第4卷 第9期
1984年9月
光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA
Vol. 4, No. 9
September, 1984

633 nm 氦氖激光的纵向塞曼拍频曲线及稳频的原理和实验

王 楚 沈伯弘 吴义芳
(北京大学)

沈乃澂 李泽芬 曹建平
(中国计量科学研究院)

提 要

本文给出了纵向塞曼激光拍频函数的解析表示式，并把它作为鉴频曲线进行 633 nm 氦氖激光的频率稳定。当激光稳定在拍频曲线极小值，频率稳定性达 $1\sim2\times10^{-10}$，频率再现性可达 2×10^{-9}。这种稳定激光器可在精密测量和光谱学实验中作为次级频率或波长标准使用。

一、引 言

633 nm 稳定氦氖激光器在干涉测量和许多精密实验中已得到广泛的应用。目前常用的有两种稳频方案：一种是将激光稳定到功率曲线的兰姆凹陷中心[1]，其频率稳定性为 $10^{-9}\sim10^{-10}$(取样时间在 1s 或 10s)，但复现性仅为 1×10^{-7}[2]，即使在一天使用时间内也很难保持频率再现性优于 $1\sim2\times10^{-8}$；另一种是双频激光器，它是用纵向磁场中分裂的左旋和右旋圆偏振光功率相等来实现稳频的[3]，其频率稳定性为 10^{-9} 量级，但再现性一般在 10^{-7} 量级。由于这两种稳定激光器的再现性较差，不能满足某些精密测量的更高要求。

碘饱和吸收稳定的氦氖激光器频率稳定性可达 6×10^{-12} (取样时间 10s)，复现性达 $\pm4\times10^{-11}$[4]，但由于结构比较复杂，价格较贵，环境条件要求很严，不便于在一般实验室中推广使用。

本文介绍的利用纵向塞曼效应的拍频曲线进行稳频的氦氖激光器，其频率稳定性优于 2×10^{-10}(取样时间 1s)和 1×10^{-10}(取样时间 10s)，再现性达 2×10^{-9}。它具有结构简单、操作方便、抗干扰能力强和价格便宜等优点。

早在 1964 年，Culshaw 和 Kanneland[5]分析了在磁场中的激光特性；此后，Sargent 和 Lamb[6]以及 Tomlinson 和 Fork[7]等人进行了塞曼激光器的理论和实验研究；1980 年，Hall 等人[8]利用纵向塞曼激光的频率牵引效应，通过检测两种圆偏振光的拍频，实现激光的频率稳定，频率稳定性达 10^{-10} 量级，复现性为 $\pm2\times10^{-9}$。

我们在上述研究的基础上，首先从理论上对频率牵引效应作了分析，给出了左旋和右旋圆偏振光拍频函数的近似解析式，然后介绍了我们的实验装置和伺服系统的原理，最后给出了实验结果以及与理论计算的比较。

收稿日期：1984年3月2日；收到修改稿日期：1984年5月7日

二、纵向塞曼激光拍频函数的近似解析式

根据兰姆的半经典理论,激光的振荡频率与无源腔的模频率不同,存在着牵引效应和推斥效应。前者与光强无关,后者与光强成正比。对于我们所用的氦氖激光而言,可以忽略推斥效应,因为激光的腔内功率较小。兰姆一阶理论在考虑牵引效应时的振荡频率公式为:

$$\omega_n=\Omega_n-(Ku)\cdot\sigma\int_0^{\frac{\omega_n-\omega_0}{Ku}}e^{x^2}\,dx, \tag{1}$$

式中 ω_n 是第 n 个模的振荡频率,ω_0 是原子谱线的中心频率,Ω_n 是相应的无源腔频率,$K=\frac{2\pi}{\lambda}$ 是波数,u 是原子热运动的最可几速率,$\sigma=0.94\,\Delta\nu_c/\Delta\nu_D$ 是腔的稳定因子,$\Delta\nu_c$ 是腔的线宽,$\Delta\nu_D$ 是多普勒线宽(全宽),σ 值主要取决于腔的品质因数,对小功率氦氖激光器而言,σ 的数值通常为千分之几的量级。

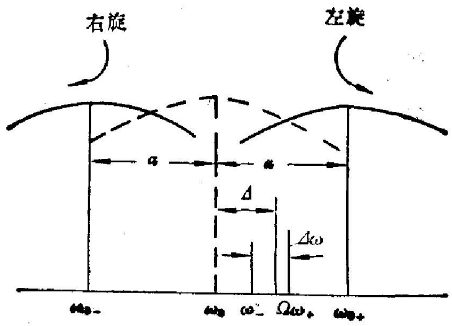

图 1　塞曼分裂和频率牵引示意图

Fig. 1　A graph of the Zeeman splitting and frequency pulling

在激光器轴向加均匀磁场后,谱线分裂为两条左旋和右旋圆偏振谱线,其中心频率分别为 ω_{0+} 和 ω_{0-},如图 1 所示。对任一腔频率 Ω,牵引后的振荡频率 ω_+ 和 ω_- 分布在 Ω 的两侧,而 ω_{0+} 和 ω_{0-} 分布在 ω_0 的两侧。塞曼裂距 $a=2\pi\frac{g\mu_B B}{h}$,式中 h 是普朗克常数,μ_B 是玻尔磁子,g 是朗德因子,B 是磁感应强度。(1)式适用于左旋和右旋圆偏振光,只要用 ω_{0+} 和 ω_{0-} 代替 ω_0,用 ω_{n+} 和 ω_{n-} 代替 ω_n 即可,为简单起见,可略去下标 n,写为

$$\omega_+=\Omega-(\sigma\cdot Ku)\int_0^{\frac{\omega_+-\omega_{0+}}{Ku}}e^{x^2}\,dx, \tag{2}$$

$$\omega_-=\Omega-(\sigma\cdot Ku)\int_0^{\frac{\omega_--\omega_{0-}}{Ku}}e^{x^2}\,dx, \tag{3}$$

令腔失谐量 $\Delta=\Omega-\omega_0$,$x=\omega_+-\omega_{0+}$,$y=\omega_--\omega_{0-}$。由图 1 可得 $x=-a+\Delta+\omega_+-\Omega$,$y=a+\Delta+\omega_--\Omega$。在磁场不太强,与中心频率的失谐不大时,条件 $|\omega_+-\omega_{0+}|\ll Ku$,$|\omega_--\omega_{0-}|\ll Ku$ 成立,将(2)和(3)式的被积函数作泰勒展开,取到一阶小量时有

$$x^3+p_1x+q_1=0, \tag{2a}$$

$$y^3+p_2y+q_2=0, \tag{3a}$$

式中

$$p_1=p_2=[3(Ku)^2(1+\sigma)]/\sigma,$$

$$q_1=-[3(Ku)^2(\Delta-a)]/\sigma,$$

$$q_2=-[3(Ku)^2(\Delta+\sigma)]/\sigma。$$

(2a)和(3a)两式的解为

$$x=\sqrt[3]{\left(-\frac{q_1}{2}\right)+\sqrt{\left(\frac{q_1}{2}\right)^2+\left(\frac{p_1}{3}\right)^3}}+\sqrt{\left(-\frac{q_1}{2}\right)-\sqrt{\left(\frac{q_1}{2}\right)^2+\left(\frac{p_1}{3}\right)^3}},$$

$$y=\sqrt[3]{\left(-\frac{q_2}{2}\right)^2+\sqrt{\left(\frac{q_2}{2}\right)^2+\left(\frac{p_2}{3}\right)^3}}+\sqrt{\left(-\frac{q_1}{2}\right)-\sqrt{\left(\frac{q_2}{2}\right)^2+\left(\frac{p_2}{3}\right)^3}}。$$

对于 633 nm 的氖线而言，$g=1.295$，塞曼裂距为 11.38 MHz/G。当 $B=100$ G，$a\approx 1138$ MHz，取 $Ku=5000$，$\sigma=10^{-3}$，由这些数值估算得 $q_1^2/p_1^3\ll 1$，$q_2^2/p_2^3\ll 1$，故可先对二次根式继而对三次根式作泰勒展开，忽略六阶及更高阶的小量后可得

$$\begin{aligned}\Delta\omega&=2a+(x-y)\\&=\frac{2a\sigma}{1+\sigma}\left[1+\frac{a^2}{3(Ku)^2(1+\sigma)^3}-\frac{203\sigma a^4}{576(Ku)^4(1+\sigma)^6}\right]\\&\quad+\left[\frac{2a\sigma}{(Ku)^2(1+\sigma)^4}-\frac{4060\sigma^2a^3}{576(Ku)^4(1+\sigma)^7}\right]\Delta^2-\frac{2030a\sigma^2}{576(Ku)^4(1+\sigma)^7}\Delta^4。\end{aligned}\tag{4}$$

(4)式中略去 Δ^4 项，再考虑到 Ku、a 和 σ 的数量级进一步简化后可得

$$\Delta\omega=\frac{2a\sigma}{(1+\sigma)}\left[1+\frac{a^2}{3(Ku)^2(1+\sigma)^3}\right]+\frac{2a\sigma}{(Ku)^2(1+\sigma)^4}\Delta^2。\tag{5}$$

令 $f=\frac{\Delta\omega}{2\pi}$ 和 $\delta=\frac{\Delta}{2\pi}$，则(5)式变为

$$f=f_{\min}+b\delta^2,\tag{6}$$

式中

$$f_{\min}=a\sigma\left[1+\frac{a^2}{3(Ku)^2(1+\sigma)^3}\right]\Big/\pi(1+\sigma),\tag{7}$$

$$b=4\pi a\sigma/(Ku)^2(1+\sigma)^4。\tag{8}$$

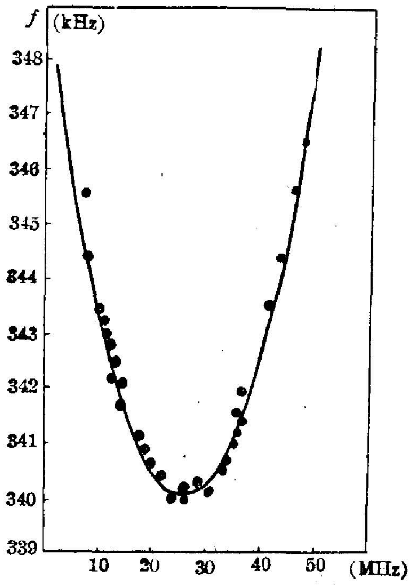

图2 实验测量的拍频曲线。纵坐标是塞曼激光分裂频率的拍频值，横坐标是塞曼激光的某一振荡频率与一台碘稳定氦氖激光频率(i分量)的差拍数值

Fig. 2 The beat frequency curve from experimental measurement. The vertical axis represents the beat frequency value of Zeeman laser splitting frequencies, and abscissa represents the different frequency value between one of the Zeeman laser oscillating frequency and the freqency (i component) of an iodine stabilized He-Ne laser

(6)～(8)式是拍频函数的近似解析式，由此可见，拍频值随失谐量的变化关系近似为抛物线。图2表示我们在实验中测量的拍频曲线，它的 $f_{\min}=340$ kHz，近似为一抛物线。图中横坐标表示塞曼激光的某一振荡频率与一台碘稳定氦氖激光频率(i分量)的差拍数值，由于后者是频率复现性达 10^{-11} 量级的标准频率，在测量中可视为固定的参考值，这个差拍值与(6)式中的 δ 并不相等，但其差值是恒定的，相当于在横坐标上作一固定平移，因此拍频曲线形式不变。

三、实验装置和稳频原理

我们研制的塞曼稳频激光器可分为三个部分：激光管、磁场和控制频率的稳频器。我们采用的是全内腔氦氖激光管，用零膨胀系数的圆柱形玻璃套管作为间隔器。一面镜子外侧具有凹槽，可以粘接压电陶瓷，以供加交流调制信号和直流偏压用。腔长约为 140 mm，毛细管的放电长度为 90 mm，氦氖总气压约为 2.7 Torr，混合比为 7:1，输出镜的透过率约为1%。磁场是

由矩形截面的环状永久磁铁提供的，激光管放在其中心轴线上，产生的磁感应强度 B 约为 70 G。B 的纵向不均匀性小于 20 G，横向的磁感应强度也小于 20 G。磁体两端的小孔中分别放置 1/4 波片和偏振片，如图 3 所示。

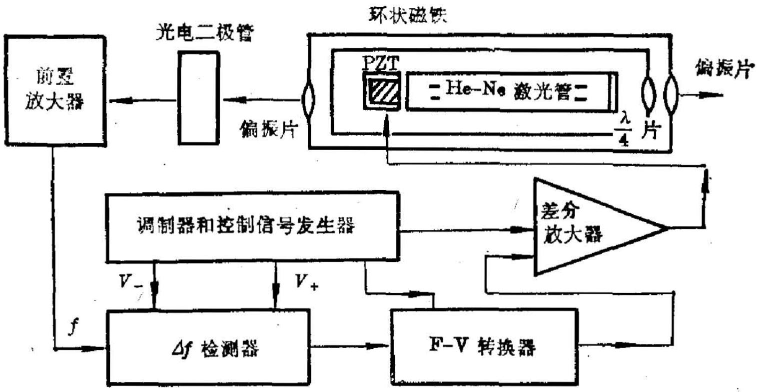

图 3　塞曼稳频激光器的装置方框图

Fig. 3　The schematic diagram of Zeeman stabilized He-Ne laser

下面简述利用上述拍频曲线实现频率稳定的原理。我们把拍频曲线的最小值 f_{min} 看作频率稳定的参考点，这一点所对应的激光频率是原子谱线的中心频率。在磁感应强度 B 发生变化时，f_{min} 的数值会相应地发生变化，但它所对应的激光频率仍然是无磁场时的中心频率。由此可见，它是一个很好的频率参考点。在激光频率调谐到中心频率附近时，(6)式可改写为

$$f=f_{min}+b(\nu-\nu_{lock})^2, \tag{6a}$$

式中 ν_{lock} 为假设的频率锁定点，在用对称矩形波调制腔长时，激光频率有一方波调制，因而拍频值 f 也会发生相应的变化，如图 4 所示。令 f_+ 和 f_- 分别为正负半调制周期内的拍频，仅在正负两半周期内的腔频对称于 ν_{lock} 时，f_+ 和 f_- 的差值 Δf 才等于零，否则 Δf 不为零。不难证明，Δf 与失谐量成正比，因而可用 Δf 作为反映光频 ν 偏离 ν_{lock} 的信号，此信号经频率-电压转换器得到与 Δf 成正比的电压信号。再经差分放大器放大后反馈到激光管的压电陶瓷上，使其伸缩以控制腔长，从而将激光频率锁定到 ν_{lock} 上。在锁定时，左旋和右旋光的锁定频率分别在 f_{min} 所对应的中心频率的两侧，它们的平均值恰好与中心频率相等，与其差值为 $f_{min}/2$。由此可见，虽然锁定时的激光振荡频率并不与中心频率严格相等，但却是非常接近的。

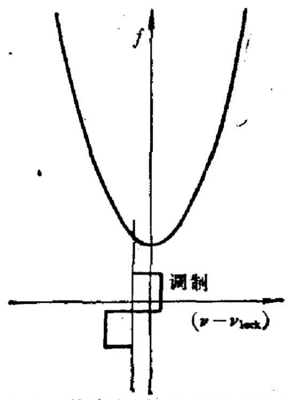

图 4　激光频率的方波调制

Fig. 4　The square wave modulation for laser frequency

激光器的弱输出光经过偏振片变成线偏振光后进入雪崩光电二极管，后者将检测到的拍频信号输入带宽为 1 MHz 的前置放大器，然后进入上述的频率-电压转换器。

稳频器是由上述拍频检测器、前置放大器、频率-电压转换器、差分放大器以及调制控制发生器组成的，其中拍频检测器为 16 bit 双时钟可逆计数器。在调制信号 V_D 正半周期中，

检测器处于"加法"工作状态，在 V_{Ω} 负半周期中，检测器处于"减法"工作状态。经过一个周期，计数器的读数应与 Δf 成正比。频率-电压转换器由寄存器和数模网络组成。调制和控制信号发生器由 10 kHz 晶体振荡器、11 bit 二进制分频器和若干逻辑门组成，由它产生所需的各种信号。

四、实验结果

1. 测试方法

激光器强输出光通过反射镜与一台碘稳定的氦氖激光器的光完全重合后进入光电倍增管，通过宽带放大后得到差拍信号。一路信号输到频谱分析仪观测，另一路输入数字频率计进行计数。频率计通过专用接口与一台专用计算机相连接，在实测过程中可以打印出两台激光器差拍的平均值和不同取样时间的阿仑方差值。

由于碘稳定激光的频率稳定性和复现性达 10^{-11} 量级，比塞曼稳频激光要高 1～2 个量级，在测量中可以不考虑前者的频率变化，两者的差拍变化实际上反映了塞曼稳频激光的频率变化。测量中我们将碘稳定激光锁定在 i 分量上，根据米定义咨询委员会最近的推荐值，其频率和波长值分别为 473612214.8 MHz 和 632991398.1 fm。

我们用两台稳频器控制同一台塞曼激光器进行测量，没有发现因更换稳频器而使差频值及阿仑方差产生变化。观测表明，把激光锁定在不同的纵模模式上，差频值和阿仑方差也没有可以觉察的变化。

2. 频率稳定性和再现性测量

表 1 取样时间为 1 s 的结果

Table 1 Results for sampling time of 1 s

激光器	测量组数	每组次数	σ 的平均值	与 i 分量的平均差值(MHz)	塞曼激光频率的最大相对误差
No. 1	82	40	9.2×10^{-11}	23.7940	1.5×10^{-9}
No. 2	53	40	7.6×10^{-11}	26.7198	1.4×10^{-9}
No. 3	15	40	9.5×10^{-11}	15.9673	1.0×10^{-9}

表 2 取样时间为 1 s 和 10 s 的阿仑方差*

Table 2 The Allan variance for 1 s and 10 s of the sampling time*

激光器	取样时间	测量组数	$\sigma(10^{-11})$	$\sigma_{max}(10^{-10})$	$\sigma_{min}(10^{-11})$
No. 1	1 s	40	9.2	1.9	3.1
	10 s		5.8	0.83	2.9
No. 2	1 s	40	7.6	1.2	5.0
	10 s		6.5	1.1	3.1
No. 3	1 s	40	9.5	1.5	7.0
	10 s		5.5	1.0	3.6

* 表中 σ 为阿仑方差的方均根值，σ_{max} 和 σ_{min} 为各组测量的 σ 中最大值和最小值。最大相对误差是测量的差拍值与平均值相差最大者的相对误差。

测量结果表明，塞曼稳定激光器的频率变化是令人满意的，1s 的阿仑方差 σ 优于 2×10^{-10}，10s 的 σ 优于 1×10^{-10}，比一般兰姆凹陷稳定激光器要好三倍以上。尤其感兴趣的是其频率再现性。我们在一天内的测量，或在一个月甚至更长的时间内的测量表明，频率再现性均优于 2×10^{-9}，比兰姆凹陷稳定激光器约高一个量级。

此外，我们还测量了激光的放电电流和调制振幅对塞曼稳定激光频率的影响。我们用 No. 1 激光管测量放电电流引起的频移量约为 −0.3 MHz/mA。用这支激光管还测量了调制宽度分别为 5, 10 和 22 MHz 时的频移。测量表明，精度在 1×10^{-10} 范围内没有观测到调制频移。

本文的理论计算部分是在郑乐民教授指导下进行的，在整个实验中得到张学斌、宋大地和吴耀祥同志的大力协助，金继善和邝建同志为实验安装了专用接口与计算机相连接，使实验可以及时自动打印数据，在此一并表示感谢。

参 考 文 献

[1] 计量院量子室激光组；《物理》，1976, **5**, 334.
[2] K. D. Mielenz *et al.*; *Appl. Opt.*, 1968, **7**, 289.
[3] 清华大学双频激光组；《物理》，1976, **5**, 80.
[4] 沈乃澂，王楚等；《计量学报》，1981, **2**, 140.
[5] W. Culshaw and J. Kanneland; *Phys. Rev.*, 1964, **A136**, 1209.
[6] M. Sargent, W. F. Lamb Jr., R. L. Fork; *Phys. Rev.*, 1967, **164**, 450.
[7] W. J. Tomlison and R. L. Fork; *Phys. Rev.*, 1967, **164**, 466.
[8] T. Baer, F. V. Kowalski and J. L. Hall; *Appl. Opt.*, 1980, **19**, 3173.
[9] 朱如曾，封开印编译；《激光物理》，(国防工业出版社，北京，1974 年)，292.

Longitudinal Zeeman beat frequency curve and principle and experiment for frequency stabilization of a 633 nm He-Ne laser

WANG CHU SHEN BOHONG AND WU YUFANG
(*Beijing University*)

SHEN NAICHENG LI ZEFEN AND CAO JIANPING
(*National Institute of Metrology, Beijing*)

(Received 2 March 1984; revised 7 May 1984)

Abstract

An analytical representation of the Zeeman laser beat frequency function is given. It is used as a frequency discrimination curve for frequency stabilization of a 633 nm He-Ne laser. When the laser is stabilized to the minimum of the beat frequency curve, frequency stability is about $1\sim2\times10^{-10}$, and the resettability is $1\sim2\times10^{-9}$. This stabilized laser can be used for precision measurement and spectroscopic experiment. It is also used as a second frequency or wavelength standard.