

# 莫尔色散法产生相位体的假彩色剪切条纹

刘 立 人

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

## 提 要

白光照明载频照相法能产生相当于剪切干涉的莫尔条纹, 本文提出用色散棱镜进行条纹的假彩色编码, 使得测量上更灵敏和视觉上更舒适。首先讨论了以有限口径成像产生莫尔剪切干涉的方法, 然后分析了色散假彩色编码的原理并导出了相位折射角和编码色之间关系, 最后给出了实验结果。

对于常见的相位物体, 利用莫尔效应可以产生相当于剪切干涉的相位梯度变化的等位线条纹。它的测量灵敏度较低, 只适用于光学干涉法所不适用的强变化相位物体。具体有截频照相法<sup>[1,2]</sup>, 点光源投影法<sup>[3]</sup>和扩散光源反向投影法<sup>[4]</sup>等。这些莫尔条纹是以黑白形式出现的, 在傅里叶滤波准干涉法中我们提出了用色散原理进行条纹的实时假彩色编码<sup>[5]</sup>, 彩色条纹使得观察上更为舒适和相位变化显示上更为灵敏。基此, 对于上述粗光栅莫尔方法本文提出一种以色散棱镜产生等效于横向剪切干涉的假彩色等位线条纹的新方法。由于装置结构简单且使用普通白炽灯作为光源, 色彩鲜艳, 效果显著, 能以剪切干涉形式定量或定性测量光学元件和观察物体的相位变化, 因而对强变化相位体可望有实践应用, 如检测玻璃器皿的内部缺陷等。本文主要讨论用小口径透镜成像的方法, 它在改变测量灵敏度, 变化色彩组合以及产生背景条纹等方面具有较大的灵活性, 并能实时观察。

## 一、莫尔剪切干涉原理

系统结构见于图1, 与文献[1]~[4]所列的各种结构有所不同。粗光栅 $T_1$ 由扩展白光照明, 由距离 $L_1$ 的透镜成像于物距 $L_2$ 的位置上。成像透镜以光阑限孔, 使得 $T_1$ 上每一光点通过物体时保持细光束状态, 粗光栅 $T_2$ 位于 $L_2$ 位置上, 物体成像在观察屏上, 观察屏直接置于 $T_2$ 之后, 也可适当离开以消除莫尔条纹中的细结构。物体距 $T_1$ 的距离为 $a$ ,  $T_2$ 距焦平面距离为 $b$ , 色散棱镜位置为 $S$ 。图中实线表示实际光线的轨迹, 虚线是没有物体折射和棱镜色散时的轨迹。

物体的引入使粗光栅 $T_1$ 的像发生畸变, 若使粗光栅 $T_2$ 与 $T_1$ 像一致, 那么这种变形的粗光栅像通过 $T_2$ 后就将产生反映物体相位变化的莫尔条纹。当有色散棱镜时, 将使畸变的 $T_2$ 像发生色散, 从而取得彩色的莫尔条纹。

在一般情况下, 两块粗光栅排列如图2所示, 它们周期分别为 $d_1$ 和 $d_2$ , 且满足 $d_2 = Md_1$ , 其中 $M = L_2/L_1$ 为成像放大率; 它们的中心偏离为 $x_{01}$ 和 $x_{02}$ ; 第二粗光栅取向偏角 $\beta$ 。为简化分析, 取粗光栅为余弦分布, 即

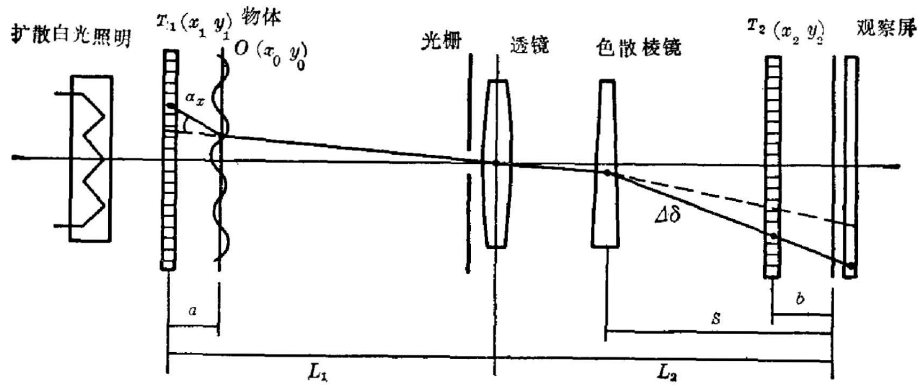


图 1 有限口径载频照相法产生彩色莫尔横向剪切干涉原理图

Fig. 1 Schematic diagram of the principle of color coding of moire lateral-shearing fringes in the carrier-frequency photography with a small aperture

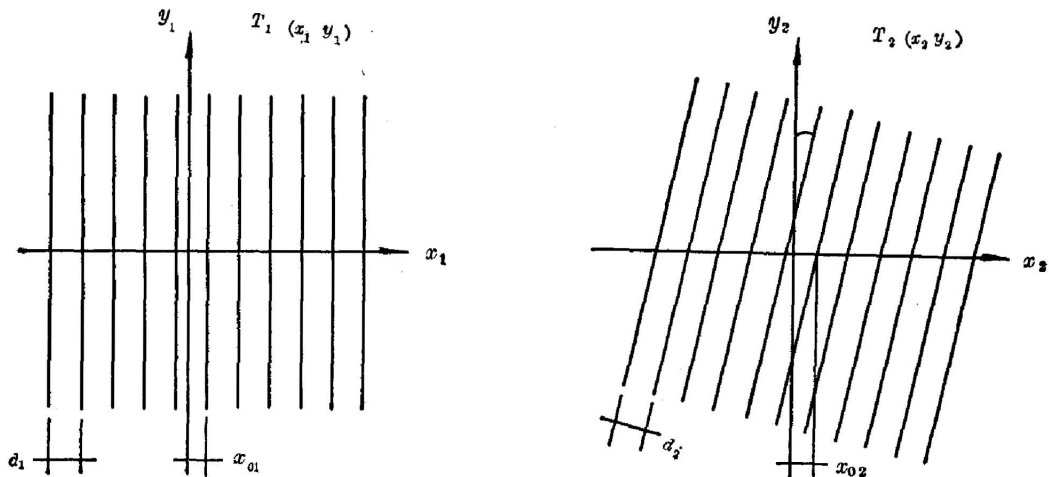


图 2 粗光栅位置排列

Fig. 2 Arrangement for two rare Ronchi rulings

$$T_1(x_1, y_1) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \cos \frac{2\pi}{d_1} (x_1 - x_{01}) \right], \quad (1)$$

$$T_2(x_2, y_2) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \cos \frac{2\pi}{d_2} [(x_2 - x_{02}) \cos \beta - y_2 \sin \beta] \right\}. \quad (2)$$

由近光轴近似和细光束假设，并见图 1，对应于物体上的任何一点  $O(x_0, y_0)$  当它的折射角为  $\alpha$  时，相应于粗光栅  $T_1$  和  $T_2$  的物点和像点应当满足下列关系：

在  $T_1$  上的坐标有

$$x_1 = \frac{x_0 L_1}{L_1 - a} + \alpha_x(x_0, y_0) a, \quad (3)$$

其中  $\alpha_x$  为折射角在  $x$  方向上的投影。

在  $T_2$  上的坐标有

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= -\frac{x_0(L_2-b)}{L_1-a} - (S-b)\Delta\delta(\Delta\lambda), \\ y_2 &= -\frac{y_0(L_2-b)}{L_1-a}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中  $\Delta\delta(\Delta\lambda)$  为棱镜的角色散率,  $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ ,  $\lambda_0$  为系统用于准直的中心波长。

在观察屏上物体像的亮度可以直接在物面上表示, 显然

$$I(x_0, y_0) \propto T_1[x_1(x_0, y_0), y_1(x_0, y_0)]T_2[x_2(x_0, y_0), y_2(x_0, y_0)]. \quad (5)$$

以(3)和(4)式代入(1)和(2)式, 并代入(5)式后取其低频莫尔条纹项<sup>[2,4]</sup>, 当  $\cos\beta \approx 1$ , 莫尔条纹

$$\begin{aligned} I_m(x_0, y_0) \propto \cos^2 \frac{\pi}{d_1} \left[ \frac{x_0 b}{(L_1-a)M} - \frac{\Delta\delta(\lambda)(S-b)}{M} + \alpha_x(x_0, y_0)a \right. \\ \left. + \frac{y_0(L_2-b)\sin\beta}{(L_1-a)M} - \Delta X_0 \right], \end{aligned} \quad (6)$$

这里  $\Delta X_0 = x_{01} + \frac{x_{02}}{M}$ 。

无色散(即  $\Delta\delta(\lambda) = 0$ )情况下的莫尔条纹的物理意义:

(1) 当两粗光栅相互平行而且严格成像, 即有  $b=0$  和  $\beta=0$ , 这时(6)式简化为

$$I_m(x_0, y_0) \propto \cos^2 \frac{\pi}{d_1} [\alpha_x(x_0, y_0) - \Delta X_0].$$

莫尔条纹表示  $x$  方向上折射角的等位线条纹。折射角的等位线间隔为

$$\Delta\alpha_x = \frac{d_1}{a}. \quad (7)$$

由于折射角正比于相位变化的梯度<sup>[6]</sup>, 这种莫尔条纹表示了物体相位在某一给定方向上的变化率, 即相当于横向剪切干涉。

(2) 当两粗光栅既不平行而又离焦时, 将产生斜的平行背景条纹。由(6)式其间隔为

$$D = \frac{d_1 M (L_1 - a)}{\sqrt{(L_2 - b)^2 \sin^2 \beta + b^2}}, \quad (8)$$

而斜率为

$$\frac{y}{x} = -\frac{b}{\sin\beta(L_2 - b)}. \quad (9)$$

$\alpha_x$  就调制于这种背景条纹之中。

在特殊情况下, 如两光栅不平行, 由  $\beta \neq 0$  和  $b=0$ , 产生水平平行背景条纹; 而两光栅离焦时,  $\beta=0$  和  $b \neq 0$ , 产生垂直平行背景条纹。

## 二、莫尔条纹的色散假彩色编码

在白光照明下, 由于棱镜的色散使得粗光栅  $T_1$  通过物体在粗光栅  $T_2$  上成像的位置随波长而变, 因此叠加而产生彩色莫尔条纹。在常用的测量灵敏度下物体本身的色散可以忽略而不计<sup>[6]</sup>。

为了分析上的方便, 假设粗光栅的透过部分宽度无穷窄, 这时莫尔效应可以用节点的曲线方程来直接表示<sup>[7]</sup>。由(3)式可知, 莫尔条纹的曲线方程为

$$\frac{x_0 b}{(L_1 - a)M} + \frac{y_0 \sin \beta (L_2 - b)}{(L_1 - a)M} + \alpha_x(x_0, y_0)a + \frac{K \Delta \lambda (S - b)}{M} - \Delta x_0 = P d_1, \quad (10)$$

其中棱镜的角色散率用线性近似, 即  $\Delta \delta(\Delta \lambda) = -K \Delta \lambda$ ,  $K$  为波长角色散系数,  $P$  为整数。

(1) 当两粗光栅相互平行且成像, 即  $b=0$  以及  $\beta=0$ 。由(10)式, 背景颜色可能的波长为

$$\Delta \lambda_P = \frac{(P d_1 + \Delta X_0) M}{K S}, \quad (11)$$

其颜色波长间隔为

$$\delta \lambda = \frac{d_1 M}{K S}. \quad (12)$$

令可视带宽为  $\lambda_{\max}$  至  $\lambda_{\min}$ , 并定义光源可视带宽与背景色间隔比为  $R$ ,

$$R = \frac{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}}{\delta \lambda} = \frac{(\lambda_{\max} - \lambda_{\min}) K S}{d_1 M}. \quad (13)$$

在可视带宽内的背景色数目决定了背景色的组成。例如  $R < 1$ , 背景至多只有由一条单谱色组成; 当  $1 \leq R < 2$ , 背景至多由两种单谱色组成; 当  $2 \leq R < 3$ , 背景至多由三种单谱色组成; 余此类推。图 3(a) 表示光源可视带宽, (b) 表示随阶数  $P$  变化的可能背景色, 只有当它们落在可视带宽内时才表现为背景色, 图中  $1 \leq R < 2$ 。同样由(10)式, 物体折射角与波长之间关系为

$$\alpha_x = \frac{M P d_1 - K \Delta \lambda S + M \Delta X_0}{M a}. \quad (14)$$

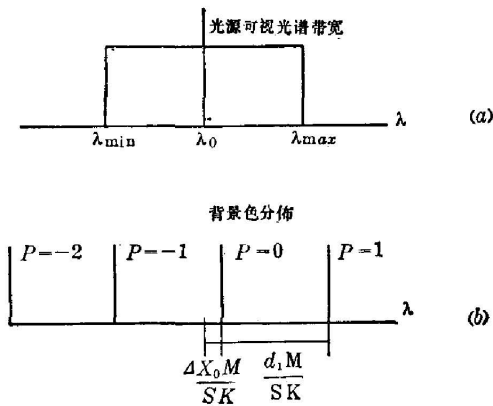


图 3

(a) 光源可视带宽; (b) 背景颜色的分布

Fig. 3

(a) The visible spectral bandwidth of the illumination;  
(b) The color distribution of the background

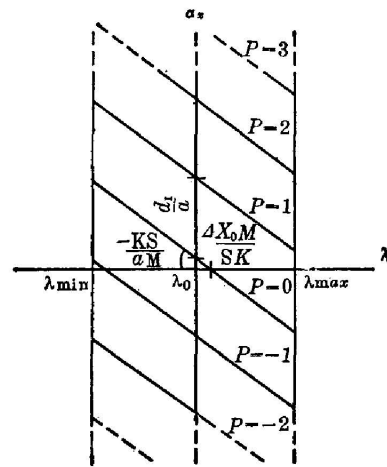


图 4 折射角和编码色的关系

Fig. 4 Demonstration of the relation between the angle of refraction and the resulted coding colors

某一折射角值所被编码颜色数目也取决于  $R$  值, 其情况与上述分析相同。图 4 显示了  $1 \leq R < 2$  下由(14)式决定的折射角与其编码色之间的关系。可见, 随着  $\alpha_x$  的变化编码色波长相应地线性变化, 在某些  $\alpha_x$  值上有两个可能波长, 而在另一些  $\alpha_x$  值上只有一个波长, 这个过程也呈现出周期性。随着  $\alpha_x$  的增减编码色周期地重复出现。尽管同一颜色下有多个具有固定间隔的  $\alpha_x$  值, 但是相位梯度出现周期性彩色等位线条纹, 这正是所需要的。当然, 若控

制被测  $\alpha_x$  在  $\frac{2d_1}{a}$  范围内,  $\alpha_x$  将单值地彩色编码。在任何  $R$  值时都可以作出与图 4 相类似的关系图作解释。

若改变两块粗光栅之间的位移  $\Delta X_0$  就可以改变背景颜色以及折射角的编码色。应当注意的是当  $R < 1$  时莫尔条纹由单谱色所构成, 色彩最鲜艳; 当  $1 \leq R < 2$  时部分莫尔条纹最多由两种单谱色合成而得, 尤其当  $R \approx 1$  时棱镜色散光谱的重叠区只发生在可视光谱的两端, 被重合的两种单谱色总是红色和蓝色叠加后呈紫红色。不但颜色鲜明而且编码色连续, 颜色合成可在 CIE 色度图上分析<sup>[8]</sup>。

(2) 当两块粗光栅互不平行和不成像时, 同样也产生彩色莫尔条纹。先是出现彩色背景条纹, 然后物体折射角调制于这些彩色背景条纹中而使之发生变化。由(10)式可求出色散产生的背景条纹宽度为

$$K(\lambda_{\max} - \lambda_{\min})(L_1 - a)(S - b) / \sqrt{(L_2 - b)^2 \sin^2 \beta + b^2}.$$

而无色散背景条纹宽度由(8)式决定, 因此

$$R = \frac{K(\lambda_{\max} - \lambda_{\min})(S - b)}{d_1 M}. \quad (15)$$

$R$  取值对莫尔条纹颜色的组成与上述讨论完全相同。可见(15)式是一般式, 它包含了(13)式。编码色的组成情况, 只与棱镜结构参数和位置、可视带宽以及粗光栅周期有关, 而与两粗光栅之间平行或成像与否毫无关系, 两粗光栅之间相对位置决定背景条纹的产生以及其形状。

### 三、实 验

为验证上述分析并说明这种新方法的使用特性, 这里给出一些实验结果。

选择系统参数结构时应当考虑二项指标: 一是测量灵敏度, 二是编码色的组合。(7)式表示折射角等位线条纹的间隔, 即测量灵敏度。可见粗光栅愈密, 则测量灵敏度愈高, 可以调换粗光栅来改换测量灵敏度, 甚至可在测量过程中移动被测物来实时变化灵敏度。编码色的组成由(15)式决定, 常用情况下应控制  $R$  值略大于 1, 同样在测量过程中移动棱镜, 即改变距离  $(S - b)$ , 能实时改变编码色的组成。

本实验系统采用焦距为 135 mm 的成像透镜, 最小相对口径 1/22, 放大倍数  $M = 1$ ; 粗光栅周期  $d_1 = d_2 = 1.1$  mm; 色散棱镜顶角  $10^\circ$ , 材料为 ZF<sub>6</sub>, 在已知折射率下取  $\lambda_{\max} = 7682 \text{ \AA}$  和  $\lambda_{\min} = 4047 \text{ \AA}$ , 这时最小偏向角分别为  $0.68^\circ$  和  $1.40^\circ$ , 即  $K = 0.00346 \text{ mr/\AA}$ 。当棱镜位置  $S$  是 100 mm 时, 经计算有  $R = 1.14$ 。若物体距离  $a$  为 10 mm, 则  $\Delta\alpha_x = 0.11 \text{ rad}$ 。

用一玻璃滴瓶作测试样品, 图 5(a) 是以接近于中心波长的背景为绿色彩色莫尔条纹, 平移粗光栅间相对位置可以改变背景色, 图 5(b) 以紫红色为背景色, 相应地条纹颜色发生变化, 但是条纹形状分布不变。图 5(c) 是稍许离焦粗光栅  $T_2$  并且略为转动后取得的, 这时出现了有一定倾斜的彩色背景条纹, 条纹的彩色发生变化, 相当于增加了一个二次项相位因子。[图 5(a)、(b)、(c) 见彩色插页——1, 2, 3]。从这些照片可见多数颜色接近于光谱色, 而只有少数部分为紫红的复合色。实验中使棱镜距离  $T_2$  位置减小时,  $R$  趋向小于

1, 紫红色消失而莫尔条纹全部由光谱色组成并出现彩色间断的黑条纹。相反,当棱镜距  $T$  的距离增加时,莫尔条纹由复合色构成而且差别愈小。实验中还改变被测物的前后位置,导致物体中的条纹密度和背景条纹密度发生变化,相应改变了测量灵敏度或等效于改变了剪切量。在相同的实验条件下,如无色散棱镜则将得到黑白的莫尔条纹图。比较彩色和黑白的条纹图;可见它们的条纹分布形状相似,一组黑白条纹相应于一个周期的彩色变化,而且在任何周期内的彩色变化与上述分析一致。这些证实了理论与实验现象是符合的。图 6(见彩色插页——4)用一已知焦距的薄透镜作测试,出现了类似于横向剪切干涉的莫尔彩色条纹。

#### 四、讨 论

上述第一个实验说明了定性观察强变化相位物体的应用,另一个实验应用于定性或定量测量光学元件,证明这种新方法具有相当的实用价值。

本文用棱镜色散对莫尔条纹进行假彩色编码的原理也可以用于文献[1]~[4]中的各种方法。若采用直视色散棱镜,中间波长上的偏向角为零,使系统结构按排上更为便利。当然衍射光栅也可用作产生色散编码的光学元件<sup>[9]</sup>。

本文在分析中采取了理想条件,即假设了粗光栅中的透过狭缝宽度为无穷小,事实上狭缝总是有一定宽度的。狭缝宽度将导致棱镜色散的颜色纯度降低,一般而言绿光纯度变为最差<sup>[9]</sup>。相应地莫尔彩色条纹不再是由纯光谱色所组成,由此可见狭缝宽度将使彩色条纹的纯度降低。实验中粗光栅的缝宽对周期比为 1:3,可以看到彩色纯度虽有降低,但是仍然具有很好的彩色分布。

#### 参 考 文 献

- [1] G. P. Grover, S. Mallick; *Opt. Comm.*, 1971, **3**, No. 3 (May), 181.
- [2] 刘立人,殷耀祖等;《物理》, 1981, **10**, No. 9, 563.
- [3] O. Kafri; *Opt. Lett.*, 1980, **5**, No. 12 (Dec), 555.
- [4] 刘立人;《光学学报》, 1984, **4**, No. 6 (June), 522.
- [5] L. Liu; *Appl. Opt.*, 1983, **22**, No. 19 (Oct), 3016.
- [6] L. Liu; *Appl. Opt.*, 1982, **21**, No. 15 (Aug), 2817.
- [7] G. Oster, M. Wasserman; *J. O. S. A.*, 1964, **54**, No. 2 (Feb), 169.
- [8] 束新越;《颜色光学基础理论》, (山东科学技术出版社, 1981).
- [9] 同上 275.

## Pseudo-color coding of Moire shearing-fringes by dispersion

LIU LIREN

*(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academis Sinica)*

(Received 16 January 1984)

### Abstract

Moire fringes, that are equivalent to a lateral-shearing interferogram, can be yielded in the carrier-frequency photography with masks of Ronchi rulings. A new method is now proposed to color-code these fringes simply by use of a dispersion prism. It results in the enhancement of sensitivity and leads to an output visually more pleasant. First, a special carrier-frequency photographic system with a small aperture is introduced. Based on it, the process of color-coding by dispersion is then discussed in detail, and correspondingly, the important formulas for the object refraction and the related coding colors are derived. The experiments are given, too.