第4卷 第8期
1984年8月

光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA

Vol. 4, No. 8
August, 1984

用模糊概率法对光源发光强度稳定性优劣的可能性估计

李祚泳　　王元杰
(成都气象学院气象系)　(成都电讯工程学院)

提　要

本文基于模糊概率概念，给出了光源发光强度稳定性好或差的可能性的模糊概率估计结果。

一、模糊事件的随机性

在现实生活中时常要求我们回答“具有某种无确切性含义特性的可能性大小”问题。例如，在一批同类型的光源中，其发光强度稳定性“好”或“差”的“可能性究竟有多大”？显然，很难建立一个明确的标准来判断“稳定性好”究竟是好到什么水平？“稳定性差”又差到什么程度？但是，“稳定性好”和“稳定性差”是很有区别的两个概念，或者说是很不相同的两个事件。这两个事件之差的区别并没有一个截然划分的界限。这样的事件应该是样本空间 Ω 上的一个模糊子集，即它是模糊事件。“可能性是多少”？这又是一个概率问题。这样的问题的讨论已经超越了经典概率的范围。也就是说，在这样的问题中，除了“随机性”外，还渗透着“模糊性”。因此，在用随机性来处理这样性质的问题时，应该而且必须同时考虑模糊性。即把模糊概念和语言引入概率空间建立并发展一种不要求事件 A 和概念 P 必须有确切含义的概率统计是必然的。

二、原理和方法

1. 模糊概率概念[1,2]

定义 1：给定概率空间(Ω、Q、P)，其中 Q 是 Ω 的一个 Borel 域，而 P 是概率。如果 Ω 上的模糊子集 $\underset{\sim}{A}$ 的隶属函数 $\underset{\sim}{A}(\omega)$ 为 Borel 可测，则称 $\underset{\sim}{A}$ 为一个模糊事件。$\omega\in\Omega$。

定义 2：Ω 上的模糊事件 $\underset{\sim}{A}$ 的概率定义为：

$$P(\underset{\sim}{A})=\int_{\Omega}\underset{\sim}{A}(\omega)dp=E(\underset{\sim}{A}(\omega)),\tag{1}$$

其中，$E(\cdot)$ 表示 $\underset{\sim}{A}(\omega)$ 的数学期望。$\underset{\sim}{A}(\omega)$ 为 Borel 可测，保证了上述积分是存在的。特别是，若 $\Omega=R^n$，则此积分是 R^n 上的 Lebesque-Stielje 积分。

又若 Ω 为离散时，$\Omega=\{x_i|i=1, 2, \cdots, n\}$，$P(x_i)=P_i(i=1, 2, \cdots, n)$，则(1)式可以写成：

收稿日期：1983年10月19日；收到修改稿日期：1984年1月4日

$$P(\underset{\sim}{A})\triangleq\sum_{i=1}^{n}\underset{\sim}{A}(x_i)p_i。\tag{2}$$

2. 确定光源发光强度“稳定性好”或“稳定性差”的可能性大小

1) 首先确定模糊事件“稳定性好”和“稳定性差”的隶属函数。隶属函数的选取无一般规律可循，只能根据问题的需要，结合经验设计比较符合实际的函数就行。为了用模糊语言描述发光强度的稳定性“好”和“差”这两个不确切的概念，在这里，我们选取它们的隶属函数分别为：

$$\underset{\sim}{A}_G(x)=\begin{cases}1 & (0\leqslant x<a_1),\\ \dfrac{a_2-x}{a_2-a_1} & (a_1\leqslant x\leqslant a_2),\\ 0 & (a_2<x),\end{cases}\tag{3}$$

$$\underset{\sim}{A}_B(x)=\begin{cases}0 & (0\leqslant x<b_1),\\ \dfrac{x-b_1}{b_2-b_1} & (b_1\leqslant x\leqslant b_2),\\ 1 & (b_2<x)。\end{cases}\tag{4}$$

2) 按实际需要把光源稳定性划分为一系列连续的小区间(每个区间的长度间隔可以任意)，如表1中的第一列所示。

3) 根据取样实测的光源发光强度稳定性数据，计算出稳定性值位于小区间内的频数和频率。例如，这里的数据是根据对抽样的100只钨带灯(BDW)的稳定性测试结果。频数和频率分布如表1中第2、3列所示。

4) 分别计算各小区间内稳定性“好”和“差”的平均隶属度值。

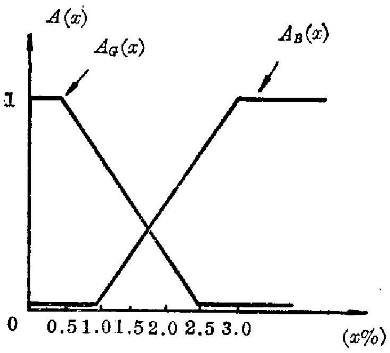

图1 $a_1=0.5$ $a_2=2.5$ $b_1=1.0$ $b_2=3.0$

Fig. 1 Membership function of good stability and bad stability

对(3)、(4)式积分，积分区间分别记为$[l_1, l_2]$和$[t_1, t_2]$，则给出计算公式如下：

$$\underset{\sim}{A}_G(l_2>x\geqslant l_1)=\int_{l_1}^{l_2}\frac{a_2-x}{a_2-a_1}dx\Big/\int_{l_1}^{l_2}dx=\frac{2a_2-(l_1+l_2)}{2(a_2-a_1)},\tag{5}$$

$$\underset{\sim}{A}_B(t_2>x\geqslant t_1)=\int_{t_1}^{t_2}\frac{x-b_1}{b_2-b_1}dx\Big/\int_{t_1}^{t_2}dx=\frac{(t_1+t_2)-2b_1}{2(b_2-b_1)}。\tag{6}$$

由图1可知，$a_1=0.5$, $a_2=2.5$，若取$l_1=1.0$, $l_2=1.5$，按(5)式$\underset{\sim}{A}_G(1.5>x\geqslant 1.0)\doteq 0.63$；$b_1=1.0$, $b_2=3.0$，若取$t_1=1.0$, $t_2=1.5$，按(6)式$\underset{\sim}{A}_B(1.5>x\geqslant 1.0)\doteq 0.11$。同理，可计算出其余各区间内稳定性“好”和“差”的平均隶属度值。

根据模糊集运算法则：如果某区间内稳定性“好”和“差”的平均隶属度分别为$\underset{\sim}{A}_G$和$\underset{\sim}{A}_B$，那么该区间内稳定性“一般”的隶属度应取$[1-\underset{\sim}{A}_G]$和$[1-\underset{\sim}{A}_B]$的交运算，即

$$\begin{aligned}\underset{\sim}{A}_U(1.5>x\geqslant 1.0)&=[1-\underset{\sim}{A}_G(1.5>x\geqslant 1.0)]\wedge[1-\underset{\sim}{A}_B(1.5>x\geqslant 1.0)]\\&=[1-0.63]\wedge[1-0.11]=0.37\wedge 0.89=0.37。\end{aligned}\tag{7}$$

各区间内稳定性“好”、“差”和“一般”的平均隶属度值计算结果分别列于表1中4~6

表 1

稳定性区间 (%)	频数 (次)	频率 P(%)	$\underset{\sim}{A}_G(l_2>x\geqslant l_1)$	$\underset{\sim}{A}_B(t_2>x\geqslant t_1)$	$\underset{\sim}{A}_U(l'_2>x\geqslant l'_1)$
$x\geqslant 3$	5	5	0	1	0
$3>x\geqslant 2.5$	8	8	0	0.88	0.12
$2.5>x\geqslant 2.0$	12	12	0.11	0.63	0.37
$2.0>x\geqslant 1.5$	16	16	0.38	0.38	0.62
$1.5>x\geqslant 1.0$	19	19	0.63	0.11	0.37
$1.0>x\geqslant 0.5$	15	15	0.88	0	0.12
$0.5>x\geqslant 0.3$	11	11	1	0	0
$0.3>x\geqslant 0.1$	9	9	1	0	0
$0.1>x$	5	5	1	0	0

列。因此，稳定性对于“好”、“差”和“一般”的平均隶属度可分别表示为：

$$\underset{\sim}{A}_G(x)=\frac{0.11}{2.5>x\geqslant 2.0}+\frac{0.38}{2.0>x\geqslant 1.5}+\frac{0.63}{1.5>x\geqslant 1.0}+\frac{0.88}{1.0>x\geqslant 0.5}+\frac{1}{0.5>x\geqslant 0.3}+\frac{1}{0.3>x\geqslant 0.1}+\frac{1}{0.1>x}, \tag{8}$$

$$\underset{\sim}{A}_B(x)=\frac{1}{x\geqslant 3}+\frac{0.88}{3>x\geqslant 2.5}+\frac{0.63}{2.5>x\geqslant 2.0}+\frac{0.38}{2.0>x\geqslant 1.5}+\frac{0.11}{1.5>x\geqslant 1.0}, \tag{9}$$

$$\underset{\sim}{A}_U(x)=\frac{0.12}{3>x\geqslant 2.5}+\frac{0.37}{2.5>x\geqslant 2.0}+\frac{0.62}{2.0>x\geqslant 1.5}+\frac{0.37}{1.5>x\geqslant 1.0}+\frac{0.12}{1.0>x\geqslant 0.5}。 \tag{10}$$

把由(8)～(10)表示的隶属度值及表1中第3列表示的各区间内的频率值代入公式(2)中计算得：

$$P(\underset{\sim}{G})=0.11\times 0.12+0.38\times 0.16+0.63\times 0.19+0.88\times 0.15+1\times 0.11+1\times 0.09+1\times 0.05=0.57,$$

$$P(\underset{\sim}{B})=1\times 0.05+0.88\times 0.08+0.63\times 0.12+0.38\times 0.16+0.11\times 0.19=0.28,$$

$$P(\underset{\sim}{U})=0.12\times 0.08+0.37\times 0.12+0.62\times 0.16+0.37\times 0.19+0.12\times 0.15=0.24。$$

由上述结果可见，抽样的这批光源中，确定发光强度稳定性“好”的可能性最大，占0.57，稳定性“差”和“一般”的可能性分别占0.28和0.24。

三、几点讨论

1) 用隶属函数来描述“好”和“差”这样的模糊概念，使“好”和“差”的划分界限不再是绝对的，因而由此给出的发光强度稳定性“好”和“差”的可能性结果更加合理和自然。

2) 稳定性“好”和“差”的，隶属函数 $\underset{\sim}{A}_G(x)$ 和 $\underset{\sim}{A}_B(x)$ 的选取不是唯一的，而具有灵活性，因此给出的结果往往把人的主观经验考虑在内。当然，隶属函数选取不同，给出的稳定

性"好"和"差"的可能性大小的数值亦不同。例如，在上述问题中，如果隶属函数不用(3)、(4)式，而用戒上型

$$\underset{\sim}{A}_G(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{1+[a(x-c)]^b} & 若\ x\geqslant c\,(a>0,\ b>0),\\ 1 & 若\ x<c,\end{cases}$$

和戒下型：

$$\underset{\sim}{A}_B(x)=\begin{cases}0 & 若\ x\leqslant c,\\ \dfrac{1}{1+[a(x-c)]^{-b}} & 若\ x>c\ (a>0,\ b>0)\end{cases}$$

来表示也是可以的。只是在各小区间内的"好"和"差"的平均隶属度有所不同，最后给出的"好"、"差"和"一般"的可能性数值大小亦有些差异。可见，隶属函数设计得是否恰当对结果具有关键性影响。

3) 用上述方法给出的稳定性"好"和"差"的可能性判断只有当取样数 n 比较大，且每个小区间内的频数又不太小(最好不要小于5，否则应适当合并一些小区间使其满足上述要求)的条件下才是可行的。原则上讲，只有当 n 充分大，而间隔又分得足够小，但每间隔内的频数又不太小的情况下，此法才最理想。

本文得到四川大学陈祯培老师的帮助，谨表谢意！

参 考 文 献

[1] L. A. Zadeh; *Inf. Sci.*, 1975, **8**, No. 4, 301.
[2] L. A. Zadeh; *Inf. Sci.*, 1976, **9**, No. 1, 43.

Estimation for possibility of good or bad stability of luminous intensity by fuzzy probability

LI ZUOYONG
(Chengdu Meteorological Institute)

WANG YUANJA
(Chengdu Institute of Radio Engineering)

(Received 18 October 1983; revised 4 January 1984)

Abstract

Based on the concept of fuzzy probability, this paper gives the results of estimation by fuzzy probability for the possibility of good or bad stability of luminous intensity of the luminaire.