

用 π 相位滤波实现图象对比度 反转条件的分析

康 辉 李正明 李宝伦* 孙跃进*
(南开大学物理系)

提 要

本文对用 π 相位滤波实现图象对比度反转的方法进行了理论分析和讨论。给出了通过在频谱面上对零频赋予 $e^{i\pi}$ 相位因子, 输出面可得到与物对比度相反的图象的条件, 并用实验加以验证。从而为光学信息处理中使用 π 相位滤波提供了理论依据。

一、引 言

近年来, 光学信息处理中的图象假彩色编码是人们最感兴趣的课题之一。通过研究, 人们已经找到了实现密度假彩色编码的各种不同方法, 例如, 正负片编码法^[1], 载频法^[2], π 相位滤波法^[3], 半色调屏编码法, 光栅调制过曝光漂白法, 乳胶光致二向色性法, 全息法等。其中前三种方法都是通过对两个对比度相反的象(又称正负象)分别赋予不同颜色而实现密度假彩色编码的。但由于前两种方法是利用胶片特性得到正负象, 因而不能实时操作。第三种方法是在频谱面上加 π 相位滤波器从而能实时获得正负象, 所以在光学信息处理中被广为利用^[3~6], 并公认它不损失分辨率。然而, 究竟该方法对各种图象能否都获得对比度反转象, 反转象的对比度有无变化以及分辨率有无降低等一系列问题, 至今未见有专文报道。本文试图从分析正负象的空域和频域特性入手, 找到正负象频谱的关系, 并以光栅为例, 导出利用该法实现对比度反转的条件, 即它是与物的结构特性有关的。文中还给出了反转象的对比度随物的结构参量的变化规律。最后用实验加以验证, 从而给人们提供了利用该方法的理论依据。

二、理论分析

1. 对比度相反象的空域和频域特性

(1) 空域特性 图象对比度(又称调制度)是描写图象空域特性的, 通常表示为(见图 1):

$$M = \frac{I_x - I_b}{I_x + I_b} = \frac{\Delta I}{2I_0} \quad (1)$$

收稿日期: 1983年11月10日; 收到修改稿日期: 1984年1月16日

* 南开大学分校物理系学生。

对一般的图象,通常是不同的区域有不同的对比度,且获得对比度反转象的方法也不同。如何描写两个对比度相反象的关系,并没有统一的和现成的表示式。这里我们要给出的一种描述正负象关系的简单表示式,适用于本文所讨论的方法。设 $I_1(x), I_2(x)$ 分别表示正负象的强度分布, $f_1(x), f_2(x)$ 分别为正负象的振幅分布,则有:

$$\left. \begin{aligned} A_1 f_1(x) + A_2 f_2(x) &= C, \\ A_1 [df_1(x)/dx] &= -A_2 [df_2(x)/dx], \\ A_1 [df_2(x)/dx] &= -A_2 [df_1(x)/dx], \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

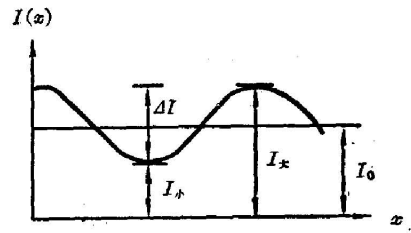


图 1

其中 $f_1 = +\sqrt{I_1}, f_2 = +\sqrt{I_2}, A_1, A_2$ 和 C 均为正常量。由(2)式可知,在空域中,正负象函数按一定比例叠加可得一常量,两函数随 x 的变化规律是,一个斜率为正,另一个斜率必为负。对于某一 x 值,一个为极大值,另一个必为极小值。这就是正负象在空域中的特性。

(2) 频域特性 为了使讨论更具有一般性(例如在物面加 π 相位板使物振幅为负值),所以现在将(2)式写为

$$a_1 f_1(x) + a_2 f_2(x) = c, \quad (3)$$

式中系数 a_1, a_2 和 c 均为非零实数, $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 现在可取光强的正负平方根值。上式的傅里叶变换为

$$a_1 F_1(u) + a_2 F_2(u) = c\delta(u), \quad (4)$$

该式即为推广的巴卑涅原理*。由此分析出正负象的频谱特性。

(i) 当 $|a_1| = |a_2|$ 时,两图象的振幅变化量 $\Delta f = |f|_x - |f|_b$ 相同。这是一种最简单的情况。此时(4)式可写为:

$$F_1(u) = c'\delta(u) - F_2(u), \quad \text{和} \quad F_1(u) = c'\delta(u) + F_2(u). \quad (5)$$

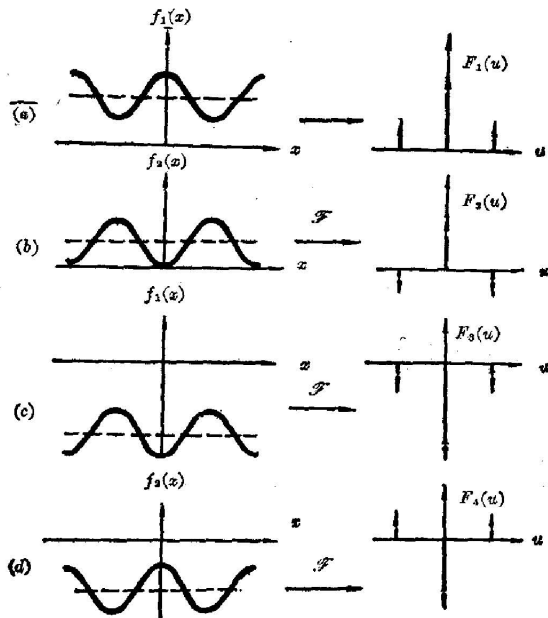


图 2

以上两式分别表示 a_1, a_2 同号和反号时两象的频谱关系。可知,当两图象的直流分量符号相同时,交流分量必然反号且数值相等;反之,当两图象的直流分量反号时,交流分量必然相同。所以当正负象的 Δf 相同时,其频谱关系是,除零频外,功率谱是相同的。当 $|F_1(0)| = |F_2(0)| = |c'|/2$ 时,两图象的功率谱则完全相同 ($|F_1(u)|^2 = |F_2(u)|^2$)。图 2 表示 $|a_1| = |a_2|$ 时正负象(正弦光栅)的振幅分布和相应的频谱。图 2(a), (b) 和 (c), (d) 都表示对比度相反的两正弦光栅的直流分量相同,交流分量相反的情形;图(a), (d) 和 (b), (c) 则表示直流分量相反,交流分量相同的情形;图(a), (d) 是功率谱完全相同的情形。

* 巴卑涅原理: 互补开孔衍射象的强度分布(除了光源象附近以外)是相同的。

(ii) $|a_1| \neq |a_2|$ 时, 由于正负象的振幅变化量 $\Delta f_1 \neq \Delta f_2$, 所以由(4)式可知, 两图象的频谱和功率谱都不相同, 但是两图象所包含的频谱成分是一样的。

综上所述, 正负象的频谱特点是, 它们所包含的频谱成分相同, 但频谱分量的符号和比例大小一般不相同, 即功率谱不同(功率谱相同只是某种特殊情况)。频谱成分相同是各种滤波方法获得对比度相反象的共同依据; 而频谱分量的比例不同, 则是 π 相位滤波出现种种情况的根源。

2. 用 π 相位滤波实现图象对比度反转的条件

用 π 相位滤波实现图象对比度反转的条件, 可分为方法与实验条件二方面。

为简便起见, 我们以矩形光栅为例。设 $f(x)$ 为矩形(二进制)光栅的振幅透过率, 则

$$f(x) = \frac{ab}{p} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2b}{n\pi} \sin n\pi \frac{a}{p} \cos 2\pi n u_0 x, \quad (6)$$

式中, a 为光栅亮条宽度, b 为亮条的幅值, p 为光栅的空间周期, u_0 为光栅的空间频率。 $f(x)$ 的谱为:

$$F(u) = \frac{ab}{p} \delta(u) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{n\pi} \sin n\pi \frac{a}{p} [\delta(u - nu_0) + \delta(u + nu_0)], \quad (7)$$

通过 π 相位滤波器 $H(u)$ 以后为

$$G(u) = F(u) H(u), \quad (8)$$

其中

$$H(u) = \begin{cases} -1 & (u=0) \\ 1 & (u \neq 0) \end{cases} \quad \text{或} \quad H(u) = \begin{cases} 1 & (u=0) \\ -1 & (u \neq 0) \end{cases}. \quad (9)$$

当上式取前者时, $G(u)$ 经傅里叶逆变换得象函数

$$g(x) = -\frac{ab}{p} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2b}{n\pi} \sin n\pi \frac{a}{p} \cos 2\pi n u_0 x, \quad (10)$$

物函数和象函数的强度分布分别为:

$$I_1(x) = \left(\frac{ab}{p}\right)^2 + \frac{4ab^2}{\pi p} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin n\pi \frac{a}{p} \cos 2\pi n u_0 x + \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2b}{n\pi} \sin n\pi \frac{a}{p} \cos 2\pi n u_0 x \right]^2, \quad (11)$$

$$I_2(x) = \left(\frac{ab}{p}\right)^2 - \frac{4ab^2}{\pi p} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin n\pi \frac{a}{p} \cos 2\pi n u_0 x + \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2b}{n\pi} \sin n\pi \frac{a}{p} \cos 2\pi n u_0 x \right]^2. \quad (12)$$

由上两式不易直接看出物和象是否对比度相反, 只有通过计算并绘出 $I(x) \sim x$ 曲线便一目了然。这是相当麻烦的事。图解法既简单形象又直观, 所以下面采用图解法讨论矩形光栅在其结构参量 a/p 不同会出现的各种情况。

(1) $p/2 < a < p$, 即宽亮条, 窄暗条, 如图 3 所示。其中图(a)、(b)、(c)分别与上面的解析式(6)、(10)、(12)相对应。图中的 f_0 是物体的直流分量, 它与(6)式中的直流项相对应, 即 $f_0 = \frac{ab}{p}$ 。图中以虚线为基准的方波曲线是(6)式中 \sum 号内诸交流项合成的振幅, 振幅的变化量 $\Delta f = b$ 。若令 \bar{f} 为物最大振幅和最小振幅的平均值, 则有 $\bar{f} = \frac{f_{*} + f_{\#}}{2} = \frac{\Delta f}{2} + f_{\#} = \frac{b}{2}$, 这里 $f_{\#} = 0$ 。由图可知, 物和象是对比度反转的, 但象的对比度 M' 较原物对比度 M 有所降

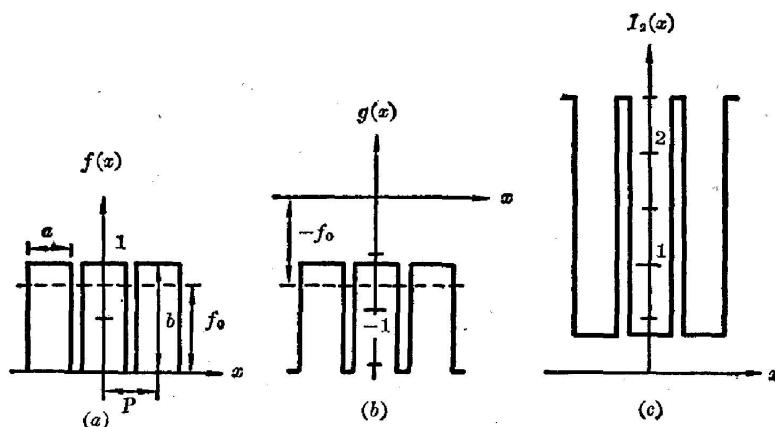


图 3

低。借助图的关系可推导出 M' 的表示式

$$M' = \frac{|1 - (p/2a - 1)^2|}{1 + (p/2a - 1)^2} = \frac{1 - (\bar{f}/f_0 - 1)^2}{1 + (\bar{f}/f_0 - 1)^2} \quad (13)$$

由该式可计算出, 当 a 在 $p/2 \sim p$ 之间变化时, 比值 f_0/\bar{f} 在 $1 \sim 2$ 之间变化, 反转象的对比度在 $1 \sim 0.6$ 之间变化。这是直流量相对比值较大的情况。实际上, 在这种情况下, 不用 π 相位滤波器而用直流衰减或阻挡^[7]滤波器, 也能获得对比度反转象。

(2) $a = p/2$, 亮条和暗条等宽, 如图 4 所示。在该种情况下, $f_0/\bar{f} = 1$, 象不仅是反转的, 而且其对比度与物相同, 即 $M' = M = 1$ 。这是应用 π 相位滤波法最理想的情况。

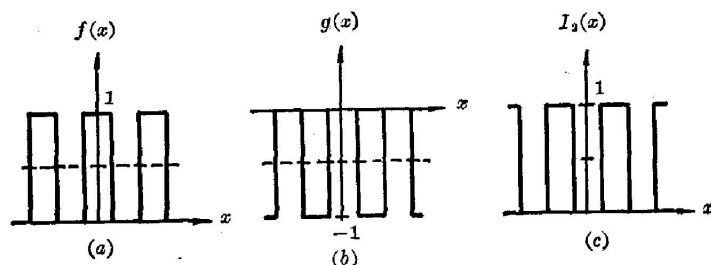


图 4

(3) $0 < a < p/2$, 窄亮条, 宽暗条。此时可根据 f_0/\bar{f} 的大小分三种情况

(i) $1/2 < f_0/\bar{f} < 1$, 对应用 $p/4 < a < p/2$ 。由图 5 知, 仍可得反转象, 但对比度降低, 即 $0 < M' < 1$ 。

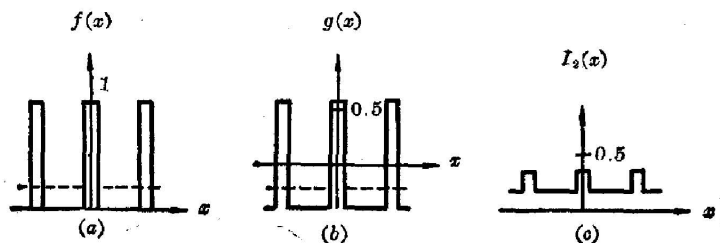


图 5

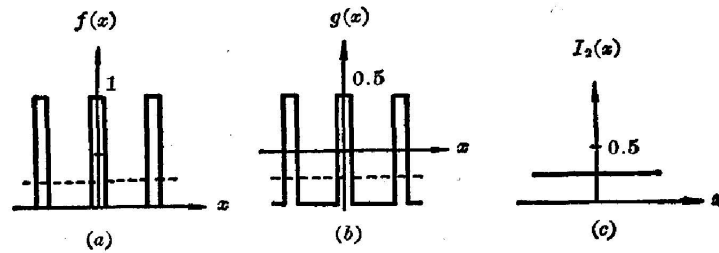


图 6

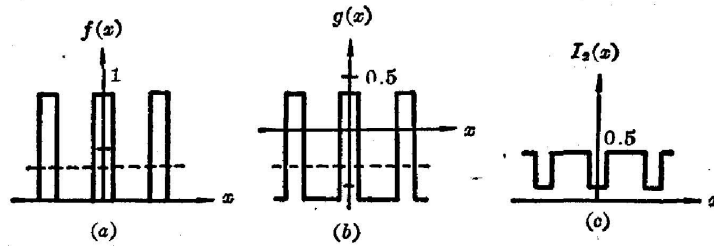


图 7

(ii) $f_0/\bar{f}=1/2$, 对应于 $a=p/4$, 见图 6, 此时不能获得有结构的象, 当然也就谈不上对比度反转了。

(iii) $0 < f_0/\bar{f} < 1/2$, 对应于 $0 < a < p/4$ 。由图 7 知, 图象对比度已不能发生反转, 而且 M' 也降低了。由计算知, M' 在 $1 \sim 0$ 之间变化。

上面讨论的各种情况均包含在公式(13)中, 现将光栅结构参量 p/a 取不同值时所求得的 M' 值列于表 1。由表 1 数据画出的 $M' \sim p/a$ 曲线示于图 8 中。

表 1

p/a	1.5	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
M'	0.89	1.0	0.57	0	0.38	0.60	0.73	0.80	0.85	0.88	0.95

由以上的分析和讨论可以得出:

(1) 利用 π 相位滤波实现图象对比度反转, 实质上是属于振幅线性变换的情况。它通过在物的直流分量和交流分量之间引进 π 相位因子(即改变直流分量或交流分量的符号而不改变其大小)后, 使其重新组合而得象函数的复振幅分布。但由于物结构特性(频谱特性为直流分量和交流分量的比例, 空域特性为振幅比值 f_0/\bar{f} 或光强对比度)的不同, 其合成结果很不相同, 致使在某些情况下所得象函数与物函数的分布不再满足方程式(2)。这就是这种方程受物结构特性限制的原因所在。

(2) f_0 的相对比例越大或 M 越小的物, 使用该法所受限制越小。所以用胶片记录的的非二进矩形光栅, 因其 $M < 1$ 而相对地比较容易发生反转。设 t 为光栅的振幅

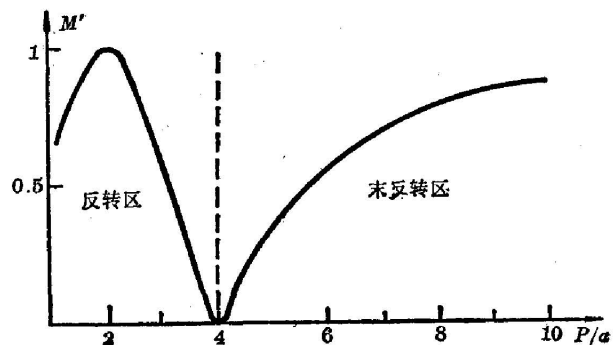


图 8

透过率,则其实现对比度反转的条件是:

$$\frac{4a}{p} > 1 - \frac{2t_s}{t_x - t_s} \quad \text{或} \quad \frac{f_0}{f} > \frac{1}{2}, \quad (14)$$

其中 $f_0 = (t_x - t_s) \frac{a}{p} + t_s$, $\bar{f} = \frac{t_x + t_s}{2}$ 。由上式可知,光栅 t_s 越大,振幅透过率变化量越小,越容易实现反转。象的对比度为

$$M' = \frac{2 |(\bar{f} - 2f_0)(t_x - t_s)|}{(2f_0 - t_x)^2 + (2f_0 - t_s)^2} = \frac{\left| 1 - \left[\frac{1}{\left(\frac{2a}{p} + \frac{t_s}{t_x - t_s} \right)} \right] - 1 \right|^2}{1 + \left[\frac{1}{\left(\frac{2a}{p} + \frac{t_s}{t_x - t_s} \right)} \right]^2}. \quad (15)$$

显然,(14),(15)式已包括了二进制相应的公式。若将图8中的横坐标的倒数 $\frac{a}{p}$ 换成 $\frac{a}{p} - \frac{t_s}{2(t_x - t_s)}$,则该图即表示一般矩形光栅经 π 相位滤波后,象的对比度随结构参数的变化关系。

对于一般物,因在不同区域有不同的对比度,故有不同的 \bar{f} 和 f_0 ,这里 f_0 应为:

$$f_0 = \frac{1}{\Delta x} \int_{\Delta x} f(x) dx. \quad (16)$$

因此,可以预知,根据 f_0/\bar{f} 的大小不同,一定也会出现上述讨论的各种情况。

(3) 如果从减少直流量来实现图象的对比度反转的观点看,则可以将直流衰减和阻挡以及 π 相位滤波三者统一起来。直流衰减滤波器相当于减掉部分直流量,阻挡滤波相当于减掉一半直流量,而 π 相位滤波则相当于减去 $2/3$ 直流量。以获得对比度反转象为目的,减掉直流量越多的方法,其适应性越强,受物结构特性的限制越小。显然,用光学手段实现减少直流量的诸方法中, π 相位滤波已是一种极限情况,所以与其它方法相比,是一种适应性较强的方法。

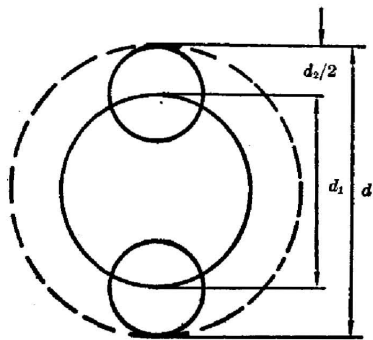


图 9

下面再简单讨论一下实验条件对实现对比度反转的影响。理论上,既然直流量被视为 δ 函数,那么 π 相位滤波器的尺寸也应做得无限小。实际上,由于衍射效应,物谱的直流量在频谱面具有一定大小。另外,由于实际照明光源不可能是理想点光源(尤其以白光光源为突出),所以实际点光源的几何象与爱里斑的卷积才是 π 相位滤波器所需的大小。如图9示, d_1 为点源几何象直径, d_2 为中心爱里斑直径,则 $d = d_1 + d_2$ 为滤波器直径。很明显,因物谱直流量的扩展,它和低频分量交迭。这样便使得部分低频分量也通过 π 相位滤波器,从而造成对滤波后的象的干扰,滤波器的尺寸越大,物的谱带越窄,这种干扰就越严重,甚至会导致对比度不能发生反转。

三、实验及结果

为验证上述理论分析,选用矩形光栅和栅网作为物进行实验。实验装置示于图10。图中, S 为 He-Ne 激光器, L 为 20 倍显微物镜, P 为针孔滤波器, $d_0 = 20 \mu\text{m}$, L_1 为准直物镜,

$f'_1=240\text{ mm}$, L_2 为变换物镜, $f'_2=300\text{ mm}$, P_1 , P_2 和 P_3 分别表示物面、滤波平面和象面。针孔几何象尺寸 $d_1=d_0f'_2/f'_1=25\ \mu\text{m}$, 中心爱里斑尺寸 $d_2=2.44\lambda f'_2/D=15\ \mu\text{m}$, π 相位滤波器的直径 $d=d_1+d_2=40\ \mu\text{m}$ 。所得实验结果示于图 11~14 中。图 11(a) 是

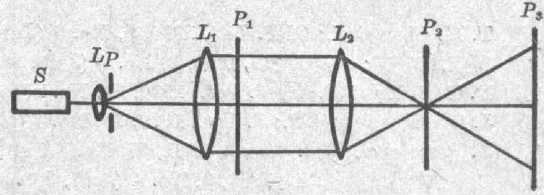


图 10

$a > \frac{p}{2}$ 的栅网, 图 11(b) 是它的反转象。图 12 的左方和右方分别为等距光栅 ($a=p/2$) 的正象和负象。图 13 表示 $a < p/2$ 的矩形栅网的实验结果, 图 13(a) 和 (b) 虽然仍是对比度反转的, 但图 13(b) 所示反转象的对比度已大大降低。图 14(a) 表示 $a < p/4$ 的矩形光栅, 图 14(b) 是它的象, 虽然经过 π 相位滤波, 但对比度并未发生反转。可见, 实验与理论分析完全一致。

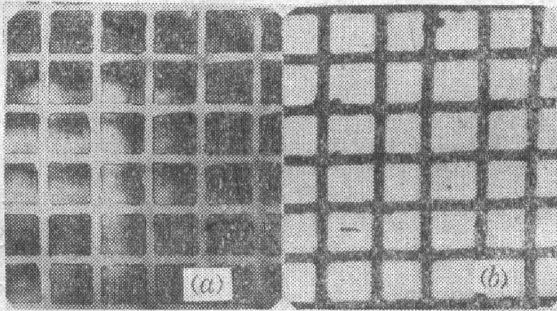


图 11

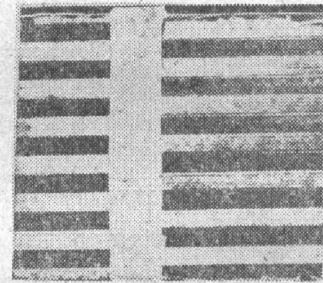


图 12

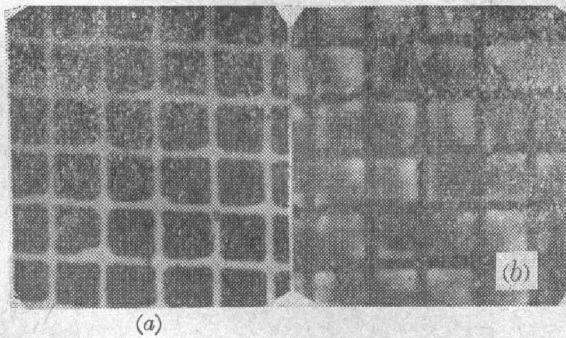


图 13

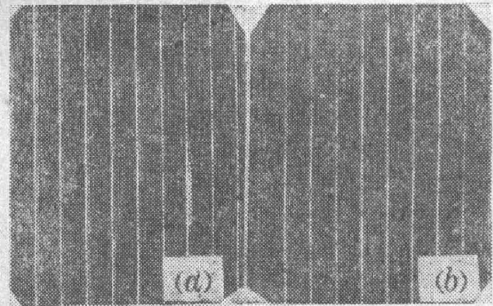


图 14

四、结 论

理论分析和实验表明, 利用 π 相位滤波实现图象对比度反转是有条件的。它取决于物的结构特性: 即频域中, 物的零频和非零频的比例大小; 空域中, 物的直流 f_0 与振幅变化量 Δf (或振幅 \bar{f}) 的比值, 或物的平均亮度及对比度的大小。对于 $f_0/\bar{f} > 1/2$ 的物能发生反转, 但象的对比度 (除 $f_0=\bar{f}$ 的情况外) 与物不同。对于 $f_0/\bar{f} \leq 1/2$ 的物, 则不能发生反转。其中, 当 f_0/\bar{f} 等于或接近 $1/2$ 时, 因 M' 低于可辨阈值而不能被分辨, 所以物的结构信息丢掉而损失了分辨率。

参 考 文 献

- [1] T. H. Chao *et al.*; *OPT. Lett.*, 1980, **5**, No. 6 (Jun), 230
- [2] 康辉, 李正明; 《光学学报》, 1983, **3**, No. 4 (Jul), 298.
- [3] F. T. S. Yu *et al.*; *Appl. Opt.*, 1980, **19**, No. 17 (Sep), 2986.
- [4] J. Santanmaria *et al.*; *J. Opt.*, 1979, **10**, No. 4 (May), 229.
- [5] J. Besco *et al.*; *Opt. Comm.*, 1981, **37**, No. 4 (Jul), 303.
- [6] 贺明霞等; 《光学学报》, 1983, **3**, No. 4 (Jul), 303.
- [7] A. K. Ghatak *et al.*; 《*Contemporary Optics*》, (Plenum Press, 1978), 206.

Condition analysis of image contrast reversal by using π phase filter

KANG HUI LI ZHENGMING LI BAOLUN AND SUN YUEJIN

(Department of Physics Nankai University)

(Received 10 November 1983; revised 16 January 1984)

Abstract

A method of image contrast reversal by using π phase filter is theoretically analysed. Conditions for forming contrast reversal image in output plane by means of addition of phase factor $e^{\pm i\pi}$ on zero frequency in frequency plane are discussed. Experimental results are given. This paper offers a theoretical base for using π phase filter in optical information processing.