

# 代数法确定无吸收光学薄膜的参数

战元龄 王 立 尹世琢  
(南开大学物理系)

## 提 要

本文将 Case 确定光学薄膜参数的方法作了改进,提出(1)在两块不同基底上蒸镀同一未知膜,用它们在同一波长处的反射率测试值确定光学薄膜的参数;(2)在一块基底上蒸镀未知膜,用它在不同波长处的反射率测试值确定光学薄膜的参数。这两种方法不但简单,而且精度也得以提高。

## 一、引 言

Case 提出了一种由分光光度计测试值来确定光学薄膜参数的代数方法<sup>[1]</sup>,从而克服了计算机搜索法的固有缺点<sup>[2~5]</sup>。但 Case 采用在已知(多层)膜上镀未知膜的方法难以精确实现,而且由两曲线的切点来确定薄膜的参数其精度也必然受到严重限制。为克服这些缺点,我们将 Case 的方法作了改进,即在基底上直接蒸镀未知膜层,采用不同基底上的单层膜于同一波长上的测试值或同一基底上的单层膜于不同波长处的测试值来求解薄膜的光学常数。这样,不仅方法简单,而且精度也得以提高。

## 二、方法和原理

设有一折射率为  $n$  的孤立的(无衬底)单层均匀薄膜存在于空气中。为简单计,我们只考虑光垂直入射的情况。引入菲涅耳系数

$$f = \frac{n-1}{n+1} \quad (1)$$

及位相因子

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} nd, \quad (2)$$

则该膜层的振幅反射率和振幅透射率分别为

$$r_f = \frac{(e^{-i2\delta} - 1)f}{1 - f^2 e^{-i2\delta}}, \quad (3)$$

$$t_f = \frac{(1 - f^2)e^{-i\delta}}{1 - f^2 e^{-i2\delta}}, \quad (4)$$

经过代数运算,由(3)、(4)式可解得

$$n = \left[ \frac{(1 - r_f)^2 - t_f^2}{(1 + r_f)^2 - t_f^2} \right]^{1/2}. \quad (5)$$

对于我们这里所讨论的无吸收膜层, 很易证明有关系式  $r_f^2 - t_f^2 = \frac{r_f^*}{r_f}$  成立, 于是式(5)变为

$$n = \left[ \frac{r_f + r_f^* - 2|r_f|^2}{r_f + r_f^* + 2|r_f|^2} \right]^{1/2} \quad (6)$$

而将(3)式改写成

$$e^{-i2\delta} = \frac{1 + f^{-1}r_f + fr_f^* + |r_f|^2}{1 + fr_f + fr_f^* + f^2|r_f|^2} \quad (7)$$

并考虑到

$$e^{-i2\delta} = \cos\left(\frac{4\pi nd}{\lambda}\right) - i \sin\left(\frac{4\pi nd}{\lambda}\right)$$

和应用(1)和(6)式, 就可求得膜层的厚度  $d$ 。

显然, 为确定薄膜的  $n$  和  $d$ , 首先需求得  $r_f$  (因而  $r_f^*$ )。而  $r_f$  可由用分光光度法测得的单层膜系的反射率  $R$  来确定。

实际上, 单层膜不可能孤立地存在于空气中, 它总是镀在一块基底上, 为与上述讨论相一致, 现设想膜层离开基底仍位于空气中(图1)。对图1所示的各量, 注意到  $r'_0 = -r_0$ , 则可证明镀在基底上的单层膜系的振幅反射率为

$$r = \frac{r'_0 + r_f}{1 - r_0 r_f} \quad (8)$$

因而其能量反射率为

$$R = \left| \frac{r'_0 + r_f}{1 - r_0 r_f} \right|^2 \quad (9)$$

应用一般实验室通用的分光光度计可测得  $R$  值。因此在基底(一般为玻璃)的折射率已知时, 就可由(9)式解得一系列  $r_f$ 。可以证明, 与(9)式相一致, 有下列关系成立:

$$r_f = C + Le^{i\theta} \quad (10)$$

其中  $C = (1 - R)r_0 / (1 - RR_0)$ ,  $L = (1 - R_0)R^{1/2} / (1 - RR_0)$ ,  $R_0 = r_0^2$ ,

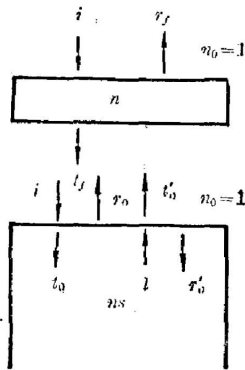


图 1

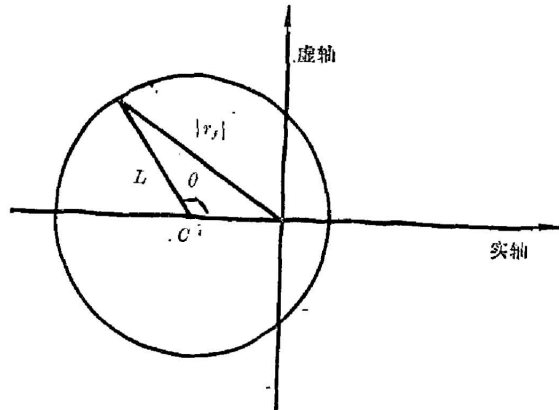


图 2

(10)式是在复平面中其圆心位于实轴上的一个圆(图2)。圆心坐标  $C$  及半径  $L$  皆可由已知量计算出, 振幅反射率  $r_f$  是连接坐标原点和圆上点的矢量, 圆上点的位置由参量  $\theta$  角决定。对一个无衬底的无吸收光学薄膜,  $r_f$  应在第二和第三象限, 即  $r_f$  的实部应为负数。

这样, 应用(5)、(1)和(7)式就可得:  $n = n(\theta)$ ,  $d = d(\theta)$  或  $n = n(d)$ 。

### 三、确定薄膜折射率 $n$ 和厚度 $d$ 的方法

显然，若用其它方法测得膜层的厚度  $d$ ，则可由  $n=n(d)$  的关系立即求得  $n$ ；反之亦然。但若能对同一未知膜层设法获得两条  $n \sim d$  曲线，则由它们的切点或交点就可同时确定未知膜层的折射率  $n$  和厚度  $d$ 。为此，Case 建议在基底上直接蒸镀未知膜层并又在基底和未知膜层间镀一已知(多层)膜，由两者所得的曲线的切点来确定未知膜层的  $n$  和  $d$ 。这种方法有两个缺点：(1)在基底和未知膜间加镀已知膜层是难以保证精度的，它的误差肯定会对最后结果带来严重影响；(2)由两曲线的切点来确定  $n$  和  $d$  值其误差必定较大。

为克服上述缺点，我们建议采用两种方法：(1)在两块不同的基底上镀制同一未知膜层，用它们在同一波长上的反射率测试值来确定未知膜层的  $n$  和  $d$ ；(2)用同一基底上的未知膜于不同波长处的测试值来确定未知膜层的  $n$  和  $d$ 。前者要求两基底的折射率差尽可能大；后者的前提则应是膜料有小的色散、有宽的透明区，这对一般膜料是成立的。这两种方法不仅比较简单，而且由两条(或多条)曲线的交点来确定未知膜层的  $n$  和  $d$ ，其精度也较高。

我们的计算程序用的是 Basic 语言，计算是在 Apple II 型微型计算机上进行的。计算流程图如图 3 所示。

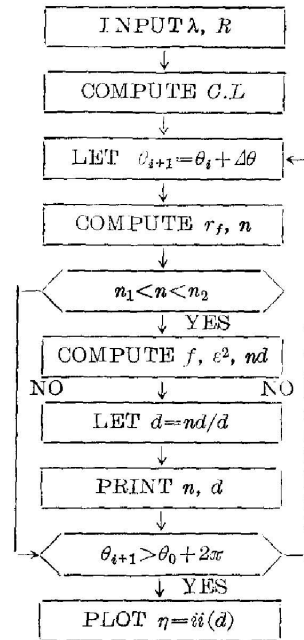


图 3

### 四、结 果

(1) 为验证方法的可靠性，首先给定一单层膜系，由其光学常数计算出在相应波长处的反射率  $R$ ，再将计算得的  $R$  送入计算机求解  $n$  和  $d$ 。

对设想在  $K_9(n=1.520)$  和  $ZF_2(n=1.673)$  玻璃基底上镀有光学厚度皆为  $0.2 \mu m$  和折射率分别为 1.38、1.70 和 2.35 的诸单层膜进行了验证。作为例子，图 4 和图 5 表示出其中两个计算结果。全部结果列于表 1，可见方法的精度是可靠的。

表 1

未知膜折射率的设想值	1.380		1.700		2.350		
	基底折射率	1.520	1.673	1.520	1.673	1.520	1.673
验证结果	$n$	1.380	1.380	1.700	1.700	2.350	2.350
	$d(\mu m)$	0.145	0.145	0.118	0.118	0.085	0.085

(2) 为考察上述方法对反射率  $R$  的测试误差的敏感性，对所计算的各种情况又作了相应的计算。图 6 是对在  $K_9$  玻璃基底上镀有折射率为 1.38 的单层膜的情况，设想其  $\Delta R =$

±5%时的计算结果。可见,这种方法对反射率的测定误差比较敏感,因此,为得到可靠的薄膜参数,必须使  $R$  的测试值有足够的精度。

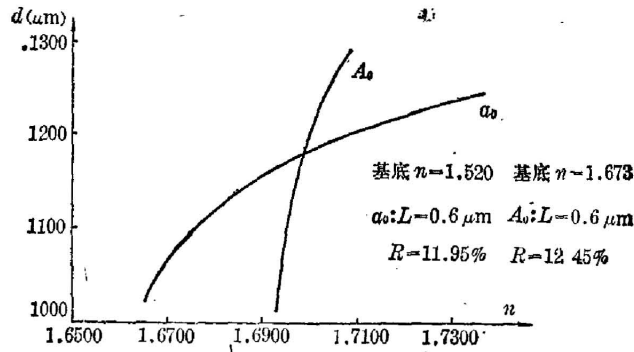


图 4

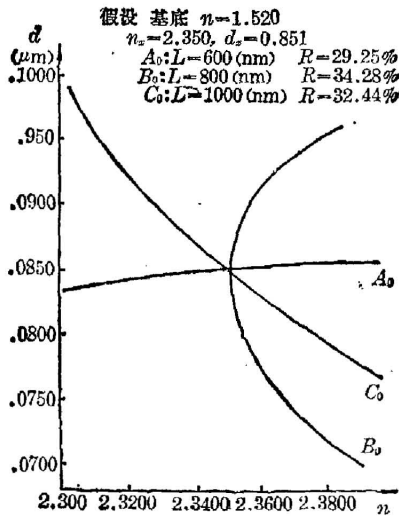


图 5

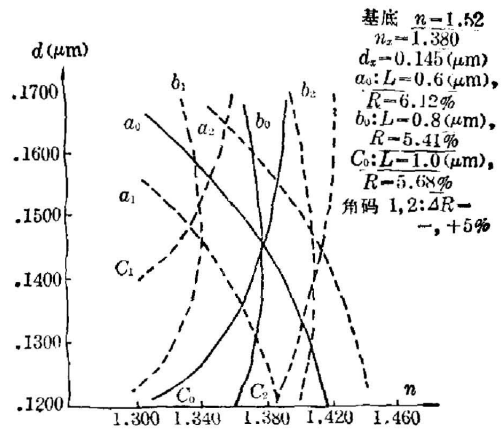


图 6

(3) 我们在  $K_9$  玻璃基底上实镀上一层 ZnS 薄膜, 在日立 340 分光光度计上测得的  $R$  值为:

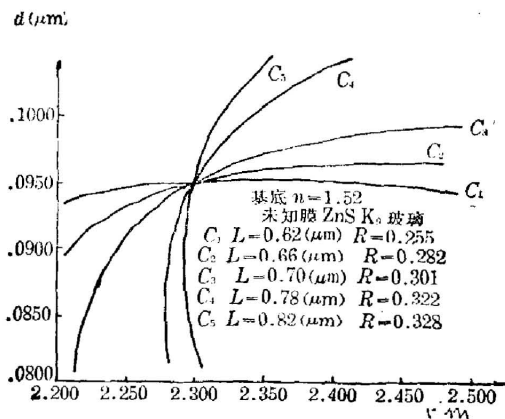


图 7

$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	$R$
0.62	0.255
0.66	0.282
0.70	0.301
0.78	0.322
0.82	0.328

由此所得计算结果如图 7 所示。由诸曲线的交点得  $n=2.30$ ,  $d=0.0955$ 。这一结果与用槽偏仪测得的结果是一致的。

## 六、结 论

这是一种用代数法确定无吸收光学薄膜参数的方法,它既不需要初始的猜解,也不会漏解,精度较高。所用仪器仅是一般实验室通用的分光光度计和微型计算机,因此可望得到推广使用。

反射率  $R$  值是由天津市激光技术研究所的谷银霞同志用该所的日立 340 分光光度计测试的,特致谢意。

## 参 考 文 献

- [1] William E. Case; *Appl. Opt.*, 1983, **22**, 1832.
- [2] J. M. Bennett and M. J. Booty; *Appl. Opt.*, 1966, **5**, 41.
- [3] L. Ward *et al.*; *J. Phys.*, 1969, **D2**, 301.
- [4] J. E. Nestell, Jr., and R. W. Christy; *Appl. Opt.*, 1972, **11**, 643.
- [5] W. Hansen; *J. Opt. Soc. Am.*, 1973, **63**, 793.

## Determination of absorption-free optical thin film parameters by algebraic method

ZHAN YUANLING WANG LI AND YIN SHIZHUO  
(Department of Physics, Nankai University)

(Received 12 November 1984)

### Abstract

Two approaches for improving the method of extracting thin-film optical parameters from spectrophotometer measurements, developed by Case, have been presented: (1) The same unknown thin film was evaporated on two different substrates and the measured reflectances  $R$  of the two films at one wavelength were then used for determining the parameters; (2) The unknown thin film was evaporated on one substrate and its measured reflectances  $R$  at different wavelengths were then used for determining the parameters. These two approaches are not only easy, but also provide higher accuracy.