

用楔形薄片法测量自聚焦棒折射率分布

陈邹生 高应俊

(中国科学院西安光学精密机械研究所)

提 要

本文提出一种用楔形薄片样品, 测量自聚焦棒折射率分布的新方法。其特点是, 通过一幅与楔形角有关的偏心干涉图片, 可测得材料的绝对折射率分布。文中详细分析了测量原理, 讨论了测量误差。并对样品的折射率分布进行了实测, 给出它们的偏心干涉图片和数据处理结果。

本文提出的楔形薄片干涉法, 与平行薄片干涉法^[1~3] 适成对照。测试样品不是加工成平面平行薄片, 而是加工成楔形薄片。因而干涉图样变成与楔形角有关, 干涉光斑中心偏离图样几何中心的偏心干涉环纹。其优点是仍可利用一般平行薄片干涉系统的装置, 获得一幅偏心干涉底片。通过对干涉底片的测算处理, 不仅可以得到与平行薄片法有相同精度的样品折射率的相对分布, 而且还能直接求得样品的中心折射率和分布特征常数。后者是平行薄片法所不及的。

一、原 理

用离子交换法制成的自聚焦棒的折射率分布可以表示为

$$n(r) = n_0 [1 - (Ar^2/2)], \quad (1)$$

式中, n_0 为棒的轴上折射率, A 为分布特征常数, r 为棒上任一点距轴的距离。

测量装置采用雅明(Jamin)干涉系统(如图1所示)。两块平晶平行搁置, 单色激光, 如图所示入射, 经两平晶分束又会合。干涉场用显微镜观察, 其优点是两束相干光束自然平行, 且较容易把它们调整到重合。当样品未置入光路时, 干涉场的光强分布是均匀的, 即所看到的是或明或暗的视场。平行样品置入后, 呈现同心干涉圆环。

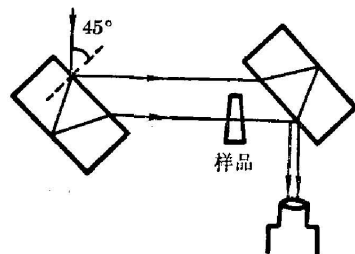


图1 雅明干涉系统

Fig. 1 Jamin interference system

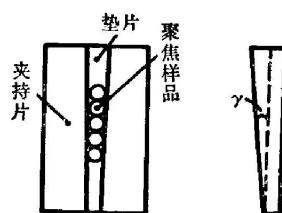


图2 楔形薄片样品

Fig. 2 Wedge sample

图 2 为楔形样品的两视图。它的一个端面与棒轴垂直,另一端面与前端面有一倾斜角 γ 。令光线平行样品轴通过楔形样品,如图 3 所示,考虑到样品很薄,忽略光线在样品内的

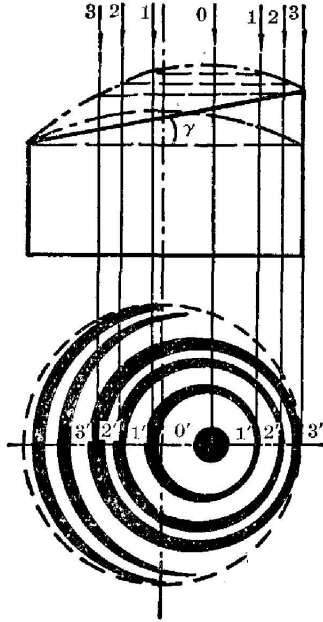


图 3 偏心干涉图样示意图
Fig. 3 Schematic diagram showing eccentric interference pattern

曲折,可以得到对应于各截面内的光程差公式

$$\Delta S(r_s) = (T_0 \pm r_s \operatorname{tg} \gamma) [n_0 - n_m - (n_0 A r_s^2 / 2)], \quad (2)$$

$$\Delta S(r_v) = T_0 [n_0 - n_m - (n_0 A r_v^2 / 2)], \quad (3)$$

$$\Delta S(r_\theta) = (T_0 + r_\theta \cos \theta \operatorname{tg} \gamma) [n_0 - n_m - (n_0 A r_\theta^2 / 2)], \quad (4)$$

式中 r_s , r_v 及 r_θ 分别为主截面(通过样品轴和斜端面法线的样品截面),副截面(与主截面垂直,并通过样品轴的矩形截面)及任意轴截面上的任意点距样品轴的距离; θ 为 r_θ 矢径与主截面厚侧间的夹角; n_m 为周围介质的折射率; T_0 为样品的平均厚度,设样品的最小和最大厚度分别为 T_1 和 T_2 , 则 $T_0 = (T_1 + T_2) / 2$ 。

由于测量显微镜的物镜对准样品端面调焦,观察到的干涉图像与样品的端面完全重合,因此干涉图的几何中心必然处在样品轴上。考虑到位于诸截面上,处在同一干涉环内的各点,具有相等的光程差,于是,同一干涉环上,位于各截面上的点至样品端面中心(即干涉图的几何中心)的距离 r_s , r_v 和 r_θ 之间的关系,可由(2)、(3)和(4)式得到

$$\left. \begin{aligned} r_v^2 &= r_s^2 \mp \frac{2r_s \operatorname{tg} \gamma}{n_0 T_0 A} [n_0 - n_m - (n_0 A r_s^2 / 2)], \\ r_v^2 &= r_\theta^2 - \frac{2r_\theta \cos \theta \operatorname{tg} \gamma}{n_0 T_0 A} [n_0 - n_m - (n_0 A r_\theta^2 / 2)], \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

(5)式第一式中的负号与厚侧对应,而正号与薄侧对应。

可以证明:相应于样品厚侧的干涉环上, $r_s > r_\theta > r_v$; 薄侧则相反, $r_v > r_\theta > r_s$ 。因为我们研究的是 $\operatorname{tg} \gamma \neq 0$ 的情况,从(5)式显然可以看出,干涉图的中心光斑不位于图面的几何中心。

设 λ 为工作波长, K 为正整数,则自中心光斑起第 K 干涉环的形状可用下式表示:

$$\cos \theta = \frac{K \lambda}{[n_0 - n_m - (n_0 A r_\theta^2 / 2)] r_\theta \operatorname{tg} \gamma} - \frac{T_0}{r_\theta \operatorname{tg} \gamma}. \quad (6)$$

当 θ 取不同的值时,可以求出一系列相应的 r_θ , 从而可描绘出这种曲线。因为当 θ 角分别取正、负值时,可以求得在同一环上,位置对称分布于主截面交线的两个点,即 $r_{+\theta} = r_{-\theta}$ 。同理,不同 K 值的所有干涉环纹都是对称分布于主截面交线的两侧。故干涉图样的中心光斑也必然处在这条交线(即样品主截面)上,并且它的光程差具有极大值。

为了求解中心光斑的位置,把表示通过主截面的光与另一路参考光相干时的程差(2)式对 r_s 求导,并令其为零,得

$$\frac{d\Delta S(r_s)}{dr_s} = -\frac{3}{2} n_0 A \operatorname{tg} \gamma r_s - n_0 A T_0 + (n_0 - n_m) \operatorname{tg} \gamma = 0. \quad (7)$$

又因 $\frac{d^2\Delta S(r_s)}{dr_s^2} < 0$, 则满足(7)式的 r_s 即为中心光斑到干涉图几何中心的距离,用 r_{s0} 表示:

$$r_{so} = \frac{-n_o A T_0 + \sqrt{n_o^2 A^2 T_0^2 + 6n_o A (n_o - n_m) \text{tg}^2 \gamma}}{3n_o A \text{tg} \gamma} \quad (8)$$

从(8)式也可看出,只要存在楔形,必然 $r_{so} > 0$, 中心干涉斑一定偏离图的几何中心。这一偏离量 r_{so} , 除了与样品的几何尺寸、周围介质的折射率有关外, 主要与楔形角 γ 及样品中心折射率同分布特征常数之积 $n_o A$ 有关。显然可以利用这一特性, 来测算样品的中心折射率 n_o 和分布特征常数 A 值。

因为副截面上样品的厚度 T_0 为常数, 所以通过副截面交线的干涉环位置以及环间的距离应与 γ 无关, 这一点亦可由(3)式看出。于是, 可以沿干涉图的副截面交线, 准确地求得样品的相对折射率分布, $\Delta n(r) = \Delta n(r_v)$, 即

$$\Delta n(r) = (K - K_0) \lambda / T_0, \quad (9)$$

$(K - K_0)$ 为第 K 环相对几何中心的干涉级差。这一重要结论对于平行薄片法的数据处理也是适用的。当平行薄片样品有厚度差存在时, 如果沿干涉图的副截面交线方向测点, 则可以把测量误差减到最小。

第一种测算 n_o 和 A 的方法:

利用(3)、(9)两式, 由于干涉图的副截面交线上, 求得样品的特征常数 $n_o A$ 为

$$n_o A = \frac{2(K - K_0) \lambda}{r_v^2 T_0} = c_0. \quad (10)$$

再从干涉图的主截面交线上, 量取中心光斑的偏离量 r_{so} , 利用(7)式求出 $n_o A$ 为

$$\left. \begin{aligned} n_o A &= \frac{(n_o - n_m) \text{tg} \gamma}{[T_0 + (3r_{so} \text{tg} \gamma / 2)] r_{so}} = c_1 (n_o - n_m), \\ c_1 &= \frac{\text{tg} \gamma}{[T_0 + (3\gamma_{so} \text{tg} \gamma / 2)] r_{so}}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

联立(10)和(11)式, 于是可以求得中心折射率 n_o 和分布特征常数 A 为

$$n_o = (c_0 / c_1) + n_m, \quad A = c_0 c_1 / (c_0 + c_1 n_m). \quad (12)$$

关于 K_0 的确定方法有:

(1) 计算法 按干涉图副截面交线上的环间分布关系, 推出 K_0 的计算公式:

$$K_0 = \frac{B_{KM} M - K}{B_{KM} - 1}, \quad (13)$$

式中 $B_{KM} = r_{vK}^2 / r_{vM}^2$, K 、 M 为干涉环的序号数, r_{vK} 、 r_{vM} 分别为第 K 和第 M 环到图形几何中心的距离。计算 K_0 需要大量测点以减少误差。

(2) 显微光密度计算法 沿干涉底片的副截面交线扫描, 通过透过率测量, 求 K_0 值。对亮环而言

$$K_0 = \frac{1}{\pi} \cos^{-1} \sqrt{(A/A_0)}, \quad (14)$$

式中 A_0 为亮纹的最大透过率, A 为干涉图几何中心点的透过率。

第二种测算 n_o 和 A 的方法:

用表征同一干涉环上 r_s 和 r_v 的关系式(5)求得 $n_o A$ 之积为

$$\left. \begin{aligned} n_o A &= \frac{\pm 2(n_o - n_m) r_s \text{tg} \gamma}{T_0 (r_s^2 - r_v^2) \pm r_s^3 \text{tg} \gamma} = c_2 (n_o - n_m), \\ c_2 &= \frac{\pm 2 r_s \text{tg} \gamma}{T_0 (r_s^2 - r_v^2) \pm r_s^3 \text{tg} \gamma}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

将(15)式与(10)式联立, 求解 n_0 和 A 得

$$n_0 = (c_0/c_2) + n_m, \quad A = c_0 c_2 / (c_0 + c_2 n_m). \quad (16)$$

若把样品厚侧的 r_s 取正值, 薄侧一方取负值, 则 c_2 可写为

$$c_2 = \frac{2r_s \operatorname{tg} \gamma}{T_0(r_s^2 - r_i^2) + r_s^3 \operatorname{tg} \gamma}. \quad (17)$$

这种求解法的优点是, 可以由每一个干涉环上的数据求得一组 n_0 和 A 的解。最后对各环求得的 n_0 和 A 求平均, 以减小测量误差。

此外, 还可以利用不同干涉环通过主截面交线上的各点来求 n_0 , 即令(2)式

$$\Delta S(r_s) = (T_0 \pm r_s \operatorname{tg} \gamma) [n_0 - n_m - (n_0 A r_s^2 / 2)] = K\lambda, \quad (18)$$

则

$$n_0 = n_m + \frac{(1/2)c_0 T_0 (r_{s2}^2 - r_{s1}^2) \pm (1/2)c_0 \operatorname{tg} \gamma (r_{s2}^3 - r_{s1}^3) + (K_2 - K_1)\lambda}{\pm (r_{s2} - r_{s1}) \operatorname{tg} \gamma}, \quad (19)$$

式中 r_{s2} 、 r_{s1} 分别对应 K_2 、 K_1 环上的 r_s , 正负号分别与厚侧、薄侧对应。

图3为楔形样品的偏心干涉图样示意图。实际照片见图4和图5。图3是这样画的, 顶部拱形曲面的纵坐标, 等于不同厚度处的光程差。用不同光程差高度的平面去截该曲面, 即得到偏心干涉图样示意图。

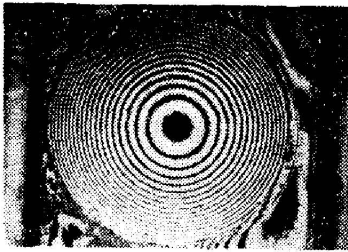


图4 828-92楔形样品的偏心干涉图照片
Fig. 4 Eccentric interference photograph of 828-92 wedge sample

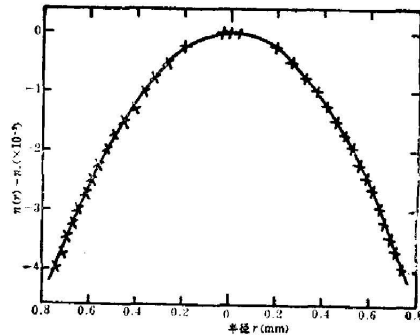


图5 828-92的折射率分布
Fig. 5 Index profile of 828-92 sample

二、样品加工与测量操作

楔形样品的制作可完全类似于平行样品, 只是将其中一个端面做成斜面(如图3所示)。楔形角 γ 的大小是根据对 A 值范围的估计来决定, 我们要求 r_{s0} 处在以下区间:

$$(a/3) < r_{s0} < (2a/3),$$

式中 a 为样品的半径。这样便于 r_{s0} 和环距测量, 同时因 γ 引起的相对误差也较小。根据估算, 对我所试制的铌自聚焦样品, 厚度取 0.2 mm, γ 取 $15'$; 对于铯自聚焦样品, 厚度取 0.3 mm, γ 取 $30'$ 。

样品与夹持片的胶合一定要牢固, 方能得到理想的楔形角。同时, 由夹持片的楔角可准确地得知样品的楔角。

楔角 γ 的测量可以利用测角仪, 或直接由干涉照片得到, 即从干涉图样底片上的夹持片

部分测出条纹的间距 D , 然后按下式计算:

$$\operatorname{tg} \gamma = \lambda / (n_o - n_m) D, \quad (20)$$

式中, n_o 为夹持片的折射率。

测量操作中, 应注意保证样品内的光线与样品轴严格平行, 否则误差将会严重增加。例如, 设 $\gamma = 15'$, $a = 0.5 \text{ mm}$, $T_0 = 0.25 \text{ mm}$, $n_o = 1.5$, $n_m = 1$, $A = 0.2 \text{ mm}^{-2}$, 经计算, 在主截面内通过的光线当与样品轴的夹角为 $\beta = 0$ 时, r_{s0} 为 $30 \mu\text{m}$ 。但当 $\beta = 10'$ 时, r_{s0} 即变为约 $64 \mu\text{m}$, 偏差量增大一倍多。

三、测量误差分析

为了估计折射率的测量误差, 可分别把计算中心折射率的表达式(12)和(16)近似地写为

$$n_o = (c_0/c_1) + n_m \approx [2(K - K_0)\lambda/\gamma] (r_{s0}/r_s^2) + n_m, \quad (21)$$

$$n_o = (c_0/c_2) + n_m \approx [(K - K_0)\lambda/\gamma] [(r_s^2 - r_v^2)/r_s r_v] + n_m. \quad (22)$$

于是可以求得它们的近似相对误差

$$\frac{\delta n_o}{n_o} \approx \frac{2\delta K}{K} + \frac{\delta \gamma}{\gamma} + \frac{\delta r_{s0}}{r_{s0}} + \frac{2\delta r_v}{r_v} + \frac{\delta \lambda}{\lambda}, \quad (23)$$

$$\frac{\delta n_o}{n_o} \approx \frac{2\delta K}{K} + \frac{\delta \gamma}{\gamma} + \frac{2\delta r_s}{r_s} + \frac{2\delta r_v}{r_v} + \frac{\delta \lambda}{\lambda}. \quad (24)$$

上式中考虑到 K 和 K_0 的相对误差, 以及 r_s 和 r_v 的相对误差为同数量级, 已做了合并。实际测量中, $\delta \gamma/\gamma$ 项一般可做到 $(1/500)$ 。关于波长项, 因实验用 He-Ne 激光器作为光源, 所以 $(\delta \lambda/\lambda)$ 值更小。而 $(\delta K/K)$ 、 $(\delta r_{s0}/r_{s0})$ 、 $(\delta r_v/r_v)$ 以及 $(\delta r_s/r_s)$ 各项基本同数量级, 一般在 $1/100$ 左右。所以 n_o 测算的相对误差, 主要受到条纹位置判读精度的影响。还应指出, r_s 、 r_v 和 r_{s0} 的正确判读尚与几何中心位置的正确确定相关。几何中心的微小判定误差会影响到整个条纹位置判读的精度, 所以正确判定干涉图样的几何中心极为关键。

四、偏心干涉图样的处理及测量结果

图 4 为用铈自聚焦棒 828-92 加工的楔形样品, 通过显微摄影仪所获得的偏心干涉照片。照片中, 两边的平行条纹为夹持片的等厚条纹。测出这种条纹的宽度 D , 将其代入(20)式, 即可求得样品的楔形角 γ 。样品 828-92 的楔角为 $13'30''$, 就是这样求得的。

干涉底片的测量是在一台投影仪上完成的。首先应找出干涉底片上对应主副截面位置的两条正交直线。可先确定通过图形几何中心和中心干涉光斑的直线, 这条直线就是所谓的主截面交线。垂直主截面交线通过图形几何中心的直径即为副截面交线(亦称副截面方向)。这一工作要耐心、细致、反复地进行。

图 5 为图 4 的底片沿副截面方向测点所得的 828-92 样品的折射率分布(圆点)。图中, 还同时画出了用同一自聚焦棒的平行薄片样品所测得的折射率分布曲线(细实线)。从图中可以看出, 两者非常好地一致。

表 1 828-92 自聚焦棒中心折射率和分布特征常数

Table 1 The center index and the profile constant of the GRIN rod 828-92

K	$\gamma_1(\text{mm})$	$\gamma_2(\text{mm})$	c_0 平均值	c_2	n_0	$A(\text{mm}^{-2})$
-9	0.5252	-0.4705	0.1423 由(10)式 K 取 值由(1-17)所 得 $n_0 A$ 的平均值	0.2555	1.561	0.0918
-8	0.4915	-0.4360		0.2517	1.569	0.0913
-4	0.3222	-0.2692		0.2590	1.553	0.0923
4		0.3880		0.2482	1.577	0.0909
8		0.5531		0.2516	1.570	0.0913
9		0.5857		0.2537	1.565	0.0916
平 均 值					1.566	0.0915
$K_0=0.953$		$\gamma=13'30''$	$T_0=0.258$	$n_m=1$	$\lambda=6328 \text{ \AA}$	

表 1 分别为图 4 任选的几个干涉环的数据, 利用公式 (10)、(17) 和 (16) 式求出的 828-92 样品的 n_0 和 A 值以及它们的平均值。表中 K 也取正负号只是为了区分主(或副)截面交线两侧的同干涉环。从表中所列数据可以看出, 诸环上测出的 n_0 和 A 值还有一定离散。无疑, 只要正确、细心地获取干涉图片, 精确地测定 γ 角和条纹位置, 则可以进一步提高精度。

杨炳云同志参加部分测量工作。

本工作得到龚祖同教授的热情指导和支持, 谨致谢意。作者对刘德森、汪景昌、李金科、祝颂来、石恒志等同志的帮助, 谨表谢意。

参 考 文 献

- [1] W. E. Martin; *Appl. Opt.*, 1974, **13**, No. 9 (Sep), 212.
- [2] 陈显球等;《硅酸盐学报》, 1979, **7**, No. 2, 127.
- [3] 私人通讯。

The measurement of index profile in gradient index rod by wedge sample method

CHEN ZOUSHENG AND GAO YINGJUN

(Xian Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

(Received 6 June 1983; revised 30 January 1984)

Abstract

The sample to be measured is processed into a wedge slab. The interference pattern, which is related to the wedge angle, obtained by this method is a group of eccentric ring fringes. The advantage of this technique is that the absolute refractive index profile of a sample can be obtained from the interference film using a standard interference instrument. The principle is analysed and its measuring errors are discussed. The index profiles for some samples have been measured and their eccentric interference patterns and the results from data processing are given.

This paper is a part of the thesis, "The study on interference methods for measuring refractive index profile of gradient index materials", written by the postgraduate student Gao Yingjun under the guidance of Professor Gon Zutong.