

采用空间滤波产生等高线

李 荫 泉

顾 去 吾

(华中工学院光学工程系)

(中国科学院长春光学精密机械研究所)

提 要

本文提出一种采用光栅对立体像对进行空间滤波产生等高线的相干光学方法。从理论上分析了视差与谱面上光振幅分布的关系、空间滤波的作用以及滤波后像面上的光振幅分布。把立体像对的振幅透过率在 $4f$ 系统的物面上叠加,并用相干光照明,在频谱面上会得到多组不同频率的干涉直条纹。每一组条纹都对应一群视差相同的点,即一条等高线。用一块光栅进行空间滤波,让某一组干涉条纹透过光栅,而挡住其它条纹,在像面上就会出现一条等高线。不同的光栅间隔对应着不同位置的等高线。改变光栅位置,等高线会发生明暗变化。实验采用了斜面和圆锥两种模型,分别得到了直线和圆环状等高线。文中给出了不同位置和不同明暗的等高线的实验结果。这种方法不需要逐点测量视差,因而具有快速的优点。实验中用非相干方法把立体像对重叠在一张照相干板上,达到振幅相加,以降低对系统的要求。

一、引 言

从五十年代以来,人们为了提高航空照片立体测图的速度和精度进行了立体测图的自动化研究。发展的主要方向是各种相关技术,包括电子相关、数字相关和光学相关^[1~3]。同时,也有人提出一些非相关的光学方法^[9,10]。

本文提出一种自动描绘等高线的相干光学方法。这种方法不需要先测量照片上各点的视差,而是直接显示出具有某一视差的所有点,从而得到等高线。这种方法可以大大提高测图速度。实验研究的目的在于从原理上探讨此方法的可行性,并发现投入实际应用所需要解决的问题。

二、理 论 分 析

两张相邻的航空摄影所得的照片,其拍摄的景物有一定的重叠。同一区域各点之间的相对位置在两张照片上不完全相同,即存在视差,它反映了地面高度的变化情况。

x 方向的视差 p_x 和地面高度的关系用视差公式表示为*

$$p_x = x_1 - x_2 = fB / (H - h), \quad (1)$$

其中 x_1 、 x_2 分别是同一物点在两张立体照片上的象的 x 坐标, f 是摄影镜头的焦距, B 是两次拍照时相机的距离, H 是摄影时相机距地面某一参考平面的高度, h 是物点距参考平面的高度。把(1)式改写为

$$h = H - (fB/p_x)。$$

收稿日期: 1985年5月20日

* 垂直摄影的情况下, y 方向的视差总是为零。

显然,所有视差相同的点都具有同样的水平高度,等视差点就是等高点。

我们采用一个相干光学系统,由两个傅里叶变换透镜组成,即 $4f$ 系统,如图 1 所示。把立体像对的复振幅在物面 P_1 上叠加起来。在平行光照明情况下,物面后的复振幅分布为

$$u(x, y) = f\left(x + \frac{p(x)}{2}, y\right) + f\left(x - \frac{p(x)}{2}, y\right) + n(x, y), \quad (2)$$

这里 f 是照片的振幅透射率函数, $p(x)$ 是视差函数, $n(x, y)$ 是叠加后的噪声。由于我们是沿 ξ 方向的光栅滤波,在 y 方向相当于一个成像系统,不对照片进行滤波处理,所以在下面的分析中,我们只考虑一维的变换:

$$u(x) = f\left(x + \frac{p(x)}{2}\right) + f\left(x - \frac{p(x)}{2}\right) + n(x). \quad (3)$$

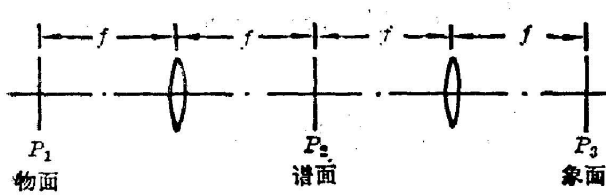


图 1 实现傅里叶变换和滤波的 $4f$ 系统
Fig. 1 The $4f$ system for Fourier transformation and filtering

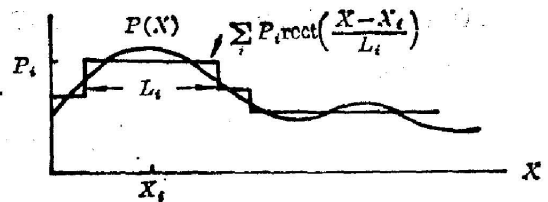


图 2 视差函数的阶梯近似
Fig. 2 Step approximation of parallax function

在实际问题中,视差函数 $p(x)$ 总是连续变化的,但为了便于进行傅里叶分析,可以把视差函数看作是阶跃变化的,即用图 2 所示的阶梯曲线去逼近实际的视差曲线,并使得误差不超过 $\varepsilon/2$, ε 是阶梯的高度。把 $p(x)$ 表示成 $\sum_i P_i \text{rect}\left(\frac{x-x_i}{L_i}\right)$ 的形式, L_i 是阶梯的宽度,当 L_i 取得比较小时,这种近似还是比较准确的。

取近似之后,物面上复振幅分布为

$$\begin{aligned} u(x) &= f\left(x + \frac{p(x)}{2}\right) + f\left(x - \frac{p(x)}{2}\right) + n(x) \approx f\left[x \pm \sum_i \frac{P_i}{2} \text{rect}\left(\frac{x-x_i}{L_i}\right)\right] + n(x) \\ &= \sum_i f\left[x \pm \frac{P_i}{2} \text{rect}\left(\frac{x-x_i}{L_i}\right)\right] + n(x) = \sum_i \text{rect}\left(\frac{x-x_i}{L_i}\right) f\left(x \pm \frac{P_i}{2}\right) + n(x). \end{aligned} \quad (4)$$

因为第 i 个阶梯与第 $(i+1)$ 个阶梯是互不重叠的,所以求和与函数算子可以交换。同理,矩形函数也可以提到函数 f 之外。谱面 P_2 上的复振幅分布是物面复振幅的傅里叶变换:

$$\begin{aligned} U(\xi) &= \text{F.T.}[u(x)] \\ &= \sum_i \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{x-x_i}{L_i}\right) f\left(x \pm \frac{P_i}{2}\right) \exp\left(-\frac{j2\pi\xi x}{\lambda f}\right) dx + N(\xi) \\ &= 2 \sum_i L_i \left[\exp\left(-\frac{j2\pi\xi x_i}{\lambda f}\right) \text{sinc}\left(\frac{L_i \xi}{\lambda f}\right) \right] \otimes \left[F(\xi) \cos\left(\frac{\pi\xi P_i}{\lambda f}\right) \right] + N(\xi), \end{aligned} \quad (5)$$

式中 $N(\xi)$ 是噪声 $n(x)$ 的傅里叶谱。在上式中,复振幅 f 的傅里叶变换 $F(\xi)$ 乘上了一个 $\cos\left(\frac{\pi\xi P_i}{\lambda f}\right)$ 的因子,即照片的空间频谱上调制了多组干涉条纹。如果我们在谱面上用一个常数为 $2d_0$ 的朗奇光栅进行滤波,则光栅后面的振幅为

$$\begin{aligned}
 U'(\xi) = & U(\xi) \left[\text{rect} \left(\frac{\xi}{d_0} \right) \otimes \text{comb} \left(\frac{\xi}{2d_0} \right) \right] \\
 = & 2 \left\{ \sum_i L_i \left[\exp \left(-\frac{j2\pi\xi x_i}{\lambda f} \right) \text{sinc} \left(\frac{L_i \xi}{\lambda f} \right) \right] \otimes \left[F(\xi) \cos \left(\frac{\pi\xi P_i}{\lambda f} \right) \right] \right. \\
 & \left. + \frac{1}{2} N(\xi) \right\} \cdot \left[\text{rect} \left(\frac{\xi}{d_0} \right) \otimes \text{comb} \left(\frac{\xi}{2d_0} \right) \right]. \quad (6)
 \end{aligned}$$

在像面上取反射坐标, 则像面上的振幅分布为谱面振幅的傅里叶变换:

$$\begin{aligned}
 u'(x') = & \text{F. T. } [U'(\xi)] \\
 = & \left\{ \sum_i \text{rect} \left(\frac{x' - x_i}{L_i} \right) \left[f \left(x' + \frac{P_i}{2} \right) + f \left(x' - \frac{P_i}{2} \right) \right] + n(x') \right\} \\
 & \otimes \left[2d_0^2 \frac{1}{\lambda^2 f^2} \cdot \text{sinc} \left(\frac{d_0 x'}{\lambda f} \right) \text{comb} \left(\frac{2d_0 x'}{\lambda f} \right) \right]. \quad (7)
 \end{aligned}$$

如果滤波用的光栅常数与谱面上某一组条纹 $\left| \cos \left(\frac{\pi\xi P_j}{\lambda f} \right) \right|^2$ 的周期相同, 即 $d_0 = (\lambda f / 2P_j)$, 代入(7)式, 我们得到

$$\begin{aligned}
 u'(x') = & \left\{ \sum_i \text{rect} \left(\frac{x' - x_i}{L_i} \right) \left[f \left(x' + \frac{P_i}{2} \right) + f \left(x' - \frac{P_i}{2} \right) \right] + n(x') \right\} \\
 & \otimes \left[\frac{1}{2P_j^2} \text{sinc} \left(\frac{x'}{2P_j} \right) \text{comb} \left(\frac{x'}{P_j} \right) \right] \\
 = & \sum_i \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2P_j} \text{rect} \left(\frac{x' - mP_j - x_i}{L_i} \right) \left[f \left(x' - mP_j + \frac{P_i}{2} \right) \right. \\
 & \left. + f \left(x' - mP_j - \frac{P_i}{2} \right) \right] \text{sinc} \left(\frac{m}{2} \right) + n'(x'), \quad (8)
 \end{aligned}$$

其中 $n'(x') = \frac{1}{2P_j} \sum_m \text{sinc} \left(\frac{m}{2} \right) n(x' - mP_j)$ 是经过光栅衍射后的噪声分布。

(8)式表示对应着不同 P_i 的各条等高线以及其各级衍射像在像面上叠加。由于光栅是与特定的 P_j 相对应的, 所以经过光栅滤波后, 像面上与 P_j 相对应的那条等高线的强度将大于其它各条等高线的强度。现在分两种情况来讨论:

(1) $i=j$, 即视差为 P_j 的等高线的振幅为

$$\begin{aligned}
 u_j(x') = & \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2P_j} \text{rect} \left(\frac{x' - mP_j - x_j}{L_j} \right) \left[f \left(x' - mP_j + \frac{P_j}{2} \right) \right. \\
 & \left. + f \left(x' - mP_j - \frac{P_j}{2} \right) \right] \text{sinc} \left(\frac{m}{2} \right),
 \end{aligned}$$

这里 m 代表滤波光栅的衍射级次。

当 $m=0$ 时, 对应着零级项, 即不经衍射时直接成像:

$$\frac{1}{2P_j} \text{rect} \left(\frac{x' - x_j}{L_j} \right) \left[f \left(x' + \frac{P_j}{2} \right) + f \left(x' - \frac{P_j}{2} \right) \right].$$

这是视差为 P_j 的等高线。由于我们是将两张照片的振幅在物面上叠加起来, 所以像面上会出现两条等高线, 它们实际上是同一高度的所有物点在两张照片上的像。这两条等高线在 x 方向的距离就是视差 P_j 。

当 $m = \pm 1$ 时, 振幅对应着上面两条等高线经过光栅衍射的 ± 1 级衍射像。

$$\frac{1}{2P_j} \sin c\left(\frac{1}{2}\right) \left\{ \text{rect}\left(\frac{x' - P_j - x_i}{L_i}\right) \left[f\left(x' - \frac{P_j}{2}\right) + f\left(x' - \frac{3P_j}{2}\right) \right] \right. \\ \left. + \text{rect}\left(\frac{x' + P_j - x_i}{L_i}\right) \left[f\left(x' + \frac{P_j}{2}\right) + f\left(x' + \frac{3P_j}{2}\right) \right] \right\},$$

其中有两项与零级重合, 振幅加强。将零级与 ± 1 级合并在一起, 忽略二级以上的衍射项, 并略去 rect 函数和常数因子, 用 $\sin c\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{\pi}$ 代入, 我们得到

$$u'_j(x') = \left(1 + \frac{2}{\pi}\right) \left[f\left(x' + \frac{P_j}{2}\right) + f\left(x' - \frac{P_j}{2}\right) \right] + \frac{\pi}{2} \left[f\left(x' + \frac{3P_j}{2}\right) + f\left(x' - \frac{3P_j}{2}\right) \right].$$

(2) $i \neq j$, 对应的振幅为

$$u'_i(x') = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2P_j} \text{rect}\left(\frac{x' - mP_j - x_i}{L_i}\right) \left[f\left(x' - mP_j + \frac{P_j}{2}\right) \right. \\ \left. + f\left(x' - mP_j - \frac{P_j}{2}\right) \right] \sin c\left(\frac{m}{2}\right).$$

$$m=0, \frac{1}{2P_j} \text{rect}\left(\frac{x' - x_i}{L_i}\right) \left[f\left(x' + \frac{P_j}{2}\right) + f\left(x' - \frac{P_j}{2}\right) \right];$$

$$m = \pm 1, \frac{1}{2P_j} \sin c\left(\frac{1}{2}\right) \left\{ \text{rect}\left(\frac{x' - P_j - x_i}{L_i}\right) \left[f\left(x' - P_j + \frac{P_j}{2}\right) + f\left(x' - P_j - \frac{P_j}{2}\right) \right] \right. \\ \left. + \text{rect}\left(\frac{x' + P_j - x_i}{L_i}\right) \left[f\left(x' + P_j + \frac{P_j}{2}\right) + f\left(x' + P_j - \frac{P_j}{2}\right) \right] \right\}.$$

零级与 ± 1 级衍射像的距离仍为 P_j , 这是由光栅所决定的, 但零级的两条等高线距离为 P_i , $P_i \neq P_j$, 故 ± 1 级衍射像中没有与零级重合的项, 不能实现振幅加强, 因此, 对应 P_i 的等高线在强度上要比对应 P_j 的等高线弱一些。假如物面上这两条等高线的强度相等, 那么, 经过滤波后, 对应 P_j 的等高线的相对强度是 $\left(1 + \frac{2}{\pi}\right)^2$, 而对应 P_i 的等高线的相对强度是 1, 所以此时像面上应该看到一条亮的等高线(这条等高线实际上是双线)。

上面讨论的是光栅使得干涉条纹 $\left| \cos\left(\frac{\pi \xi P_j}{\lambda f}\right) \right|^2$ 的各极大值透过的情况。如果我们将光栅这样放置, 使得光栅的不透光部分与 $\left| \cos\left(\frac{\pi \xi P_j}{\lambda f}\right) \right|^2$ 的各极大值重合, 相当于把干涉条纹的亮纹都挡掉。这时光栅函数应表示为 $\text{rect}\left(\frac{\xi}{d_0}\right) \otimes \text{comb}\left(\frac{\xi}{2d_0}\right) \otimes \delta(\xi - d_0)$, 用类似上面的推导, 我们得到像面上的光振幅分布为

$$u'(x') = \sum_i \sum_m \frac{1}{2P_j} e^{-im\pi} \sin c\left(\frac{m}{2}\right) \text{rect}\left(\frac{x' - mP_j - x_i}{L_i}\right) \\ \times \left[f\left(x' - mP_j + \frac{P_j}{2}\right) + f\left(x' - mP_j - \frac{P_j}{2}\right) \right] + n''(x'). \quad (8')$$

与 (8) 式相比, 这里多了一个与 m 有关的位相因子。当 $m=0$ 时, 这一位相因子为 1, 而当 $m = \pm 1$, $\exp(\mp i\pi) = -1$, ± 1 级衍射项与零级位相相反, 所以重叠后会出现振幅减小。容易证明, 这种情况下, 与 P_j 对应的等高线的相对强度为 $\left(1 - \frac{2}{\pi}\right)^2$, 而与 P_i 对应的等高线的相对强度仍为 1, 故像面上应出现一条暗等高线。

等高线是双线结构, 这是因为我们把两张照片重叠在一起的缘故。这两条线在 x 方向

上错开了 P_j 的距离, 每条线本身又在 α 方向上有 L_j 的宽度。当 $L_j \geq P_j$ 时, 两条线部分重叠或是靠在一起, 这时像面上出现的实际上是宽度为 $L_j + P_j$ 的一条等高带。这虽然降低了等高线的精度, 但消除了双线的影响, 观察起来十分方便, 在要求不高的情况下是适用的。当 $L_j < P_j$ 时, 两条线分离开, 我们可以任取一条作为等高线并将它复合在与其对应的照片上。显然, 这时等高线的宽度只是 L_j , 要细锐一些。

L_j 的大小由地形决定。当地形陡峭时, 视差变化很快, L_j 就窄; 反过来, 地形平缓时, 视差变化慢, 光强变化也慢, L_j 就大。

三、实验研究

本实验主要是从原理上探索一种新的相干光学方法, 以及将它用在摄影测量中的可能性。因此, 实验中没有直接采用航空照片, 而用实验室模型的照片来代替。我们做了斜面和圆锥两种模型, 其大小尺寸如图 3 所示。对于这两种模型, 我们期望得到直线和圆环状的等高线。为了提高照片空间频率的高频分量, 使得照片的频谱分布比较均匀, 以便取得较好的滤波效果, 我们在模型表面打上了许多随机分布的小黑点。



图 3 实验模型

Fig. 3 Models used in laboratory

为了降低对系统的要求, 实验采用如图 4 所示的光路, 在白光照明下对模型拍照, 把从两个不同角度看到的像同时记录在一张干板上, 从而得到两张照片的振幅透过率相加。图 4 中 R_1 、 R_2 、 R_3 是平面反射镜, P 是立方棱镜, L 是成像透镜。这种光路的优点在于排除了相干噪声的干扰, 我们可以在像面上清楚地观察两张照片的对准情况。(在有视差的情况下, 对准是对某一个参考平面而言的) 系统中各个光学元件都只是用来成像, 对它们的面形没有十分严格的要求。

按以上光路记录下来的干板, 经过处理后, 可以直接放在 $4f$ 系统的物面上, 而不需要加液门。而且干板在物面上不需要与光轴严格垂直, 微小的倾斜不影响谱面上的干涉条纹。

当然, 这种方法用在航空摄影上是不合适的, 因为这两张照片对应的基线很短, 对远方景物不能给出较大的视差, 这就限制了测量精度。不过, 在近景摄影测量中, 这种方法还是可行的。

在谱面上我们用一个小圆屏把中央亮点挡掉, 这个亮点对应着像面上一个均匀的背景光分布, 会影响等高线的对比度。

那些含有视差信息的光, 以各种不同频率的干涉条纹形式在谱面上混在一起。每一组

条纹的间距与视差的关系为

$$\Delta\xi \cdot P_i = \lambda f。$$

在实验中，我们用两个大口径($\phi=100\text{ mm}$)、长焦距($f=850\text{ mm}$)的傅里叶变换透镜组成 $4f$ 系统,以获得较大范围的频谱。用 $\lambda=6328\text{ \AA}$ 的氦氖激光器做光源,我们得到

$$\Delta\xi \cdot P_i = 6328 \times 10^{-7} \times 850 = 0.54(\text{mm}^2)。$$

用常数为 $\Delta\xi$ 的光栅进行滤波,就会在像面上得到与 P_i 相对应的等高线。实验中使用了两块不同频率的光栅进行滤波,一块常数为 1 mm ,另一块常数为 0.5 mm ,这两块光栅对应的视差分别是 0.54 mm 与 1.1 mm 。图 5 是滤波后像面上出现的等高线,(a)、(b)是常数为 1 mm 的光栅滤波时得到的斜面与圆锥的等高线,(c)、(d)是常数为 0.5 mm 的光栅给出的结果。两种情况下,等高线位于不同的位置,这证实了不同频率的光栅能够滤出不同的等高线。如果我们不断地改变光栅常数,就可以得到一系列等高线。

当光栅的透光狭缝正好与谱面上干涉亮条纹重合时,像面上等高线是一条亮线,如图 6(a)、(b)所示;当光栅的挡光部分正好挡住干涉亮纹时,像面上呈现一条暗等高线,如图 6(c)、(d)所示。如果在 x 方向连续移动光栅,则背景光强不会发生变化,而等高线就会出现明暗交替的变化,如同在闪烁一样。这在等高线对比度较差的情况下,有

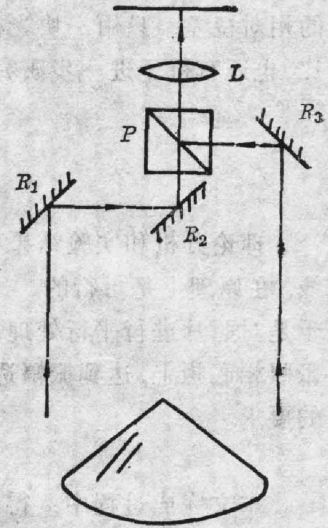


图 4 实验照相装置简图
Fig. 4 Setup of photographing in experiment

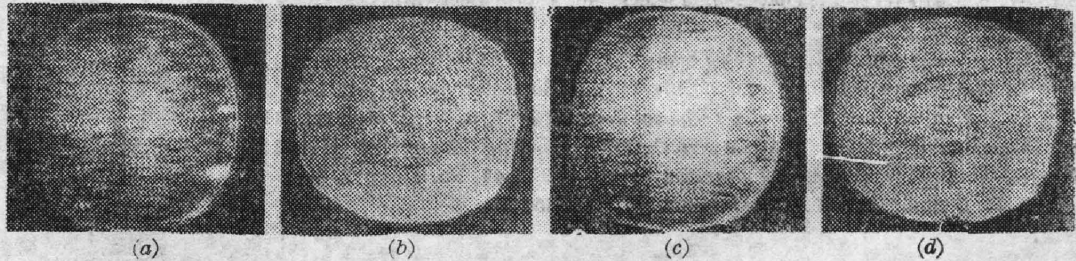


图 5 像面上出现的等高线

Fig. 5 Contours in the image plane

(a), (b) Grating spacing is 1 mm , (c), (d) Grating spacing is 0.5 mm

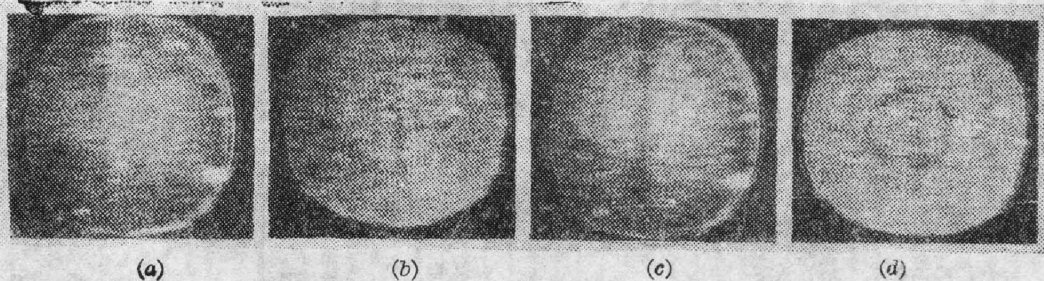


图 6 亮暗不同的等高线

Fig. 6 Bright and dark contours

(a), (b) Bright contours; (c), (d) Dark contours

助于我们观察等高线。

若要将此方法投入实用,还要设法提高实际照片空间频率的高频分量,以便进行空间滤波。另外,若采用马赫-陈德尔干涉仪实现两照片的振幅叠加,就可以改变两张照片中各点的相对视差,只用一块光栅滤波,就可以得到多条等高线。如何进一步提高此方法的信噪比,也还有待于进一步研究。

四、结 论

理论分析和实验结果都表明,用本文提出的空间滤波方法处理立体像时,从而获得等高线,在原理上是可行的。这种方法所采用的光学系统比一般光学相关系统要简单得多。由于是对照片进行平行处理,因而具有快速的特点。两张立体照片可以非相干地叠加在同一张照相底板上,达到振幅透过率相加的目的,这降低了对系统中光学元件的面形和调整精度的要求。

本文完成过程中,得到中国科学院长春光学精密机械研究所卢振武、董玉芝、邹振书等同志大力帮助,在此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] D. Casasent; *«Optical Data Processing»*, (Springer, New York, 1978), Chap. 5.
- [2] G. L. Hobrough; *Photogrammetric Eng.*, 1959, 25, No. 5 (May), 763.
- [3] W. E. Chapelle *et al.*; *Opt. Eng.*, 1969, 7, No. 5 (Sep-Oct), 137.
- [4] 王之卓; *«摄影测量原理»*, (测绘出版社, 1979), 249.
- [5] S. J. Krulikowski *et al.*; *Bendix Technical Journal*, 1968, 1, No. 2 (Summer), 50.
- [6] A. Wertheimer; Ph. D. Thesis, (University of Rochester, 1974).
- [7] S. J. Krulikowski *et al.*; *Bendix Technical Journal*, 1972, 5, No. 1 (Spring), 11.
- [8] F. Betz; *«Proceedings International Optical Computing Conference»*, 1975, 163.
- [9] A. Wertheimer *et al.*; *Photogrammetric Eng.*, 1974, 40, No. 4 (Apr), 467.
- [10] J. B. Benton; *«SPIE Proceedings»*, 1974, Vol. 45, 287.

Contour generation using spatial filtering

LI YINGQUAN

(Department of Optical Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan)

GU QUWU

(Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

(Received 20 May 1985)

Abstract

A coherent optical method for generating contours from stereophotographs by using a grating as a spatial filter is proposed. The relationship between parallax and light amplitude distribution in the spectrum plane, the effect of spatial filtering and the final light amplitude distribution in the image plane are analysed theoretically. The superposition of the amplitude transmittances of the stereophotographs in the object plane of a $4f$ system, when illuminated with a beam of coherent light, will result in numerous sets of straight interference fringes in the spectrum plane, with each set corresponding to a set of points with the same parallax, i. e., a contour line. When a grating is used to provide spatial filtering, only one set of fringes is allowed to transmit through the grating, while others are blocked off. Then a contour will appear in the image plane of the system. Different grating spacings correspond to different contour positions and a change in the position of the grating will lead to bright or dark contours. Straight and circular contours are obtained by using two experimental models, a slope and a conic. Experimental results with contours in different positions and having different values of brightness are given in the paper. Because it is unnecessary to measure parallax point by point, the method has the advantage of quickness. In our experiment, two stereophotographs are superposed on one photosensitive plate incoherently to achieve amplitude addition so as to reduce the requirement on the system.