一般仍为非稳态传播, 波色会分裂, 然后以两种速度、两个波色稳态传播。只有当入射面积满足使(26)式第二项为零, 即当 $A(0) = 2\pi$, $A_1(0) = \frac{\nu_1 \sin^2 \phi_0}{\nu_3 \cos^2 \phi_0} A_3(0)$ 时, 才有脉冲“透明”通过介质的现象出现。

四、互感应透明

方程(18)、(22)式联立, 则

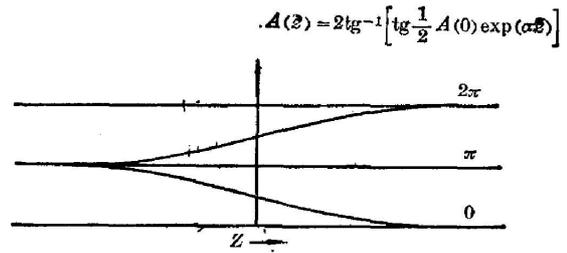


图2 (26)式中随 z 变化的因子

$$2 \operatorname{tg}^{-1} \left[\operatorname{tg} \frac{1}{2} A(0) \exp(\alpha z) \right]$$

Fig. 2 The term $2 \operatorname{tg}^{-1} [\operatorname{tg} \frac{1}{2} A(0) \exp(\alpha z)]$ in Eq. 26 vs distance z

$$\frac{d\mathbf{R}^0}{dt} = \mathbf{\Omega}^0 \times \mathbf{R}^0, \quad (28)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{\eta}{c} \frac{\partial}{\partial t}\right) E_0 = -\frac{c\mu_0 N_0 \beta}{2\eta} (\nu_3 \cos^4 \phi_0 - \nu_1 \sin^4 \phi_0) \int_{-\infty}^{\infty} R_2^0 g(\Delta\nu) d(\Delta\nu),$$

其中 $\mathbf{R}^0 = [E_1^0, E_2^0, E_3^0]$; $\mathbf{\Omega}^0 = \left[-\frac{\beta}{\hbar} E_0, 0, \frac{\delta_0}{\Omega_{12}(0)} \Delta\nu\right]$ 。(28)式形式上与自感应透明的方程形式相同^[4], 式中有效场 E_0 对应于单脉冲场。在传播过程中 $E_0(z, t)$ 的变化行为已在许多文献中详细讨论^[5], $E_0(z, t)$ 的数值解已在这些文献中得到。当 E_0 的面积 $A=2\pi$ 时, 可以得到 $E_0(z, t)$ 的稳态解^[4]:

$$E_0(z, t) = \frac{2\hbar}{\beta\tau} \operatorname{sech}\left(\frac{t - \frac{z}{v}}{\tau}\right), \quad (28)'$$

其中 v 为波速, $\frac{1}{v} = \frac{\eta}{c} + \frac{\alpha\tau^2}{2\pi g(0)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g(\Delta\nu)d(\Delta\nu)}{1 + (\Delta\nu)^2\tau^2}$; τ 为脉宽。有效场 E_0 没有任何物理意义, 但有助于我们对 $E_{10}(z, t)$, $E_{30}(z, t)$ 脉冲传播行为的讨论。

由(21)式

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{\eta}{c} \frac{\partial}{\partial t}\right) \left(E_{10} - \frac{\nu_1 \sin^2 \phi_0}{\nu_3 \cos^2 \phi_0} E_{30}\right) = 0. \quad (29)$$

设 $E_{10}(z, t)$ 、 $E_{30}(z, t)$ 的入射波形为

$$\varepsilon_{10}\left(\frac{t - \frac{\eta z}{c}}{\tau_1}\right), \varepsilon_{30}\left(\frac{t - \frac{\eta z}{c}}{\tau_3}\right),$$

其中 c/η 为波速, τ_1 、 τ_3 为 E_{10} 、 E_{30} 的脉宽。则(29)式的解为

$$E_{10}(z, t) - \frac{\nu_1 \sin^2 \phi_0}{\nu_3 \cos^2 \phi_0} E_{30}(z, t) = \varepsilon_{10}\left(\frac{t - \frac{\eta z}{c}}{\tau_1}\right) - \frac{\nu_1 \sin^2 \phi_0}{\nu_3 \cos^2 \phi_0} \varepsilon_{30}\left(\frac{t - \frac{\eta z}{c}}{\tau_3}\right). \quad (30)$$

由(30)式和有效场 $E_0 = E_{30} \cos^2 \phi_0 - E_{10} \sin^2 \phi_0$, 可得 E_{10} 、 E_{30} 的形式解:

$$\begin{aligned} \begin{cases} E_{10}(z, t) \\ E_{30}(z, t) \end{cases} &= \begin{cases} \nu_1 \sin^2 \phi_0 \\ \nu_3 \cos^2 \phi_0 \end{cases} \frac{E_0(z, t)}{\nu_3 \cos^4 \phi_0 - \nu_1 \sin^4 \phi_0} \\ &+ \begin{cases} \cos^2 \phi_0 \\ \sin^2 \phi_0 \end{cases} \frac{\nu_3 \cos^2 \phi_0 \varepsilon_{10}\left(\frac{t - \frac{\eta z}{c}}{\tau_1}\right) - \nu_1 \sin^2 \phi_0 \varepsilon_{30}\left(\frac{t - \frac{\eta z}{c}}{\tau_3}\right)}{\nu_3 \cos^4 \phi_0 - \nu_1 \sin^4 \phi_0}. \end{aligned} \quad (31)$$

由文献[4], $E_0(z, t)$ 在介质中传播速度小于 c/η , 所以在传播过程中, (31)式右边第一项和第二项随着时间 t 在空间 z 上将分开, 第二项在传播中不变, 保持稳态以波速 c/η 传播, 第一项中 $E_0(z, t)$ 的变化已知^[4]。这里我们只讨论 $E_0(z, t)$ 稳态时, E_{10} 、 E_{30} 的传播情况。当 $A=2\pi$ 时, $E_{10}(z, t)$ 、 $E_{30}(z, t)$ 的解为

$$\begin{aligned} \begin{cases} E_{10}(z, t) \\ E_{30}(z, t) \end{cases} &= \begin{cases} \nu_1 \sin^2 \phi_0 \\ \nu_3 \cos^2 \phi_0 \end{cases} \frac{2\hbar}{\beta\tau(\nu_3 \cos^4 \phi_0 - \nu_1 \sin^4 \phi_0)} \operatorname{sech}\left(\frac{t - \frac{z}{v}}{\tau}\right) \\ &+ \begin{cases} \cos^2 \phi_0 \\ \sin^2 \phi_0 \end{cases} \frac{\nu_3 \cos^2 \phi_0 \varepsilon_{10}\left(\frac{t - \frac{\eta z}{c}}{\tau_1}\right) - \nu_1 \sin^2 \phi_0 \varepsilon_{30}\left(\frac{t - \frac{\eta z}{c}}{\tau_3}\right)}{\nu_3 \cos^4 \phi_0 - \nu_1 \sin^4 \phi_0}. \end{aligned} \quad (32)$$

这样, $E_{10}(z, t)$ 、 $E_{30}(z, t)$ 从入射波形 $\varepsilon_{10}(z, t)$ 、 $\varepsilon_{30}(z, t)$ 经过分裂趋于(32)式的稳态传播。 $E_{10}(z, t)$ 、 $E_{30}(z, t)$ 各自两稳态波色分别以波速 v 及 $\frac{c}{\eta}$ 传播, $v < \frac{c}{\eta}$ 。为了使波色不分裂地趋于稳态传播, 就要求入射波形满足 $\varepsilon_{10}(z, t) = \frac{\nu_1 \sin^2 \phi_0}{\nu_3 \cos^2 \phi_0} \varepsilon_{30}(z, t)$ 时, (32)式中第二项为零, $E_{10}(z, t)$ 、 $E_{30}(z, t)$ 从 $\varepsilon_{10}(z, t)$ 、 $\varepsilon_{30}(z, t)$ 不分裂地趋于稳态传播, 稳态波形为

$$\begin{cases} E_{10}(z, t) \\ E_{30}(z, t) \end{cases} = \begin{cases} \nu_1 \sin^2 \phi_0 \\ \nu_3 \cos^2 \phi_0 \end{cases} \frac{2\hbar}{\beta\tau(\nu_3 \cos^4 \phi_0 - \nu_1 \sin^4 \phi_0)} \operatorname{sech}\left(\frac{t - \frac{z}{v}}{c}\right). \quad (33)$$

当入射波形以(33)式入射时, $E_{10}(z, t)$ 、 $E_{30}(z, t)$ 在传播中保持不变, “透明”通过介质。这一相干现象与自感应透明形式上类似, 但物理实质不同。自感应透明现象对于一定的介质, “透明”条件只取决于脉冲本身。而这里的“透明”则对于一定的 Dressed Atom, “透明”不仅取决于本身脉冲波形, 而且还取决于另一脉冲波形, 只有条件(33)式被满足, 两脉冲才能“透明”, 而且只能是同时“透明”地通过介质, 这一现象我们称为“互感应透明”现象。此时 $E_{10}(z, t)$ 、 $E_{30}(z, t)$ 的面积 A_1 、 A_3 的值为

$$\begin{cases} A_1 \\ A_3 \end{cases} = \begin{cases} \nu_1 \sin^2 \phi_0 \\ \nu_3 \cos^2 \phi_0 \end{cases} \frac{2\pi}{\nu_3 \cos^4 \phi_0 - \nu_1 \sin^4 \phi_0}. \quad (34)$$

(34)式只是面积稳态值(27)式中的一特例, 即(27)式的右边第二项为零。当(27)式中的 $n = \pm 2, \pm 3, \dots$ 时, 两脉冲波色将分成以(33)式为基本单元的 n 个波色传播, 每一波色的面积为(34)式。

由(18)式, E_{10} 、 E_{30} 与 Dressed Atom 相干相互作用是通过 E_{10} 、 E_{30} 的线性组合后的有效场 E_0 与其作用的。由(28)式, 当 E_{10} 、 E_{30} 的入射波形满足使 $E_0 = 0$ 时, 则在传播中 $E_0(z, t)$ 保持零, 这时 Dressed Atom 保持其初始态, 即传播过程中 $E_{10}(z, t)$ 、 $E_{30}(z, t)$ 与 Dressed Atom 相互作用为零。由(31)式 $E_{10}(z, t)$ 、 $E_{30}(z, t)$ 将保持入射时的 $\varepsilon_{10}(z, t)$ 、 $\varepsilon_{30}(z, t)$, 保持原波速“透明”通过 Dressed Atom。这一现象我们也称为互感应透明现象。与前一种互感应透明现象不同之处在于此时的 E_{10} 、 E_{30} 与 Dressed Atom 无相互作用。由图 3 可以清楚地表示其物理意义。脉冲 E_{10} 与 Dressed Atom 的相互作用, 使得体系的态矢量 \mathbf{R} 从初态绕 \mathbf{e}_1 左旋。而 E_{30} 与 Dressed Atom 的相互作用, 使得 \mathbf{R} 从初态绕 \mathbf{e}_1 右旋。当入射波形 $\varepsilon_{10}(z, t)$ 、 $\varepsilon_{30}(z, t)$ 满足 $\frac{\varepsilon_{10}(z, t)}{\varepsilon_{30}(z, t)} = \frac{\cos^2 \phi_0}{\sin^2 \phi_0}$, \mathbf{R} 左、右旋矩相等, 从而使 \mathbf{R} 静止不变。这就相当于在 \mathbf{E}_1 、 \mathbf{E}_3 存在的情况下, Dressed Atom 不受影响, 即 $E_{10}(z, t)$ 、 $E_{30}(z, t)$ 与体系的相互作用为零。当 $E_{10}(z, t)$ 、 $E_{30}(z, t)$ 以任意入射波形入射时, 其中也将有一部分与体系的相互作用为零, (31)式中的第二项组合成的有效场为零, 所以此项与体系无相互作用, 在传播中以速度 c/η 从入射波形中分裂出来。

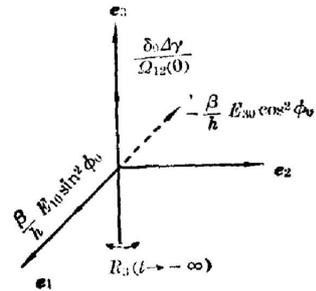


图 3 描述 Dressed Atom 的矢量 $\mathbf{R}(t)$ 在 (e_1, e_2, e_3) 空间的运动

Fig. 3 Motion of the vector $\mathbf{R}(t)$ describing Dressed Atom in the space (e_1, e_2, e_3)

五、小 结

在研究激光脉冲在 Dressed Atom 中相干传播时, 我们得到在激光脉冲的面积定理和脉冲在传播中的行为。与 McCall 和 Hahn 的面积定理^[4]不同在于, 两脉冲面积互相耦合, 每一脉冲面积在传播中的变化和最终的稳态值不仅与此脉冲面积有关, 而且与另一脉冲面积有关。由 Maxwell 方程, 我们得到了脉冲在传播中波色将分裂, 其中一部分以原波速 c/η 领先传播, 波形不变。另一部分的变化正比于 McCall 和 Hahn 研究过的自感应透明中波形距离变化的数值解, 速度 $<c/\eta$ 。当两入射脉冲的波形为(33)式时, 两脉冲不分裂且稳态地传播。这一现象称为“互感应透明”, 波速为 v , 波形正比于双曲正割函数。(18)式表明两脉冲与 Dressed Atom 相互作用使得态矢量变化相应于两脉冲来说正好相反, 当两脉冲入射波形满足 $\varepsilon_{10} = (\cos^2 \phi_0 / \sin^2 \phi_0) \varepsilon_{30}$ 时, 两脉冲各自与体系的相互作用正好相等, 态函数的变化为零, 所以总效果表明为两脉冲与 Dressed Atom 无相互作用, 两脉冲将保持其入射波速和波形传播, 这一“透明”也称为互感应透明。

参 考 文 献

- [1] C. Cohen-Tannoudji, S. Reynaud; *J. Phys. (B)*, 1977, **B10**, No. 3 (Feb), 345.
- [2] C. Cohen-Tannoudji, S. Reynaud; *«Multiphoton Processes»* ed. by J. H. Eberly, P. Lambropoulos, (John Wiley & Sons, 1978), 103.
- [3] A. Yariv; *«Quantum Electronics»*, (John Wiley & Sons, 1975), 371.
- [4] S. L. McCall, E. L. Hahn; *Phys. Rev.*, 1969, **183**, No. 2 (Jul), 457.
- [5] R. E. Slusher; *«Progress in Optics Vol. XII ed. by E. Wolf»*, (North-Holland Publishing Company, 1974), 55.

Coherent propagation of optical pulses in a two-level system driven by an intense laser beam

HUANG YOUHONG AND LIN FUCHENG

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

(Received 8 October 1984; revised 3 December 1984)

Abstract

Coherent propagation of two short optical pulses at different wavelengths in a two-level system driven by an intense laser beam is studied. An area theorem of the pulses has been obtained. The breakup of pulses in propagation and the phenomenon of mutual-induced transparency have been found theoretically.