

Fermi 折射率分布光波导的模方程*

范俊清 董贺超

(中国科学院长春物理研究所)

提 要

对 Fermi 折射率分布的特性进行了分析,用光线理论推导出 Fermi 折射率平面光波导的近似超越模方程。理论分析和实验结果比较表明, Fermi 折射率分布函数能较好地描述准阶跃渐变折射率,得到的近似模方程相当精确地决定了这类波导的模式特性,比阶跃折射率近似精确。

一、前 言

用铈盐或苯甲酸离子(质子)交换工艺制备光波导具有工艺简单、成本低廉、成膜质量好、能获得较大折射率增量等优点,最近已引起了人们的广泛注意和研究^[1~5]。但是迄今对这类准阶跃折射率波导的模式特性研究得还很不够,甚致还没有得到能完整描述其模式的显式模方程。显然,解决这一问题是很必要的。

本文是对 Fermi 折射率光波导模式特性的研究。一方面,阐明了 Fermi 函数可以恰当地描述准阶跃折射率的“接近阶跃”和“渐变”的双重特性,并指出在极端情形下 Fermi 折射率导致阶跃折射率。另一方面,用适当函数近似 Fermi 函数,根据光线理论导出了导模所满足的超越模方程。理论分析和实验结果比较表明,我们得到的超越模方程相当精确地表征了 Fermi 折射率光波导的模式特性,其精度比阶跃折射率模型近似精确,并能反映不同模有不同模深度的特性。本文结果适用于 Tl_2SO_4 离子交换玻璃波导和固熔体 $LiTlO_3$ 光波导^[6],对 $TlNO_3$ 离子交换和苯甲酸质子交换等光波导也是适用的。

二、理 论 分 析

在这一节,我们来分析 Fermi 折射率的特性,并推导导模满足的模方程。

设非对称平面光波导的折射率分布是 Fermi 型**的,

$$n^2(x) = \begin{cases} n_b^2 + \Delta n^2 f(x) & (x \geq 0), \\ 1 & (x < 0), \end{cases} \quad (1)$$

式中, n_b 表示衬底折射率, $\Delta n^2 = n_s^2 - n_b^2$, n_s 是表面折射率, $f(x)$ 是 Fermi 函数

$$f(x) = (1 - e^{-\frac{d}{a}} + e^{\frac{x-d}{a}})^{-1}, \quad (2)$$

收稿日期: 1983年11月16日

* 本文曾在中国光学学会第二届全国集成光学学术会议(1983)上宣读。

** Fermi 函数用于描述光波导折射率是 Tien^[6] 研究固熔体波导时首次使用的,其原形是 $f(x) = (1 + e^{\frac{x-d}{a}})^{-1}$, 此处作了不大的修正以使 $n(0) = n_s$ 。

其中, d 和 a 分别是与波导“厚度”及折射分布形状有关的参数。显然, 在 $n_s - n_b \ll 1$ 的情形下, 近似地有

$$n(x) = n_b + \Delta n f(x), \quad (3)$$

式中 $\Delta n = n_s - n_b$ 。因此, $n(x)$ 在 $x=d$ 处的斜率为 $n'(d) \approx -\Delta n/(4a)$ 。 a 取不同值时, $f(x)$ 有不同的形状, 可称 a 为形状因子。不同 a 值对应的折射率分布函数 $f(x)$ 的形状如图 1 所示。由图 1 可见, a 值越小, $f(x)$ 就越接近阶跃折射率函数, 且当 $a=0$ 时, 式(1)变成阶跃折射率。

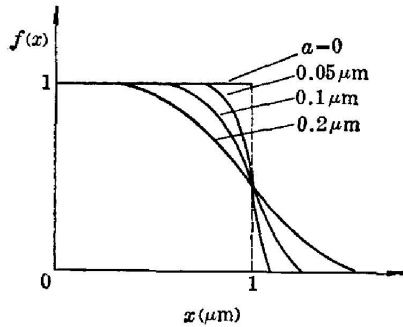


图 1 各种 a 值的 Fermi 函数曲线
Fig. 1 Curves of Fermi function for different values of a

$$n(x) = \begin{cases} n_b & (x > d), \\ n_s & (0 \leq x \leq d), \\ 1 & (x < 0), \end{cases} \quad (4)$$

且 d 就是通常阶跃波导的厚度。此外要指出, $d=0$ 时(2)式变成指数函数 $f(x) = e^{-x/a}$, 这一点是这类波导的固有特征。后面将会看到, 在特定情况下, $d=0$ 时 Fermi 折射率波导的零阶模也不截止, 这与阶跃折射率波导是完全不同的^[7]。由上述分析可见, Fermi 折射率可以用于近似描述准阶跃渐变折射率。

根据光线理论^[8], 波导的模有效折射率满足如下方程:

$$k_0 \int_0^{x_m} (n^2 - N_m^2)^{1/2} dx = \frac{4m+1}{4} \pi + \tan^{-1} \left(\frac{N_m^2 - 1}{n_s^2 - N_m^2} \right)^{1/2}, \quad (5)$$

式中, k_0 是真空波数, N_m 是模有效折射率, x_m 是光线拐点的坐标,

$$N_m = n(x_m), \quad (6)$$

$m=0, 1, 2, \dots$ 是模阶数。当 f 形如(2)式所示时, (5)式中的积分不能表示成解析形式, 需要用适当函数近似。注意, 当 $0 < x < d$ 时, $|e^{-x/a} - e^{-d/a}| < 1$, 可将 f 展开成 $f(x) = 1 - (e^{-x/a} - e^{-d/a}) + \dots$, 近似地取

$$f(x) = 1 - \alpha (e^{-x/a} - e^{-d/a}), \quad (7)$$

式中, α 是一常数, 它使(7)式曲线同(2)式曲线在 $x=d$ 处相等, 即

$$\alpha = (2 - e^{-d/a})^{-1}. \quad (8)$$

当 $d/a \gg 1$ 时, $\alpha \approx \frac{1}{2}$ 。 (2) 式和 (7) 式的曲线形状示于图 2。

把(1)式和(7)式代入(5)式, 并作变量代换 $t = e^{-x/a}$, 则易得(5)式左边的积分项

$$\int_0^{x_m} (n^2 - N_m^2)^{1/2} dx = \sqrt{\Delta n^2} a \int_{e^{-d/a}}^{t_m} \frac{(A^2 - \alpha t)^{1/2}}{t} dt, \quad (9)$$

式中, $t_m = e^{-x_m/a}$, 而

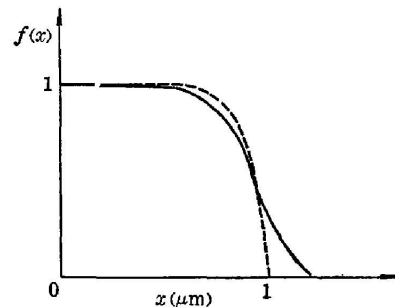


图 2 Fermi 函数及近似的曲线
(实线是 Fermi 函数, 虚线是(7)式曲线; $d=1 \mu\text{m}$, $a=0.1 \mu\text{m}$)

Fig. 2 Fermi function and its approximate curve
(“—”: Fermi function, “-----”: curve of equation (7); $d=1 \mu\text{m}$, $a=0.1 \mu\text{m}$)

$$A = (1 - b_m + \alpha e^{-\frac{d}{a}})^{\frac{1}{2}}, \quad (10)$$

$$b_m = \frac{N_m^2 - n_b^2}{\Delta n^2}. \quad (11)$$

对(9)式右边积分(解析开拓至复平面后再积分),结果代入(5)式可得到如下超越模方程

$$k_0 \alpha \sqrt{\Delta n^2} \left\{ A \ln \frac{A+B}{A-B} - 2B \right\} = \frac{4m+1}{4} \pi + \tan^{-1} \left(\frac{N_m^2 - 1}{n_s^2 - N_m^2} \right)^{1/2}, \quad (12)$$

式中

$$B = (1 - b_m)^{1/2}. \quad (13)$$

三、近似模方程的精度

为了说明上节得到的超越模方程的精度,我们对波长 $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$, $a = 0.35 \mu\text{m}$, $n_s = 1.6428$, $n_b = 1.5129$ 的情形进行了数值计算,计算结果示于图3。图中纵坐标是归一化模有效折射率 b_m , 横坐标是 d 。实线代表由(5)式数值计算结果,虚线是由近似模方程式(12)计算的*, 点划线是由平板波导模方程计算的。

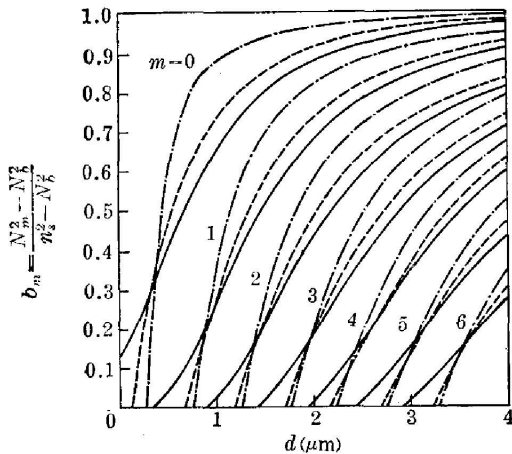


图3 归一化模有效折射率曲线

Fig. 3 Curves of effective index for normalized modes

由此图可以看出,(12)式相当精确地近似光线理论的数值结果,它比阶跃折射率近似要好得多。

我们还利用自制的 Tl_2SO_4 离子交换玻璃波导的实验数据进一步检验了(12)式的精度。波导的实验数据为:对 $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ 维持7个模式, $n_b = 1.5129$, $N_0 = 1.6361$, $N_1 = 1.6243$ 。拟合(用7个模数据)确定其准阶跃折射率分布可用 Fermi 函数近似, $n_s = 1.6428$, $d = 3.17 \mu\text{m}$, $a = 0.35 \mu\text{m}$ 。把 N_0 和 N_1 先后代入(12)式,取 $a = 0.35 \mu\text{m}$, 利用电子计算机解出 n_s 及 d 值^[9], 结果列于表1中。为了比较起见,表1中也

列入了用平板波导模方程计算的相应结果。由此表可以看出,两种方法得到的 n_s 值与拟合值一致,但 d 值相差较大,由(12)式计算的值比阶跃折射率平板波导模方程计算的更接近拟合值。这再次说明(12)式比阶跃折射率近似更适宜。

应当指出,我们的结果不仅仅是比用平板波导模型精确,还能全面反映准阶跃渐变折射

表1 波导的计算参数

Table 1 Calculation of waveguide parameters

参 数	拟 合 值	方 程 (12)	平 板 波 导 模 方 程
$d(\mu\text{m})$	3.17	3.08	2.50
n_s	1.64	1.64	1.64

* 在(5)式和(12)式中取 $\tan^{-1} \left(\frac{N_m^2 - 1}{n_s^2 - N_m^2} \right) \approx \frac{\pi}{2}$ 。

率波导的特性。例如,必要时可由式(2)、(3)、[(6)或近似地由式(6)和(7)]求出不同模的模深度。又如,由图3可见,例中的零阶模在 $d=0$ 时不是截止的(原因在于此时 Fermi 函数退化为指数函数 $f(x) = e^{-x/a}$, $d'=a$)。阶跃折射率模型却不能反映这些特征^[7]。

四、结 语

通过以上分析可以看出, Fermi 折射率分布函数可以用于近似描述准阶跃折射率光波导的折射率分布;我们得到的近似超越模方程相当精确地全面反映了这种波导的模式色散特性,它比阶跃折射率模型近似要好得多。这些结果,我们已用于研究 Tl_2SO_4 离子交换玻璃光波导,预料它对 $TlNO_3$ 或苯甲酸质子交换 $LiNbO_3$ 光波导也是有用的。

参 考 文 献

- [1] J. L. Jackel; *Appl. Phys. Lett.*, 1980, **37**, No. 8 (15 Oct), 739.
- [2] J. L. Jackel, C. E. Rice; *Appl. Phys. Lett.*, 1982, **41**, No. 6 (15 Sep), 503.
- [3] Chen Yixin *et al.*; *Appl. Phys. Lett.*, 1982, **40**, No. 1 (1 Jan), 10.
- [4] J. L. Jackel *et al.*; *Appl. Phys. Lett.*, 1982, **41**, No. 7 (Aug), 607.
- [5] Chen Yixin; «*Optical Waveguides Sciences ed. by Huang Hungchia and A. W. Snyder*», (Martinus Nihoff Pub., 1983), 347.
- [6] P. K. Tien *et al.*; *Appl. Phys. Lett.*, 1974, **24**, No. 10 (15 May), 503.
- [7] D. Marcuse; «*Theory of Dielectric Optical Waveguides*», (Academic press, New York, London, 1974).
- [8] G. B. Hocker, W. K. Burns; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1975, **QE-11**, No. 6 (Jun), 270.
- [9] 中国科学院数学研究所主编;«BASIO 语言常用算法程序汇编», (中国铁道出版社, 1981).

Modes equations for optical waveguides with Fermi index profile*

FAN JUNQING AND DONG HECHAO
(Changchun Institute of Physics, Academia Sinica)

(Received 16 November 1983)

Abstract

The characteristics of Fermi index profile have been analysed. It is shown that the quasi-step-graded index profile can be approximated by Fermi index profile. The equations of modes for planar optical waveguides with Fermi index profile have been obtained.

The data calculation and the comparison between theory and experimental results show that the characteristics of dispersion for optical waveguides with Fermi index profile can be excellently determined. The accuracy is better than the approximation of step index profile.

* This paper was presented at the Second National Conference on Integrated Optics of the Optical Society of China (1983).