

最佳动态稳定腔及其稳定性的数值分析

夏秀兰 张光寅 张春平
(南开大学物理系)

提 要

本文得出,在一般的热稳腔中可找出一类最佳热稳腔,它与最佳轴稳腔结合在一起才是最佳的动态稳定腔。我们用图解的方法确定了最佳热稳腔与最佳动态稳定腔的判据;同时给出了最佳动态稳定腔的稳定性的数值分析。

谐振腔是激光器的重要组成部分,它直接影响激光输出的稳定性。众所周知,在各种激光器中不可避免地、不同程度地存在各种动力扰动,同时在激光器的制造和调装过程中也不可避免地会带来各种加工误差与调装误差。这种种因素都将影响输出激光的稳定性。为了能够获得稳定的激光输出,有必要采用对各种动力扰动不敏感的动态稳定腔结构。在工作[1, 2]中最先讨论了热扰动态稳定腔问题。在工作[3]中曾用简明的图解法分析了热扰动态稳定腔。进而,在工作[4]中指出区分热扰动态稳定腔与腔镜轴移稳定腔的必要性;同时定性地讨论了两者的重合条件问题。本文进一步阐明了在热扰动态稳定腔中存在有一类最佳热扰动态稳定腔,它与最佳轴移动态稳定腔的重合,才构成最佳动态稳定腔。在此基础上,给出了最佳动态稳定腔的判据,并对它的稳定性做出了数值分析。

一、最佳热扰动态稳定腔

在工作[3]中曾给出热扰动态稳定腔的一般判据。根据这一判据,唯一要求满足腔内热扰动透镜 f 处的 π 圆与腔反射镜之一 R_1 镜的 σ_1 圆相切这一条件。(π 、 σ 圆为传播圆,它的意义可参看文献[4]。) 对于另一腔反射镜 R_2 , 只要求其 σ_2 圆通过 π 圆与 σ_1 圆的“象” σ'_1 圆的相切点 F_2 即可。因此,如图1所示,对于相同模参数的热扰动态稳定腔可以有多种方案。这里 R_2 镜可有 $R_2^{(1)}$ 、 $R_2^{(2)}$ 、 $R_2^{(3)}$ 等多种选择。因而,自然会提出这样的问题,是否存在有最佳热扰稳定性的方案? 哪一种方案具有最佳的稳定性? 我们的回答是肯定的。

我们仍用图解来说明。在图1左上角的附图中表明了不同 R_2 镜的 σ_2 圆与 σ'_1 圆的相交情况。在热扰透镜 f 的热扰作用下, σ'_1 圆被扰动变化,但总保持与 π 圆相切的关系[3], σ_2 圆与 σ'_1 圆的相交点 F_2 决定着 R_2 镜一端光模的侧焦点。从图中容易看出,其中应以 $R_2^{(2)}$ 镜的 $\sigma_2^{(2)}$ 圆与 π 圆成正交关系的情况为最佳。在这种情况下, σ'_1 圆受扰变化时,它与 $\sigma_2^{(2)}$ 圆的相交点 F_2 的变动最小。这就意味着,从 $R_2^{(2)}$ 镜一端输出的光模具有最佳的热扰稳定性。据此,最佳热扰动态稳定腔的一般判据为:热透镜 f 处的 π 圆与腔应射镜之一 R_1 镜的 σ_1 圆

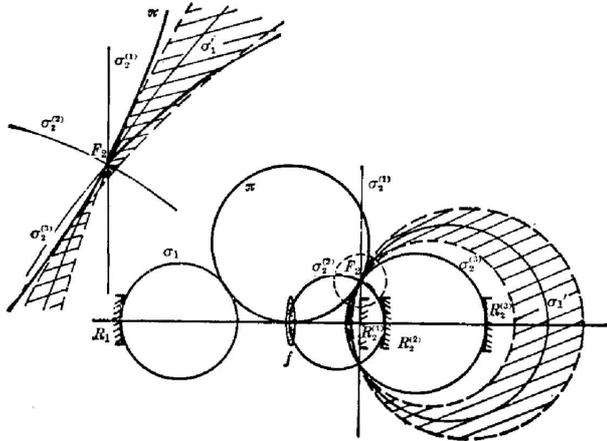


图1 不同 R_2 镜的 σ_2 圆与 σ'_1 圆的相交情况
Fig. 1 Intersecting cases of the σ_2 circles of mirrors with different R_2 with the σ'_1 circle

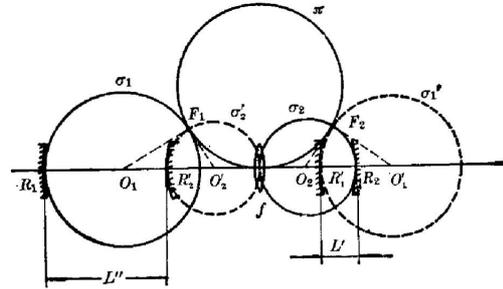


图2 最佳热扰动动态稳定腔的一般判据图解
Fig. 2 Diagram of general criterion of the optimal resonator insensitive to thermo-perturbation

相切,同时另一腔反射镜 R_2 镜的 σ_2 圆通过 σ'_1 与 π 圆的切点并与 π 圆正交,且 R_2 镜为输出镜。图 2 给出了这一判据的一个图例。

我们进一步用数学解析关系来描写上述最佳热扰动动态稳定腔的一般判据。由图 2 的几何关系容易证明三角形 $O_2O_1F_2$ 为直角三角形(O_2 为 σ_2 圆的圆心, O'_1 为 σ'_1 圆的圆心)。据此得出:

$$\frac{(R'_1 + R_2) - L'^2}{R_1 R_2} = \frac{1}{2}, \quad (1)$$

其中 R 为相应 σ 圆的直径, L' 如图中所示。

由 R_1 、 R_2 镜和透镜 f 组成的谐振腔,其光模特性可用两个等效两镜腔来描写:一个由 R'_1 、 R_2 镜组成;另一个由 R_1 、 R'_2 组成,此处 R'_1 、 R'_2 镜分别为 R_1 、 R_2 镜的“象”镜。对于由 R'_1 、 R_2 镜组成的等效两镜腔,其 g 因子的乘积:

$$g_1 g_2 = \left(1 - \frac{L'}{R'_1}\right) \left(1 - \frac{L'}{R_2}\right). \quad (2)$$

利用(1)式的关系,容易得出:

$$g_1 g_2 = \frac{1}{2}. \quad (3)$$

由此可知,此即相当于等效两镜腔(R_1 、 R'_2)的 σ'_1 、 σ_2 两圆正交的情况。

用类似于上述分析方法分析由 R_1 、 R'_2 镜组成的等效两镜腔可以得出:

$$g_1 g'_2 = \frac{1}{2}, \quad (4)$$

此处 $g_1 = 1 - \frac{L''}{R_1}$, $g_2 = 1 - \frac{L''}{R_2}$ 。 L'' 如图 2 所示。综上分析可知,包含有单一热透镜的谐振腔的最佳热稳判据又可表述为:谐振腔的两个等效两镜腔的 g 因子乘积均等于 $\frac{1}{2}$;同时要求腔镜之一的 σ 圆通过热透镜所在处(或热透镜位于腔镜之一的 σ 圆与腔轴的交点上)。这里热透镜位置所在的 σ 圆所对应的反射镜为热稳输出镜。

顺便指出,在工作[1]中仅得出一般热稳腔的判据。在该工作中,作为热稳腔的特例,也曾得出 g 因子乘积等于 $1/2$ 的特殊判据。在工作[2]中, g 因子乘积等于 $1/2$ 的判据是在错误的推导下得出的,这种错误在于将腔内实际存在的热透镜任意地移至一个有效镜的所在处。而且在工作[1, 2]中都没有明确对腔内热透镜的要求。如果忽略了这一要求,这样的谐振腔甚至难以保证一般热稳的要求。

二、最佳轴移动态稳定腔

在工作[5, 6]中曾给出了腔反射镜轴移动态稳定腔的一般判据,它要求具有较大曲率半径 R_2 的腔镜 R_2 的 σ_2 圆通过另一具有较小曲率半径 R_1 的腔镜 R_1 的 σ_1 圆的中顶点。其数学表达式为:

$$g_1 g_2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{R_1}{R_2} \right) \quad (5)$$

当谐振腔包含一热透镜 f 时,若使谐振腔的一个等效两镜腔 (R'_1, R'_2) 满足轴移稳定条件,则要求

$$g'_1 g'_2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{R'_1}{R'_2} \right) \quad \text{或} \quad g'_1 g'_2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{R'_2}{R'_1} \right) \quad (6)$$

若使 R_1, R_2 组成的等效两镜腔满足轴移稳定条件,则要求

$$g_1 g'_2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{R'_2}{R_1} \right) \quad \text{或} \quad g_2 g'_1 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{R'_1}{R_2} \right) \quad (7)$$

若使两个等效两镜腔同时满足轴移稳定条件,则应同时满足(6)和(7)式。我们把谐振腔的两个等效两镜腔同时满足轴移稳定条件的谐振腔称为最佳轴移动态稳定腔(或简称最佳轴稳腔)。

三、最佳热稳腔与最佳轴稳腔的重合条件

由上述最佳热稳腔和最佳轴稳腔的一般判据,我们不难得出这两类最佳动态稳定腔的

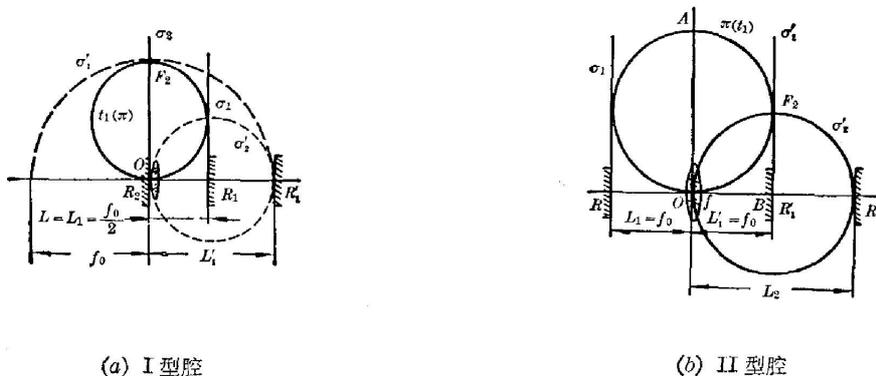


图3 最佳动态稳定腔的两种可能形式
 Fig. 3 Two possible types of the optimal dynamic stable resonator
 (a) type I $OF_2 = b/2$; (b) type II $OA = b' = 2f_0, BF_2 = b/2 = f_0$

重合条件,即满足此条件时,谐振腔既是最佳热稳腔,又是最佳轴稳腔。比较(3)、(6)式和(4)、(7)式,我们可以发现,当 $R_2 \rightarrow \infty$ (或 $R'_1 \rightarrow \infty$), $R_1 \rightarrow \infty$ (或 $R'_2 \rightarrow \infty$)时,两类最佳稳定腔有可能重合。如果此时热透镜又位于两腔镜之一的 σ 圆上,则两类最佳稳定腔实际重合为一。这样的谐振腔我们称为最佳动态稳定腔。它的判据可概括为:谐振腔的等效两镜腔的 g 因子乘积等于 $1/2$;等效两镜腔两腔镜之一的曲率半径为无限大;同时热透镜位于两腔镜之一的 σ 圆上;此 σ 圆所对应的腔镜为输出镜。根据以上判据,不难找出,这种最佳动态稳定腔只有图3所示的(a)和(b)两种形式。

四、最佳动态稳定腔稳定性的数值分析

现在我们用数值分析图3(a)、(b)所示的I、II两种类型腔的稳定性。因为谐振腔输出端腔臂中的束腰光斑尺寸及束腰位置影响输出激光的模式,热透镜上的光斑面积影响输出功率,所以在我们的分析中主要考虑输出腔臂中的束腰位置及束腰面积和热透镜处光斑面积因扰动引起的相对改变量。

由高斯光束的传播规律可知,输出腔臂中束腰光斑尺寸: $w_0 = \sqrt{\frac{\lambda b}{2\pi}}$ (b 为相应的束参数),因而输出腔臂中束腰处光斑面积的相对改变量为

$$\left| \frac{\Delta S_0}{S_0} \right| = \left| \frac{\Delta b}{b} \right|。 \quad (8)$$

类似地热透镜处光斑面积的相对改变量为

$$\left| \frac{\Delta S}{S} \right| = \left| \frac{\Delta b'}{b'} \right| \quad (\text{其中 } b' \text{ 为热透镜处 } \pi \text{ 圆直径})。 \quad (9)$$

所以我们只要求出束参数 b ,束腰位置及热透镜处 π 圆直径 b' 在扰动下的相对改变量,那么影响输出激光稳定性的三个因素就一目了然了。

图4(a)给出了I型腔的稳定性分析图解。此图中 R_1 、 R_2 为腔的两反射镜; f 为等效热透镜,其焦距因热扰动而起伏变化,这个变化焦距的平均值为 f_0 ; σ_1 为 R_1 镜的 σ_1 圆经 f_0 变换后的“象”圆,热透镜处 t_1 圆(t 圆的定义见工作[3])与 π 圆重合; σ'_1 圆切于 π 圆顶点 F_2 ,因此 F_2 为输出腔臂的侧焦点。这里激光由 R_2 镜端输出。由I型腔的结构特征所定, $L_1 = f_0/2$, $L_2 = 0$,此腔长 $L = L_1 = f_0/2$ 。其它各量均可由图4(a)的几何关系得出。当I型腔内存在热扰因素,热透镜的焦距有一增量 Δf 时, σ_1 圆经 $f_0 + \Delta f$ 变换后成为“象”圆 $\sigma'_{1\Delta}$ (仍与 t_1 圆相切),如图4(a)所示。此时侧焦点移至 F'_2 ,热透镜处的 π 圆变为 π' 圆。因为 F_2 、 F'_2 分别位于 π 、 π' 圆的顶点上,所以 $b/2 = b'$, $b_{\Delta f}/2 = b'_{\Delta f}$ 。

在这种情况下,束腰位置不变,即 $\Delta z = 0$,同时在这种情况下,热透镜紧靠输出镜 R_2 ,两处的束参数相同,因而只需计算 R_2 镜上束参数 b 的相对改变量即可。应用模象变换公式^[7]及图4(a)中的几何关系可得

$$\left| \frac{\Delta b}{b} \right| = \left(1 + \frac{\Delta f}{f_0} \right) \sqrt{\frac{1}{1 + 2\left(\frac{\Delta f}{f_0}\right)}} - 1。 \quad (10)$$

根据(10)式作曲线如图4(b)所示。由图4(b)曲线可以清楚地看出,当 $\left| \frac{\Delta f}{f} \right|$ 在10%以

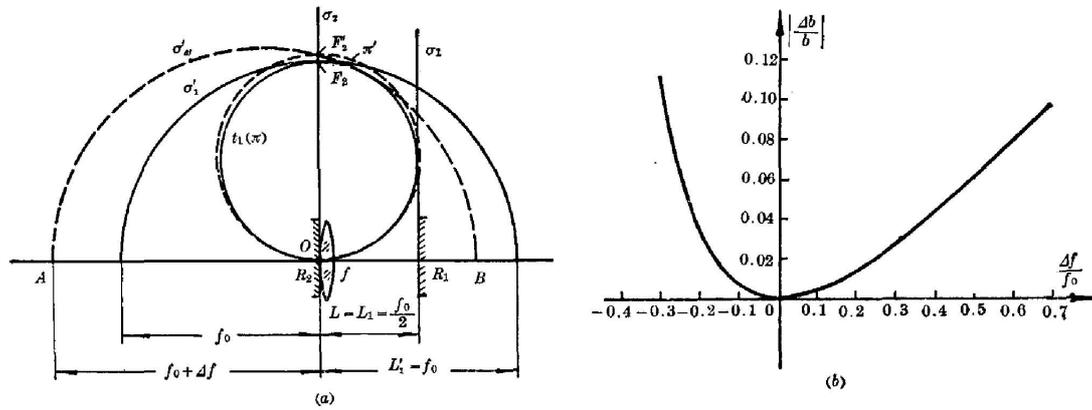


图 4 I 型腔热扰稳定性分析图

Fig. 4 Analytic graphs of the insensitivity to thermo-perturbation of the type I resonator

(a) diagram; (b) relationship curve

内变化时, I 型腔的 $\left| \frac{\Delta b}{b} \right|$ 不超过 0.6%。这说明在热焦距变化不超过 10% 的情况下, 输出激光的功率与模式都是相当稳定的。

若 I 型腔中 R_2 镜有一轴移量 ΔL_2 时, 如图 5(a) 所示, 侧焦点 F_2 变为 F'_2 , 热透镜处 π 圆由 π_1 变为 π'' 。由图 5(a) 中的几何关系可得

$$\left| \frac{\Delta b}{b} \right| = 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta L_2}{f_0} \right)^2}, \tag{11}$$

$$\Delta z = \Delta L_2, \tag{12}$$

$$\left| \frac{\Delta b'}{b'} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\Delta L_2}{f_0} \right)^2}} - 1. \tag{13}$$

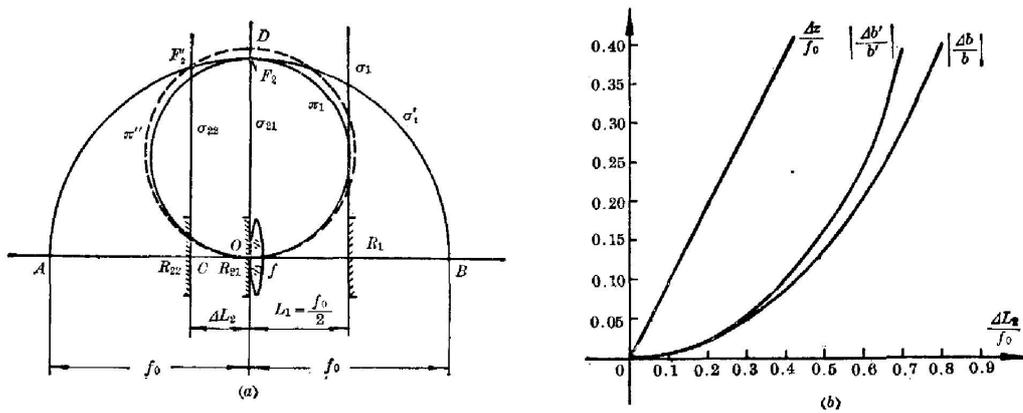


图 5 I 型腔 R_2 镜轴移稳定性分析图

Fig. 5 Analytic graphs of the insensitivity to axial shift of the mirror R_2 for type resonator

(a) diagram; (b) relationship curves

根据(11)、(12)、(13)式作曲线, 如图 5(b) 所示。由图 5(b) 可以看出, 当 $\Delta L_2 \leq 0.05 f_0$ 时, $\left| \frac{\Delta b}{b} \right|$ 不超过 0.1%, $\Delta z \leq 0.05 f_0$, $\left| \frac{\Delta b'}{b'} \right|$ 不超过 0.1%。若热透镜的热焦距平均值 f_0 为

上述轴移量时腔的热稳条件依然可近似满足。由于 II 型腔对 R_1 、 R_2 镜的位置要求不严格, 那么该腔对热透镜 f 的位置要求也是不严格的。

由上述分析我们可以得出, 当设计谐振腔采用最佳动态稳定腔结构时, 输出激光对腔内存在一定程度的热扰及构造激光器的过程中放置 R_1 、 R_2 镜及激光棒 f 的位置偏离设计要求、激光器运转过程中的振动等因素是不敏感的。由以上数值分析可知, 当热透镜焦距的改变量不超过其平均值的 10%, 谐振腔的两腔镜与等效热透镜的位置移动不大于 1 cm 的情况下, 具有最佳动态稳定腔的激光器输出激光的功率与模式的变化都是非常小的。而制造过程中放置 R_1 、 R_2 镜与激光棒 f 的位置偏离一般不会超过 0.5 cm, 运转过程中激光器的振动在 μm 量级。因此当设计激光器时采用最佳动态稳定腔结构时, 激光器输出激光的功率与模式都将相当稳定。

参 考 文 献

- [1] J. Steffen *et al.*; *IEEE J. Q. E.*, 1972, **QE-8**, No. 2 (Feb), 239.
- [2] R. B. Chesler, D. Maydan; *J. Appl. Phys.*, 1972, **43**, No. 5 (May), 2254.
- [3] 张光寅;《激光》, 1977, **4**, No. 5 (Oct), 41.
- [4] 张光寅;《激光》, 1977, **4**, No. 2 (Apr), 44.
- [5] Zhang Guangyin; *Optic Acta*, 1981, **28**, No. 5 (May), 585.
- [6] 张光寅;《激光科学与技术》, 1981, **4**, No. 4 (Jul), 1.
- [7] H. Kogelnik; *B. S. T. J.*, 1965, **44**, No. 3 (Mar), 455.

Optical dynamic stable resonator and numerical analyses for its stability

XIA XIULAN ZHANG GUANGYIN AND ZHANG CHUNPIN
(Department of Physics, Nankai University)

(Received 26 December 1983; revised 20 February 1984)

Abstract

It has been obtained that an optimal resonator insensitive to thermo-perturbation can be singled out from the common resonators insensitive to thermo-perturbation, and it's combination with the optimal resonator insensitive to axial shift of the mirror is only the optimal dynamic stable resonator. The criteria of the optimal resonator insensitive to thermo-perturbation and the optimal dynamic stable resonator have been defined by graphic method; at the same time the numerical analyses for such optimal dynamic stable resonator are given.