第5卷 第3期
1985年3月

光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA

Vol. 5, No. 3
March, 1985

双模激光的非共振运转

李 孝 申　　朱 诗 尧
(江西师范大学物理系)　(上海交通大学应用物理系)

提　　要

本文将 Lamb 的激光量子理论推广应用于处理均匀展宽三能级原子系统中的双模激光运转。在相等失谐的情况下，分别求得了双模运转下的平均光子数、频率方程和线宽表达式，讨论了偏调的影响。

关于把 Lamb 的激光量子理论[1]推广应用于处理多能级多模激光运转方面的工作近来已有大量的文献报道[2~10]。文献[6]考虑到"Λ"结构三能级原子系统中双模激光在非共振情况下的运转，讨论了偏调对激光阈值条件及双光子过程的影响。本文用 Lamb 的密度算符方法[1]处理上述原子系统中的双模激光非共振运转中的频率及线宽等问题，讨论了偏调对频率、线宽及模耦合效应的影响。

一、密度距阵方程

Jaynes-Cummings 模型[13]已被推广用于"Λ"结构三能级原子与两个辐射场相互作用的场合[14]。但在上述推广中仅考虑了共振情况。本文是在文献[14]的基础上进一步计入非共振情况，即建立非共振的三能级 J-C 模型，然后再把此模型应用于双模激光运转，但仅限于相同偏调的情况[6]。

本文采用的是三能级原子模型。在 RWA 近似下采用一些运算技巧[14]，可求得在相互作用表象中的时间平移算符为

$$
\begin{aligned}
&\hat{U}(t,0)= \\
&\cos\sqrt{\hat{\mu}}\,t+i\,\frac{\Delta}{2}\frac{\sin\sqrt{\hat{\mu}}\,t}{\sqrt{\hat{\mu}}} \quad -ig_1\frac{\sin\sqrt{\hat{\mu}}\,t}{\sqrt{\hat{\mu}}}\hat{a}_1 \quad -ig_2\frac{\sin\sqrt{\hat{\mu}}\,t}{\sqrt{\hat{\mu}}}\hat{a}_2 \\
&-ig_1\hat{a}_1^{\dagger}\frac{\sin\sqrt{\hat{\mu}}\,t}{\sqrt{\hat{\mu}}} \quad g_1^2\frac{\hat{a}_1^{\dagger}\hat{a}_1}{\hat{\beta}}\left(\cos\sqrt{\hat{\mu}}\,t-i\,\frac{\Delta}{2}\frac{\sin\sqrt{\hat{\mu}_1}\,t}{\sqrt{\hat{\mu}_1}}\right)+g_2^2\frac{\hat{a}_2\hat{a}_2^{\dagger}}{\hat{\beta}_1}e^{-i\frac{\Delta}{2}t} \quad g_1g_2\hat{a}_1^{\dagger}\hat{\beta}^{-1}\left(\cos\sqrt{\hat{\mu}}\,t-i\,\frac{\Delta}{2}\frac{\sin\sqrt{\hat{\mu}}\,t}{\sqrt{\hat{\mu}}}-e^{-i\frac{\Delta}{2}t}\right)\hat{a}_2 \\
&-ig_2\hat{a}_2^{\dagger}\frac{\sin\sqrt{\hat{\mu}}\,t}{\sqrt{\hat{\mu}}} \quad g_1g_2\hat{a}_2^{\dagger}\hat{\beta}^{-1}\left(\cos\sqrt{\hat{\mu}}\,t-i\,\frac{\Delta}{2}\frac{\sin\sqrt{\hat{\mu}}\,t}{\sqrt{\hat{\mu}}}-e^{-i\frac{\Delta}{2}t}\right)\hat{a}_1 \quad g_2\frac{\hat{a}_2^{\dagger}\hat{a}_2}{\hat{\beta}_2}\left(\cos\sqrt{\hat{\mu}}\,t-i\,\frac{\Delta}{2}\frac{\sin\sqrt{\hat{\mu}_2}}{\sqrt{\hat{\mu}_2}}+g_1^2\frac{\hat{a}_1\hat{a}_1^{\dagger}}{\hat{\beta}_2}e^{-i\frac{\Delta}{2}t}\right)
\end{aligned}
\tag{1}
$$

$$
\left.\begin{aligned}
&\hat{\mu}=g_1^2(\hat{n}_1+1)+g_2^2(\hat{n}_2+1)+(\Delta^2/4), \qquad \hat{\mu}_i=\hat{\mu}-g_i^2,\ (i=1,\ 2) \\
&\hat{\beta}=\hat{\mu}-(\Delta^2/4), \qquad \hat{\beta}_i=\hat{\mu}_i-(\Delta^2/4)。
\end{aligned}\right\}
\tag{2}
$$

收稿日期：1984年6月18日；收到修改稿日期：1984年9月28日

(1)式中已包含相同偏调[6]Δ，它所建立的 J-C 模型较文献[14]中建立的模型具有更大的普适性。

推广应用文献[15]的方法，设共振上能级$|a\rangle$存在泵浦以及各能级具有相同的衰变常数γ，可得三能级双模激光场密度矩阵元的运动方程

$$\left.\begin{aligned}\dot{\rho}_{n_1,n_2;n_1',n_2'}=&-\left\{\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{2}\left[A_{je}(n_j+n_j'+2)-i\frac{\Delta}{\gamma}A_{je}(n_j-n_j')\right]\right.\\&\left.+\frac{1}{8}\mathscr{L}\frac{A_1^2}{B_1}\left[\sum_{j=1}^{2}\frac{B_j}{A_j}(n_j-n_j')\right]^2\right\}F_e(n_1,n_2;n_1',n_2')\rho_{n_1,n_2;n_1',n_2'}\\&+A_{1e}(n_1n_1')^{\frac{1}{2}}F_e(n_1-1,n_2;n_1'-1,n_2')\rho_{n_1-1,n_2;n_1'-1,n_2'}\\&+A_{2e}(n_2n_2')^{\frac{1}{2}}F_e(n_1,n_2-1;n_1',n_2'-1)\rho_{n_1,n_2-1;n_1',n_2'-1}\\&-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{2}C_i(n_j+n_j')\rho_{n_1,n_2;n_1',n_2'}+C_1[(n_1+1)(n_1'+1)]^{1/2}\rho_{n_1+1,n_2;n_1'+1,n_2'}\\&+C_2[(n_2+1)(n_2'+1)]^{1/2}\rho_{n_1,n_2+1;n_1',n_2'+1},\\F_e(n_1,n_2;n_1',n_2')=&\left\{1+\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{2}\frac{B_{je}}{A_{je}}(n_j+n_j'+2)+\frac{1}{16}\mathscr{L}\left[\sum_{j=1}^{2}\frac{B_j}{A_j}(n_j-n_j')\right]^2\right\}^{-1}。\end{aligned}\right\}\tag{3}$$

(3)式中已用到(1)式，参数A_j、B_j、C_j及$\mathscr{L}$均如同文献[6]中的定义。

二、运转性质及讨论

根据文献[2, 3]的细致平衡原理，由(3)式可求得模1的峰值光子数(以模1为例并忽略关联)[5,7,8,10]。

$$\langle n_1\rangle=\frac{A_1}{B_1}\left(\frac{A_1}{C_1}-\frac{B_2}{A_2}\langle n_2\rangle-\mathscr{L}^{-1}\right)。\tag{4}$$

从(4)式可知，由于偏调的存在，模2对模1的影响比共振时要小，且该影响将随偏调的增大而减小。亦即，偏调的存在与增大使模耦合减小。同时，偏调的存在和增大将使模1的峰值光子数$\langle n_1\rangle$减小，即削弱了模1的强度。

运用(3)式并忽略关联可求得模1场密度矩阵非对角元的运动方程[16]

$$\left.\begin{aligned}\dot{\rho}_{n_1,n_1+1}=&-\left[A_{1e}\left(n_1+\frac{3}{2}\right)+\frac{i}{2}\frac{A_{1e}\Delta}{\gamma}+\frac{1}{8}\mathscr{L}B_1\right]F(n_1)\rho_{n_1,n_1+1}\\&+A_{1e}[n_1(n_1+1)]^{\frac{1}{2}}F(n_1-1)\rho_{n_1-1,n_1}-C_1\left(n_1+\frac{1}{2}\right)\rho_{n_1,n_1+1}\\&+C_1[(n_1+1)(n_2+2)]^{\frac{1}{2}}\rho_{n_1+1,n_1+2},\\F(n_1)\approx&\left[1+\frac{B_{1e}}{A_{1e}}\left(n+\frac{3}{2}\right)+\frac{B_{2e}}{A_{2e}}\langle n_2\rangle\right]^{-1}。\end{aligned}\right\}\tag{5}$$

接下来，按文献[1, 16]的方法与步骤，由(5)式可求得

$$\left.\begin{aligned}\rho_{n_1,n_1+1}(t)&=\rho_{n_1,n_1+1}(0)\exp\left[-\left(\frac{D}{2}+i\gamma\right)t\right],\\ D&=\frac{1}{2}\frac{A_{1e}}{\langle n_1\rangle}\left[1+\frac{B_{1e}}{A_{1e}}\langle n_1\rangle+\frac{B_{2e}}{A_{2e}}\langle n_2\rangle\right]^{-1},\\ \nu&=\frac{1}{2}\frac{A_{1e}\Delta}{\gamma}\left[1+\frac{B_{1e}}{A_{1e}}\langle n_1\rangle+\frac{B_{2e}}{A_{2e}}\langle n_2\rangle\right]^{-1}\end{aligned}\right\}\tag{6}$$

式中 D 为线宽，ν 为频移，显然，模 1 的振荡频率为

$$\nu_1=\Omega_1-\nu=\Omega_1-\frac{\Omega_1-(\omega_a-\omega_{b1})}{2\gamma}A_{1e}\left[1+\frac{B_{1e}}{A_{1e}}\langle n_1\rangle+\frac{B_{2e}}{A_{2e}}\langle n_2\rangle\right]^{-1}。\tag{7}$$

(6)式中 D 的表示式预示了模式牵引效应[1,16]。但方括号内第二项(正比于模 1 强度)及第三项(正比于模 2 强度，此项是单模情况所没有的)的增大将使上述牵引作用减小。实际上这两项代表了自饱和与交叉饱和作用对模牵引效应的影响。当共振时，模 1 的振荡频率等于腔模频率。这说明了偏调对模牵引的存在起着决定性的作用。

考虑到(4)式，线宽 D 表达式可表为

$$D=\frac{B_1C_1}{2A_1}\left[\frac{A_1}{C_1}-\frac{B_2}{A_2}\langle n_2\rangle-\mathscr{L}^{-1}\right]^{-1}。\tag{8}$$

上式方括号内第二项代表了模间耦合对线宽的影响，即其它模的强度增大将导致线宽加宽，这与文献[7、8]相符。但此处还计入了偏调的影响(见第三项)，偏调虽然同时影响着增益、自饱和及交叉饱和效应，但总的效果是：偏调的增大将使线宽加宽。

三、结　束　语

以上是用 Lamb 的理论方法对共上能级三激光能级原子系统中的双模激光运转进行了探讨。此外，用 Langevin 方法[1,11]也可处理上述问题，所得结论大致相同。

本文的结果比早先的结果具有更大的普适性。例如，与文献[1, 16]考虑单模情况所得的结果相比，本文还计入了模间耦合效应，而与文献[7]考虑共振下的双模运转情况相比，这里还计入了频移效应，同时还可适用于强信号场合。文献[12]用半径典微扰方法曾得到了频移方程，仅是本文在弱信号时的结果，但在强场情况下，本文的结果仍能适用，而文献[12]的频移方程就不适用了。此外，半径典理论[12]无法得到线宽表达式，而本文推得了线宽公式，它反映了量子理论的优越性。

参　考　文　献

[1] M. Sargent *et al.*; «*Laser Physics*», (Addison-Wesley, 1974).
[2] 朱诗尧，苏大春；*Phys. Rev.* (A), 1982, **25**, No. 6, 3169.
[3] 朱诗尧等；*Phys, Rev.* (A), 1982, **26**, No. 4, 2266.
[4] 朱诗尧；«光学学报», 1982, **2**, No. 4 (Apr) 289.
[5] 朱诗尧；«光学学报», 1983, **3**, No. 8 (Nov), 678.
[6] 朱诗尧；«光学学报», 1983, **3**, No. 5 (Aug), 395.
[7] 李孝申；*Opt. Acta*, 1984, **31**, No. 2, 143.
[8] 李孝申；«光学学报», 1984, **4**, No. 3 (Mar), 198.
[9] 李孝申；*J. Phys.* (B), 1984, **17**, No. 12, 2747.
[10] S. Singh, M. S. Znbairy; *Phys. Eov.* (A), 1980, **21**, No. 1, 281.

[11] H. Haken; *Handb. Phys.* (Springer-Verlag, 1970), 25/2c.
[12] F. Najmabadi *et al.*; *Phys. Rev.* (A), 1975, **12**, No. 4, 1553.
[13] E. T. Jaynes, F. W. Cummings; *Proc. IEEE*, 1963, **51**, 89.
[14] 李孝申, 贝念渝; *Phys. Lett.* (A), 1984, **101**, No. 3, 169.
[15] S. Singh; *Phys. Rev.* (A), 1982, **25**, No. 6, 3206.
[16] M. O. Scully *et al.*; *Phys. Rev.* (A), 1970, **2**, 2529.

Nonrosonant two-mode laser action

LI XIAOSHEN
(*Department of Physics, Jiangxi Teachers University, Nanchang*)

ZHU SHIYAO
(*Department of Applied Physics, Shanghai Jiaotong University*)

(Received 18 Jane 1984; revised 18 September 1984)

Abstract

Lamb's quantum theory of the laser is extended to treat the two-mode laser operation in the homogeneously broadened medium consisting of three-lasing level atoms. Subsequently the mean photon number in steady state, the frequency-determining equation, and the linewidths are respectively obtained in the case of two-mode operation with equal detunings. The effects of detuning are discussed.