第5卷 第12期 1985年12月 光学学报 ACTA OPTICA SINICA Vol. 5, No. 12 December, 1985

由场分布求单模光纤的波导色散

王子华 张一龙
(上海科学技术大学上海光纤与现代通信研究所)

提 要

本文提出计算单模光纤波导色散的一种新的解析方法。对于阶跃单模光纤，由准确的电场分布导出的波导色散计算公式，较 Sansonetti 的公式更精确。

一、引 言

色散是光纤的一个重要性质，它决定了传输信息的容量。单模光纤比多模光纤色散小，因此它是大容量、远距离通信最理想的传输线。单模光纤色散分为三部分：材料色散、波导色散和剖面分布色散。适当地选择单模光纤参数，可以使波导色散与材料色散相互抵消，在长波长达到零色散[1]。为此，必须精确计算波导色散。

波导色散主要涉及归一化传播常数 b 对归一化频率 ν 的一、二阶导数，一般用数值方法计算。已报道了很多近似的解析计算方法，它们虽对 b 有较好的近似，但对一阶导数，特别是二阶导数的近似程度就很差，往往不能满足精度要求。1982 年 Sansonetti 将波导色散与单模光纤的场分布联系起来，提出了由模斑谱求波导色散的近似方法[2]。

本文从文献[2](5)式出发，将阶跃单模光纤准确场代入，导出了计算波导色散的解析近似公式。由场分布求波导色散的方法，减少了一次对 ν 的求导运算，减小了误差，使计算精度有所提高。

二、阶跃单模光纤的波导色散

阶跃单模光纤的波导色散公式为

$$\nu\frac{d^2(b\nu)}{d\nu^2}=2\frac{d}{d\nu}\left[\frac{1}{\nu}\iint_A\left(\frac{d\psi}{dR}\right)^2dA\right],\tag{1}$$

式中 a 是纤芯半径，$R=(r/a)$，r 是径向坐标。ψ 是基模场，A 为光纤横截面。接着文献[2]用高斯场代入，推导了由模斑谱计算波导色散的近似公式。我们认为(1)式的重要意义是将波导色散与场分布联系起来，由此开辟了一个新的途径，来计算单模光纤的波导色散。注意到(1)式左边包含对 ν 的二阶导数，而右边只包含对 ν 的一阶导数，这就可以减少传播常数 b 对 ν 的一次求导运算。而我们知道，由 b 的解析近似求波导色散 $[\nu d^2(b\nu)/d\nu^2]$ 过程中，求导计算是产生误差的主要根源。

下面我们将阶跃单模光纤的准确场代入 (1) 式导出波导色散的计算公式。设阶跃单模

收稿日期：1985年5月20日

光纤基模场为[3]

$$\psi=\begin{cases}\dfrac{WJ_0(UR)}{a\sqrt{\pi}\,\nu J_1(U)}, & R\leqslant 1\\[2ex] \dfrac{UK_0(WR)}{a\sqrt{\pi}\,\nu K_1(W)}, & R\geqslant 1\end{cases}\tag{2}$$

式中 U、W 为纤芯横向传播常数和包层横向衰减常数。J_l 和 K_l 分别为 l 阶贝塞尔和修正贝塞尔函数。将(2)式对 R 求导得

$$\frac{d\psi}{dR}=\begin{cases}-\dfrac{UWJ_1(UR)}{a\sqrt{\pi}\,\nu J_1(U)}, & R\leqslant 1\\[2ex] -\dfrac{UWK_1(WR)}{a\sqrt{\pi}\,\nu K_1(W)}, & R\geqslant 1\end{cases}\tag{3}$$

(3)式代入(1)式经过运算得

$$\begin{aligned}\nu\frac{d^2(b\nu)}{d\nu^2}&=2\frac{d}{d\nu}\left[\frac{W^2J_0^2(U)}{\nu J_1^2(U)}\right]\\&=2\left\{\left(\frac{2W}{\nu}\frac{dW}{d\nu}-\frac{W^2}{\nu^2}\right)\frac{J_0^2(U)}{J_1^2(U)}-\frac{W^2}{\nu}\left[\frac{2J_0(U)}{J_1(U)}\right.\right.\\&\left.\left.\quad+\frac{J_0^2(U)\left(J_0(U)-J_2(U)\right)}{J_1^3(U)}\right]\frac{dU}{d\nu}\right\}。\end{aligned}\tag{4}$$

(4) 式右边只含有 U 和 W 的一阶导数，因此，将 U 和 W 的近似值代入计算波导色散比直接求 b (用 U 和 W 表示)的二阶导数精度显然要高。对于阶跃单模光纤，$dU/d\nu$ 和 $dW/d\nu$ 有准确的解析表达式，所以可以更进一步将 $dU/d\nu$ 和 $dW/d\nu$ 用 U 和 W 表示。由文献[3](52)式得

$$\frac{dU}{d\nu}=\frac{U}{\nu}\left[1-\frac{W^2}{U^2}\,\frac{J_0^2(U)}{J_1^2(U)}\right]。\tag{5}$$

将(5)式代入文献[3](41)式得

$$\frac{dW}{d\nu}=\frac{W}{\nu}\left[1+\frac{J_0^2(U)}{J_1^2(U)}\right]。\tag{6}$$

这样一来，代入 U 和 W 的近似后，不必进行求导就可以计算波导色散了。

三、数值计算与结果

特征值 U 或 W(也就是传播常数 β 或 b)有各种不同的近似，其精度也不相同，我们用最简单的 Rudolph-Neumann 近似[4]

$$W=1.1428\nu-0.996。\tag{7}$$

将(7)式代入(4)式、(5)式和(6)式，计算阶跃单模光纤波导色散，其结果用实线示于图 1，为了进行比较，将准确值和文献[2]的结果分别用点划线和虚线画出。显然，本文的结果较文献[2]的结果更接近于准确值。这是因为文献[2]用高斯场近似单模光纤的缘故，因此由场分布求单模光纤的波导色散，其精度取决于场分布的近似程度。

本文导出的波导色散公式 (4)～(6)，其精度完全取决于特征值 U、W 的近似程度，与 U、W 的精度保持在同一个数量级上，避免了由于求导运算引起的误差。

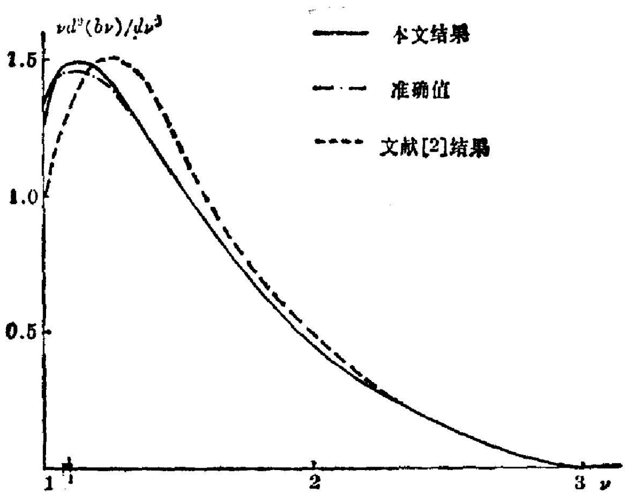

图1 阶跃单模光纤的波导色散

Fig. 1 Waveguide dispersion of a step-index single-mode fiber, with $\nu\dfrac{d^2(b\nu)}{d\nu^2}$ asafunction of ν

参 考 文 献

[1] W. A. Gambling, H. Matsumura *et al.*; *IEE J. Microwaves Opt. & Acoust.*, 1979, **3**, No. 6 (Jun), 239.

[2] P. Sansonetti; *Electron. Lett.*, 1982, **18**, No. 15 (Jul), 647.

[3] A. W. Snyder; *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, 1969, **MTT-17**, No. 12 (Dec), 1130.

[4] H. D. Rudolph, E. G. Neumann; *Nachrichtentech. Z.*, 1976, **4**, No. 4 (Apr), 328.

A new analytic method for calculating waveguide dispersion of single-mode fibers

WANG ZIHUA AND ZHANG YILONG

(Shanghai Optical Fiber Technology and Modern Communication Research Institute, Shanghai University of Science & Technology)

(Received 20 May1985)

Abstract

A new analytic method is developed for calculating the waveguide dispersion of single-mode fibers by using its field distribution. For step-index single-mode fibers, a waveguide dispersion formula is deduced which is more accurate than that given by Sansonetti [2].