

关于波带片的透光性对焦面 光强分布的影响的分析

程维明 马长明
(上海机械学院)

庄松林
(上海光学仪器研究所)

提 要

菲涅耳波带片遮光部分的透光性能对于其焦面上的光强分布有影响。本文给出了计算焦面光强分布的公式并计算了在不同遮光带数 N 、透射系数 A 以及相位 ϕ 条件下的焦面光强分布情况。

波带片(又称菲涅耳透镜)是一种特殊的光阑,它能遮去偶数序或奇数序的半波带之一而通过另一序的半波带。奇(或偶)数序半波带各自发出的次波在焦点处的相位相同,而奇数序之一的半波带与偶数序之任一的半波带所发出的次波在焦点处的相位相反。波带片的作用就是使同相位的诸次波在焦点处进行振幅迭加,从而在焦点上获得较大的光强。而在焦点附近由于所迭加的诸次波相位不同,光强值较小。

平面入射波在如图1所示的一维波带片的焦面上会聚成一条细而明亮的直线。利用它可以在大规模集成电路的制作和大型精密设备的安装等特殊要求中进行高精度的定位。

波带片的振幅透过函数可以表示为

$$T = \begin{cases} 1 & \text{透光部分,} \\ Ae^{i\phi} & \text{遮光部分,} \end{cases} \quad (1)$$

式中 A 及 ϕ 分别是振幅透过系数的相位延迟因子。波带片焦面的光强分布与 A 及 ϕ 的大小有关。

波带片的衍射可以看作菲涅耳衍射,满足菲涅耳衍射公式:

$$U(x, y) = \frac{e^{ikS_0}}{i\lambda S_0} \iint_{\Sigma} g(\alpha, \beta) e^{i \frac{k}{2S_0} [(\alpha-x)^2 + (\beta-y)^2]} d\alpha d\beta, \quad (2)$$

公式中各符号的含义见图2,其中 (α, β) 平面是孔径平面即波带片所在的平面, (x, y) 平面是观察平面即焦面, $g(\alpha, \beta)$ 是孔径函数即孔径平面上的复振幅分布函数, $U(x, y)$ 是观察平面上的复振幅分布函数, k 为波数, S_0 是孔径平面到观察平面的距离即波带片的焦距 f 。

设波带片的遮光部分共有 $2N$ 条,波带片的中心到各个半波带的边缘的距离 r_j 满足

$$r_j = \pm \sqrt{|j|\lambda f}, \quad (3)$$

其中 $j = -2N, -2N+1, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, 2N-1, 2N$ 。 λ 为波长, f 为波带片的焦距。当 $j > 0$ 时,根号前取正号; $j < 0$ 时,根号前取负号。

在平行相干光照明下,考虑一维情况并遮去偶数序的半波带,由(1)及(2)式,得

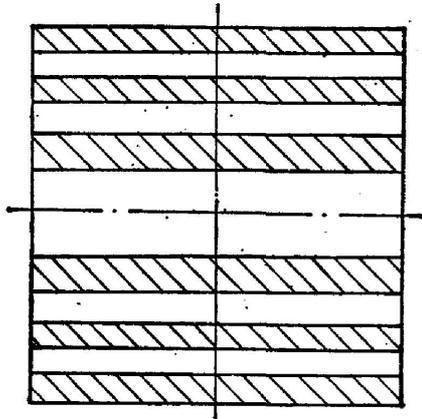


图1 波带片

Fig. 1 The Fresnel zone plate

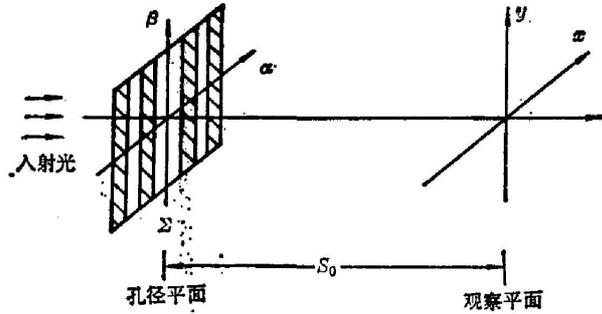


图2 菲涅耳衍射

Fig. 2 Schematic of Fresnel diffraction

$$\begin{aligned}
 U(x) &= \int g(\alpha) e^{i \frac{k}{2f} (\alpha-x)^2} d\alpha \\
 &= \sum_{j=0}^{N-1} \left[\int_{r_{2j}}^{r_{2j+1}} e^{i \frac{k}{2f} (\alpha-x)^2} d\alpha + \int_{r_{2j+1}}^{r_{2j+2}} A e^{i\phi} \cdot e^{i \frac{k}{2f} (\alpha+x)^2} d\alpha \right] \\
 &\quad + \sum_{j=-N+1}^0 \left[\int_{r_{2j+1}}^{r_{2j+2}} e^{i \frac{k}{2f} (\alpha-x)^2} d\alpha + \int_{r_{2j+2}}^{r_{2j+1}} A e^{i\phi} \cdot e^{i \frac{k}{2f} (\alpha-x)^2} d\alpha \right], \tag{4}
 \end{aligned}$$

式中已略去常数因子。为简单起见，设 $\lambda f=1$ ，并设 A, ϕ 均为常数。令 $\alpha \pm x = \frac{t}{\sqrt{2}}$ ，则(4)式可写成：

$$U(x) = (C_1 + A \cdot \cos \phi \cdot C_2 - A \cdot \sin \phi \cdot S_2) + i(S_1 + A \cdot \cos \phi \cdot S_2 + A \cdot \sin \phi \cdot C_2), \tag{5}$$

其中：

$$\begin{cases}
 C_1 = \sum_{j=0}^{N-1} \{ O[\sqrt{2}(\sqrt{2j+1}-x)] - O[\sqrt{2}(\sqrt{2j}-x)] \\
 \quad + O[\sqrt{2}(\sqrt{2j+1}+x)] - O[\sqrt{2}(\sqrt{2j}+x)] \}, \\
 C_2 = O[\sqrt{2}(\sqrt{2N}-x)] + O[\sqrt{2}(\sqrt{2N}+x)] - C, \\
 S_1 = \sum_{j=0}^{N-1} \{ S[\sqrt{2}(\sqrt{2j+1}-x)] - S[\sqrt{2}(\sqrt{2j}-x)] \\
 \quad + S[\sqrt{2}(\sqrt{2j+1}+x)] - S[\sqrt{2}(\sqrt{2j}+x)] \}, \\
 S_2 = S[\sqrt{2}(\sqrt{2N}-x)] + S[\sqrt{2}(\sqrt{2N}+x)] - S_1,
 \end{cases} \tag{6}$$

而菲涅耳积分

$$\begin{cases}
 O(z) = \int_0^z \cos \frac{\pi t^2}{2} dt, \\
 S(z) = \int_0^z \sin \frac{\pi t^2}{2} dt.
 \end{cases} \tag{7}$$

根据(5)式得焦面上的光强分布为

$$\begin{aligned}
 I(x) &= U \cdot U^* \\
 &= C_1^2 + S_1^2 + A^2(C_2^2 + S_2^2) + 2A \cdot \cos \phi \cdot (C_1 C_2 + S_1 S_2) + 2A \cdot \sin \phi \cdot (C_2 S_1 - C_1 S_2). \tag{8}
 \end{aligned}$$

典型的波带片焦面上的光强分布如图3所示。影响定位精度的主要因素是第一副峰的

大小及位置,所以定义两个与定位精度有关的评价指标,即 a) 第一副峰与主峰的强度之比 S , 通常称为副主比; b) 第一副峰与主峰之间的距离 d 。显然, S 越小, d 越大, 则定位精度越高。

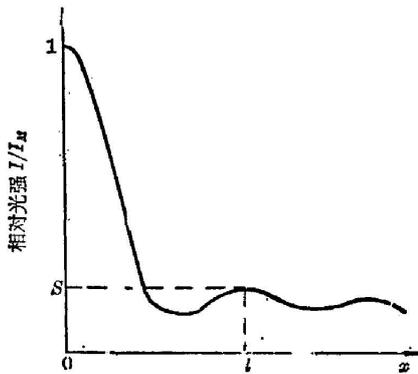
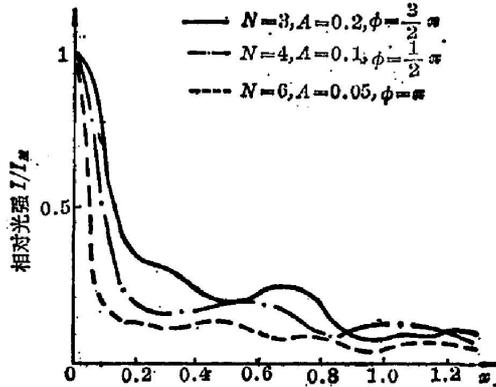
图 3 S 与 d 的定义Fig. 3 Definitions of S and d 

图 4 光强分布曲线

Fig. 4 Curves of intensity distribution

由(8)式可以得到在不同的 N 、 A 、 ϕ 值时,波带片焦面的光强分布。图 4 给出了计算得到的三条分布曲线。引起光强分布比较复杂的主要因素是相位延迟因子 ϕ 。图 5(a)~(d) 给出了 S 随 N 、 A 、 ϕ 变化的曲线。图中用虚线画出了当 $A=0$ 时对应不同的 N 值的副主比 S 的大小,以作比较。每幅图中虚线从上至下依次对应 $N=3, 4, 5, 6$ 。

第一副峰至主峰的距离 d 与 N 的关系见表 1。

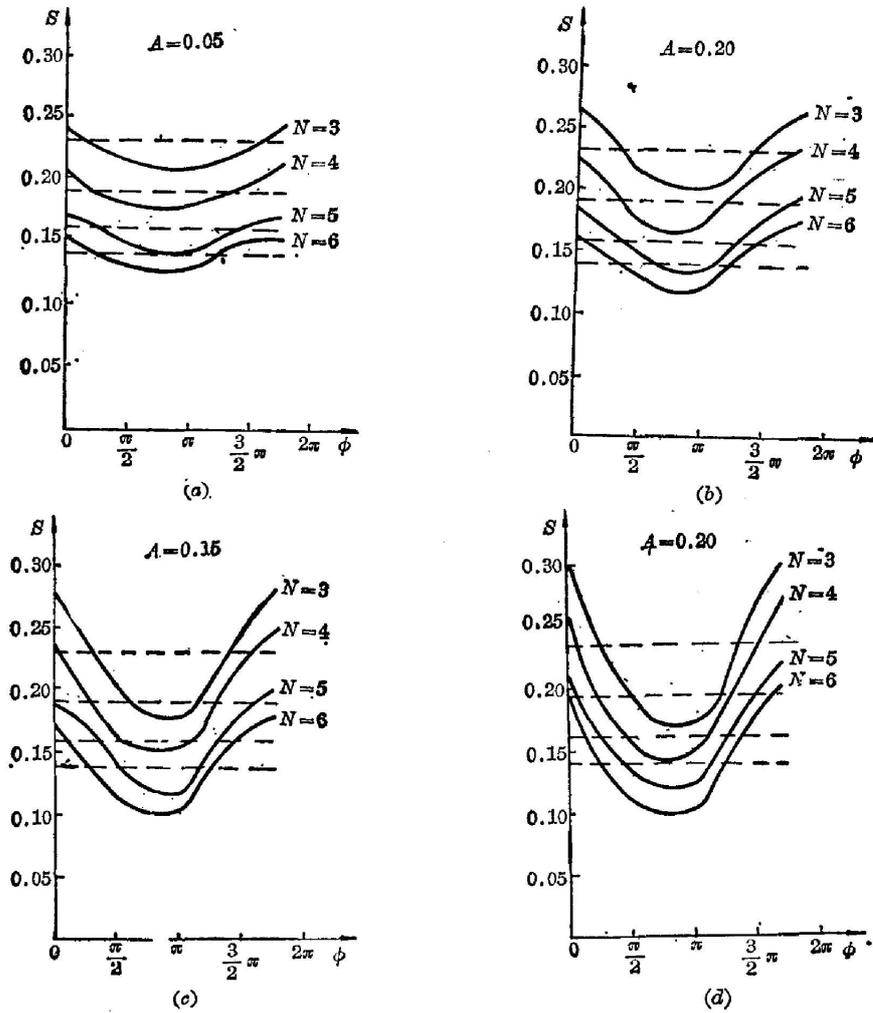
表 1 d 与 N 的关系Table 1 Relationship between d and N

N	3	4	5	6
d	0.7	0.6	0.5	0.5

从图 5 可以看到,在固定的 A 、 ϕ 下, N 越大,则 S 越小。这是很显然的,波带片所包含的半波带数增多,则能量向主峰集中,使副主比下降,有利于定位精度的提高。在固定的 A 、 N 下, S 随 ϕ 波动,在 $\phi=0$ 和 $\phi=2\pi$ 附近达极大值,在 $\phi=\pi$ 附近为极小值,其平均值等于对应的 $A=0$ 时的值。 A 越大,波动的幅度越大。这是因为 A 影响了焦面上的复振幅分布,在 $\phi=0$ 和 $\phi=2\pi$ 附近,遮光部分的透射系数 A 所造成的效果与完全透光部分所造成的效果在焦面上的 $x=0$ 处是反相的,结果使主峰含有的能量减少,副主比上升;而在 $\phi=\pi$ 附近,两者的效果在 $x=0$ 处是同相的,结果使主峰含有的能量增加,副主比下降。且 A 的数值越大,所产生的效果就越强烈,因而副主比 S 的波动就越大。

第一副峰至主峰的距离 d 对于 A 、 ϕ 的变化极不敏感。对于 N 的变化,反应也比较迟钝,对定位精度影响不大。

综上所述,可以看到,当 $A \neq 0$ 时,所引起的光强分布变化对定位精度有一定的影响。提高定位精度的途径是降低副主比,方法之一是增加条数 N 来得到较低的副主比。从图 5 可

图5 S 与 N 、 A 、 ϕ 之间的关系Fig. 5 Relationships between S and N , A , ϕ

以得到另一个可行的方法, 即把相位延迟因子 ϕ 控制在 $(\pi/2) \sim (3\pi/2)$ 的范围内。这样, 当 $A \neq 0$ 时, 副主比 S 值小于 $A=0$ 时的值, 这是提高波带片定位精度的积极有效办法。

参 考 文 献

- [1] 庄松林, 钱振邦;《光学传递函数》, (机械工业出版社, 北京, 1981年), 90~93。
- [2] J. W. 顾德门;《傅里叶光学导论》, (科学出版社, 北京 1976年), 80~84。
- [3] 梁铨廷;《物理光学》, (机械工业出版社, 北京, 1980年), 112~114。

A study on diffraction intensity distribution through a zone plane

CHENG WEIMING AND MA CHANGMING

(Shanghai Institute of Mechanical Engineering)

ZHUANG SONGLIN

(Shanghai Institute of Optical Instruments)

(Received 8 January 1985; revised 22 May 1985)

Abstract

The diffraction intensity distribution, which is related to the number of side lobes, amplitude and phase transmittance of a zone plane, is studied in detail. The optimum parameters of the zone plane for obtaining very sharp focal line are given in this paper.