

采用柱面光栅的照射型莫尔轮廓法

袁玉麟
(浙江大学光学系)

提 要

本文首先推导了采用圆柱面光栅的莫尔轮廓法的计算公式。提供了拍摄的实验照片以及利用本文所推得的公式通过计算机绘制的理论曲线,照片的判读数据和实验值比较一致。与一般的莫尔等高法的照片比较,采用柱面光栅的优越性在于增加了检测深度。

一、引 言

莫尔轮廓测量是一种新的非接触测量技术,近年来国外已做了不少工作^[1]。鉴于衍射效应,它的测量灵敏度随被测件的总高差而急剧降低^[2],故在实际应用上还受到一定的限制。为此,Moore和Truax提出利用锁相技术^[3]等建议。它提高了条纹判读的精度,然而其耗资大、技术要求也高。应用曲面光栅可大大降低被测件与基准光栅间的总高差,增加适用的光栅密度,提高了灵敏度极限。

本文以曲面光栅的特例——柱面光栅为例,推导出在照射型莫尔轮廓测量中,计算被测件高差的一般公式,比较它与一般的莫尔轮廓法之间的差别,并以实验证实。

二、一 般 理 论

在照射型莫尔轮廓法中,当观察点和光源在水平位置相互叉开时,所用的基准光栅的栅线必须安置成铅垂方向。对于柱面光栅来说,它可以有两种配置法:一是柱面的轴线水平放置,而柱面上的栅线是铅垂平面上的一段段圆弧,如图1所示;另一种是柱面的轴线铅垂安置,栅线是圆柱表面上一根根和轴线相平行的直线。后面一种配置法有下列缺陷:被测件两侧光照很不均匀;柱面光栅左右两侧灵敏度不同;计算公式比较繁琐;光线经玻璃柱面反射后进入观察点,摄影底片上将出现一片较大的黑斑。本文只讨论如图1所示配置方式的柱面光栅莫尔轮廓法。

为了简化计算公式,我们采用平面光栅时莫尔等高法那样的配置方式(如图1)。以观察点 O 作为原点, Z 轴为测定深度的方向, Y 轴向右和 Z 轴组成水平面 YOZ , X 轴垂直向上。光源 S 安置于 Y 轴上,它和观察点 O 之间的距离为 d 。柱面光栅 M 的轴线 cc_1 在 YOZ 平面上并与 OY 轴平行。取 Z 轴和柱面光栅 M 相垂直的交点为 O_1 ,柱面光栅与 YOZ 平面的交线为 Y_1 轴。作 O_1X_1 垂直向上, $X_1O_1Y_1$ 平面即是一般莫尔轮廓法中的基准光栅的平面位置。

在柱面光栅后的试件表面上有一点 Q , 和一般的莫尔轮廓法类似, 把 Q 点与 $X_1O_1Y_1$ 平面间的距离 h_N 定义为试件上对应点的高差。光源 S 射出的光线通过柱面光栅上一点 b 投向 Q 点。在观察点 O 的位置上透过柱面光栅上一点 a 观察到 Q 。 O 点到 a 、 b 两点的矢量分别为

$$Oa = g \cdot OQ, \quad (1)$$

$$Ob = OS + f \cdot SQ, \quad (2)$$

$$SQ = OQ - OS, \quad (3)$$

式中 g 、 f 为小于 1 的标量。设坐标系的三个单位矢量分别为 i 、 j 、 k , 观察到的 Q 点处于第 N 级莫尔轮廓条纹上, 它的序数方程式为 $ab \cdot j = (Ob - Oa) \cdot j = NP$, 即

$$(OS + fSQ - gOQ) \cdot j = NP, \quad (4)$$

式中 P 为栅距。过 Q 点作 φF 垂直 OY 轴并与柱面光栅相交于 e , QF 于 YOZ 平面上的投影与 OY_1 轴相交于 F_1 , Q_1 、 e_1 分别是 Q 点和 e 点在 YOZ 平面上的投影。

将 (1)、(2) 式分别与 k 点乘, 得 $g = Oa \cdot k / OQ \cdot k$, $f = (Ob \cdot k - OS \cdot k) / SQ \cdot k$ 。由图 1 经运算推导后得

$$h_N = \frac{lNP}{d - NP} + \frac{dR}{d - NP} - \sqrt{\left(\frac{dR}{d - NP}\right)^2 - x^2}. \quad (5)$$

在圆柱光栅照射型莫尔轮廓法的计算式 (5) 中, l 、 d 、 R 属已知, 拍摄到的莫尔轮廓条纹的照片的放大倍率也已知, 根据照片中第 N 级次条纹及它所对应的 x 值, 即可由 (5) 式计算出它的 h_N 值——被测试件上对应点与基准平面 $X_1O_1Y_1$ 之间的距离。

在实际测量中, 为获得尽可能高的灵敏度, 选择的柱面光栅和被测试件间的外形应尽量接近, 所以条纹数目 N 一般不会很大, $d \gg NP$ 的条件常常是能够满足的, 于是 (5) 式可简化为

$$h_N = \frac{lNP}{d} + R - \sqrt{R^2 - x^2}. \quad (6)$$

三、测量球面的实验

实验用的柱面光栅是这样取得的。一只内径 $R = 145 \text{ mm}$ 的玻璃圆筒, 里面覆盖上一张 $250 \times 250 \text{ mm}$ 的涤纶光栅片, 涤纶片四周用胶带纸粘贴于筒壁上。被测试件用吸铁靠表架使之伸入筒内并与筒壁接触。

1. 试件球冠半径 $r < R$

以 $X_1Y_1Z_1$ 为坐标系的球形试件的方程为 $(z - r)^2 + x^2 + y^2 = r^2$, 代入 (5) 式 (其中 $z = h_N$) 得

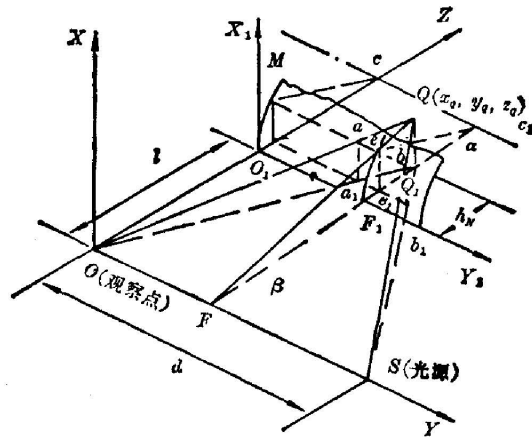


图 1 柱面光栅莫尔轮廓法的特殊配置方式
Fig. 1 Special configuration way of Moiré topography with a cylindrical grating

$$(h_N - r)^2 = \left[\frac{lNP + dR}{d - NP} - \sqrt{\left(\frac{dR}{d - NP} \right)^2 - x^2} - r \right] = r^2 - x^2 - y^2,$$

化简后得

$$\left. \begin{aligned} \frac{(C + y^2)^2}{4A^2B^2} + \frac{x^2}{A^2} &= 1 \\ A &= [dR / (d - NP)], \\ B &= \left(\frac{dR + lNP}{d - NP} \right) - r, \quad C = B^2 + A^2 - r^2. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

令 $x=0$, 得

$$y = \sqrt{2AB - C}, \quad (8)$$

令 $y=0$, 得

$$x = \sqrt{4A^2B^2 - C} / 2B. \quad (9)$$

由此可知, 当被测试件的半径 r 小于柱面光栅半径 R 时, 它的莫尔轮廓备应是以 (8) 式和 (9) 式为长短轴的近似椭圆。

实验装置的参数如下: $d=1000$ mm, $l=1000$ mm, $P=0.545$ mm, $R=145$ mm, $r=81.83$ mm, 拍摄到的莫尔轮廓如图 2(a) 所示。图 2(b) 是以实验所用的数据, 利用 (7) 式, 在计算机上绘制出来理论曲线, 两者比较一致*。

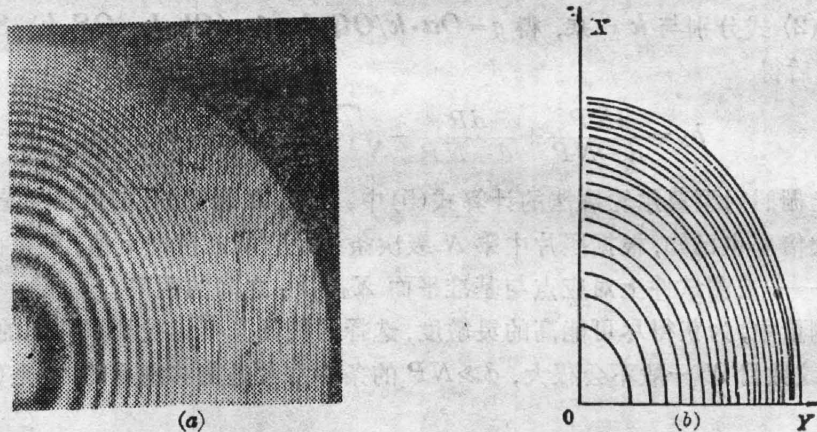


图 2 柱面光栅拍摄小球面时的莫尔轮廓照片

Fig. 2 Moiré topographical photo when a small sphere is photographed with cylindrical grating

(a) really photographed moiré topography; (b) theoretical curves drawn by a computer according to the equation

2. 试件球冠半径 $r=R$

这时试件的球面方程为 $(z-R)^2 + x^2 + y^2 = R^2$, 代入 (5) 式得

$$y^2 = R^2 - x^2 - \left[\frac{lNP}{d - NP} + \frac{dR}{d - NP} - R - \sqrt{\left(\frac{dR}{d - NP} \right)^2 - x^2} \right]^2,$$

化简后得

* 绘制的理论曲线线条应该对应于照片上的亮条纹(以下同)。

$$\left. \begin{aligned} y^2 &= C + 2B\sqrt{A^2 - x^2}, \\ A &= [dR/(d - NP)], \quad B = [(l + R)NP]/(d - NP), \\ C &= R^2 - A^2 - B^2. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

若 $x=0$, 得 $y^2 = C + 2AB$, 即

$$y^2 = 2R \left(\frac{lNP}{d - NP} \right) - \left(\frac{lNP}{d - NP} \right)^2. \quad (11)$$

而球面方程式 $(z - R)^2 + x^2 + y^2 = R^2$, 当 $x=0$ 时, 得 $y^2 = 2Rz - z^2$, 与 (11) 式比较后得 $z = [lNP/(d - NP)]$, 说明在水平面上 ($x=0$), 由 (10) 式计算出的轮廓条纹的分布与常规的莫尔等高法相同。

由 (10) 式看出, y 值主要随 N 而变, 当 x 值远小于 $[dR/(d - NP)]$ 时, y 值极少变化, 莫尔轮廓条纹近似为一根根与 X 轴平行的直线。只是当 x 值较大时, y 值才略有缩小, 条纹稍为向中心靠拢一些。

图 3(a) 是实际拍摄到的莫尔轮廓条纹照片。柱面光栅 $R=145$ mm, 球冠半径 $r=145$ mm, $d=1000$ mm, $l=1000$ mm, $P=0.545$ mm。采用上述数据, 利用 (10) 式通过计算机计算后绘制的理论曲线见图 3(b), 两者也比较接近。

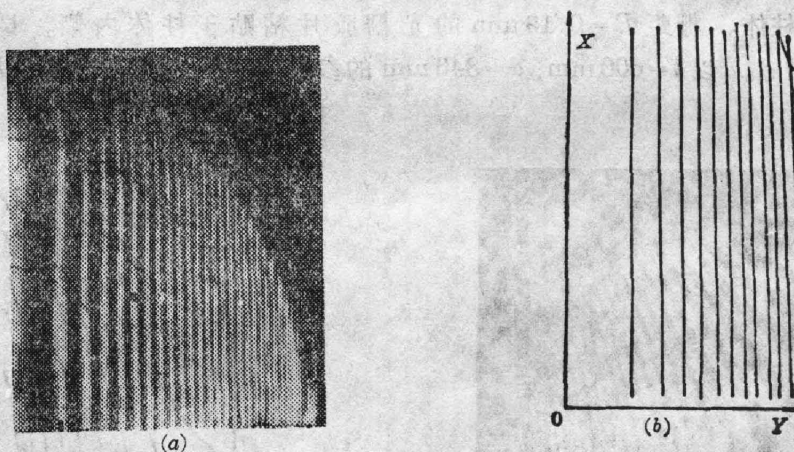


图 3 球冠半径和柱面光栅半径相同时的莫尔轮廓照片

Fig. 3 Moiré topographical photo when the radius of sphere corona is equal to that of cylindrical grating

(a) really photographed moiré topography; (b) theoretical curves drawn by a computer according to the equation

3. 试件球冠半径 $r > R$

在这种情况下, 试件顶点已不再与柱面光栅接触, 如图 4 所示。试件在 X 方向的两端点与光栅相接, 而试件顶点与光栅间留有间隙 Δ 。试件的球面方程应为 $(z - r - \Delta)^2 + x^2 + y^2 = r^2$, 即

$$\left[\frac{dR + lNP}{d - NP} - \sqrt{\left(\frac{dR}{d - NP} \right)^2 - x^2 - r - \Delta} \right]^2 + x^2 + y^2 = r^2,$$

化简后得

$$\left. \begin{aligned} y^2 &= r^2 - B^2 - A^2 + 2B\sqrt{A^2 - x^2}, \\ A &= [dR/(d-NP)], \quad B = [(dR+lNP)/(d-NP)] - r - \Delta_0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

若 $x=0$, 得

$$y = \sqrt{r^2 - (A-B)^2}, \quad (13)$$

若 $y=0$, 得

$$x = \sqrt{A^2 - (A^2 + B^2 - r^2)^2 / 4B^2}. \quad (14)$$

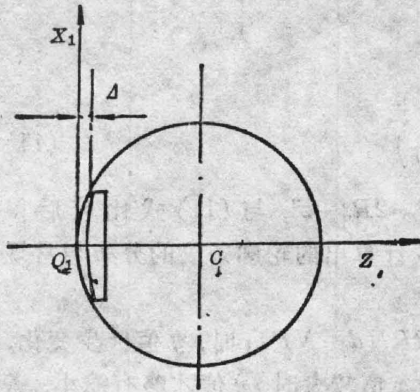


图 4 球冠半径大于柱面光栅半径时的接触情况

Fig. 4 Contact conditions when the sphere corona radius is greater than that of cylindrical grating

图 5(a) 是试件球冠半径 $r >$ 柱面光栅半径 R 时拍摄到的莫尔轮廓图。实验参数是: $d=1000$ mm, $l=1000$ mm, $P=0.545$ mm, $R=145$ mm, 试件球冠半径 $r=183.20$ mm, Z 轴方向间隙 $\Delta=4.60$ mm。利用 (12) 式, 以实验用参数代入, 经计算机计算后绘制的理论曲线见图 5(b)。

4. 与莫尔等高法比较

柱面光栅莫尔轮廓法的优点是在 X 方向上可大大增加测量的深度极限, 当被测总高度一定时, 可借此提高灵敏度。为便于比较, 另外取了一只内半径 $R=$

87 mm 的玻璃柱体。栅距 $P=0.19$ mm 的光栅胶片粘贴于柱体内侧。试件仍是 $r=81.83$ mm 的球冠。以 $l=600$ mm, $d=846$ mm 的参数, 拍摄到的莫尔轮廓照片见图 6(a)。

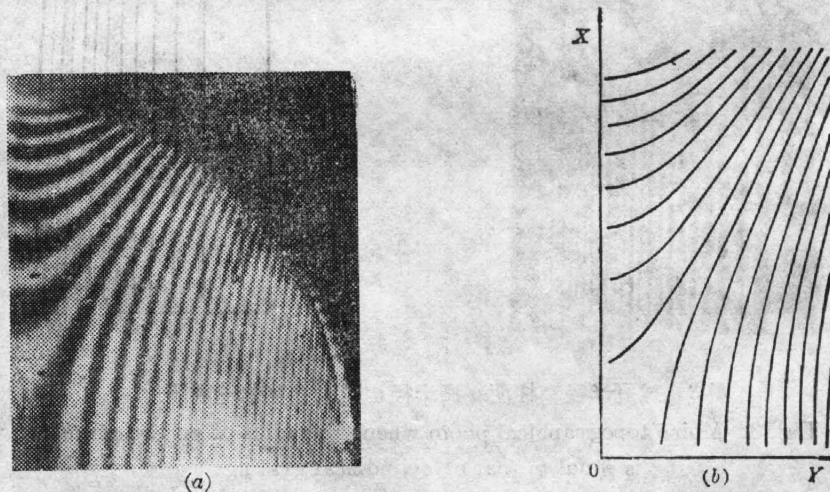


图 5 球冠半径大于柱面光栅半径时的莫尔轮廓图

Fig. 5 Moiré topographical photo when sphere corona radius is greater than that of cylindrical grating

(a) really photographed Moiré topography; (b) theoretical curves drawn by a computer according to the equation

图 6(a) 的照相底片在测量显微镜中判读, 测得工件轮廓值为 7.25 mm, 根据球冠实际的弦长 $b=114.5$ mm, 求得底片在试件最大高差位置处的放大倍率为 $1/15.79$ 。在底片的 X 坐标上, 读出每一级次条纹的 x 值, 乘上放大倍率后代入 (5) 式, 得莫尔轮廓条纹 h_N 的判读值见表 1。试件球冠半径 $r=81.83$ mm, 利用弦长和矢高间的几何关系式, 计算出对应

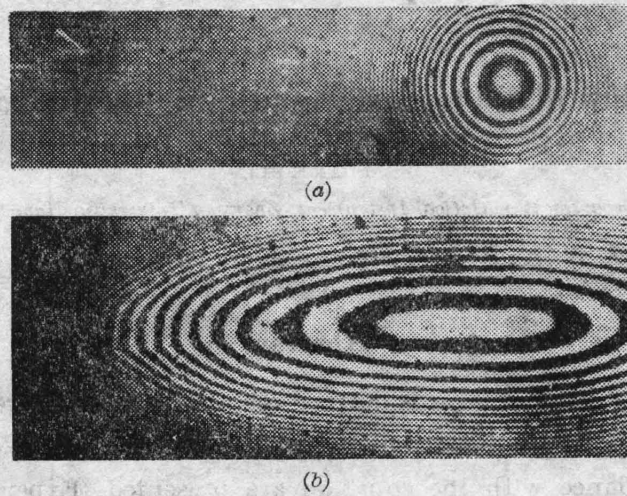


图 6 柱面光栅与平面光栅的不同效果

Fig. 6 Different effects of cylindrical grating and plane grating

- (a) Moiré topography fringes of cylindrical grating;
 (b) Moiré contour fringes of plane grating

表 1 柱面光栅莫尔轮廓法的判读数据

Tabl 1 Data derived from the cylindrical grating Moiré topography

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
x	22.58	28.11	32.53	36.32	40.00	42.48	45.01	47.96	49.12	50.70	52.12	53.70	55.12
h_N	3.10	4.91	6.68	8.43	10.33	11.81	13.40	14.79	16.28	17.51	18.67	19.99	21.25
h	3.17	4.98	6.74	8.50	10.42	11.89	13.49	14.89	16.38	17.59	18.75	20.08	21.35

x 位置的高差值 h 见表 1。实测值和理论计算值比较接近。

用同样栅距 $P=0.19\text{mm}$ 的平面光栅, 相同的 l 和 d , 拍摄到的莫尔等高条纹见图 6(b)。从图中可明显看出, 采用了柱面光栅, X 方向的检测深度可大大增加。这对于测量高次柱面状的物体如导流片等是尤为适宜的。

作者认为: 采用柱面光栅的照射型莫尔轮廓法可以增加一个座标方向的检测深度, 有利于提高柱类物体的检测灵敏度。文中提供的公式可作具体应用时的参考。

参 考 文 献

- [1] Cesar A. Sciammarella; *Exper. Mech.*, 1982, 22, No. 11 (Nov), 418.
 [2] 袁玉麟, 马元华等; 《仪器仪表学报》, 1984, 5, No. 3 (Aug), 295.
 [3] D. T. Moore, B. E. Truax; *Appl. Opt.*, 1979, 18, No. 1 (Jan), 91.

Shadow Moiré topography using cylindrical grating

YUAN YULIN

(Department of Optical Instrument, Zhejiang University, Hangzhou)

(Received 16 April 1985; revised 12 June 1985)

Abstract

The mathematical expression is derived for the shadow Moiré topography using a cylindrical grating. Experimental photographs and theoretical curves drawn on a computer in accordance with the equation are presented. Experimental data are in reasonable agreement with the data derived from the photographs. The merit with the use of cylindrical grating is that, it increases the measuring depth compared with ordinary Moiré topography.