第4卷 第6期
1984年6月

光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA

Vol. 4, No. 6
June, 1984

激光放大器的稳定脉冲

傅淑芬 方洪烈
(中国科学院上海光学精密机械研究所)

提 要

本文求得了激光放大器速率方程的小信号解析解，分析了获得稳定脉冲的条件以及泵浦对脉冲放大变形的影响。

激光脉冲的放大过程可以用速率方程很好地描述。但以前的工作或者因泵浦功率较低，或者因为被放大的光脉冲很短而将光泵项略去[1,2]。有的文章考虑了泵浦项，但却假定泵浦项在光脉冲通过放大器时为一常数[3,4]。因此泵浦项对放大过程的影响就被忽略了，虽然有的作者考虑了泵浦项，但采用数值解法求得了脉冲压缩等[5~10]却没有得到稳定脉冲放大的条件，以及稳定脉冲与泵浦的关系。

近年来，对自由电子激光放大器的研究表明，可以在一定条件下产生稳定脉冲放大[11]。那么在通常的激光放大器中是否也存在稳定脉冲？存在稳定脉冲的条件是什么？本文针对这一问题进行了分析。首先从速率方程出发，得到一个普遍用来描述放大过程的解析表达式。然后在此基础上讨论了稳定脉冲放大的条件及稳定脉冲的形状等关系，文中的结果是对四能级系统得出的，但可以容易地推广到三能级系统。

一、光脉冲在放大介质中的传播

设有一个光子数密度为 n_0 的光脉冲在 $t=0$ 时入射到放大介质 $x=0$ 的界面处(x 表示传播方向)。放大器的速率方程可以表示为

$$\frac{\partial n}{\partial t}+c\frac{\partial n}{\partial x}=\sigma c\Delta n-c\gamma n, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \Delta}{\partial t}=-\sigma c\Delta n-A\Delta+WN_1, \tag{2}$$

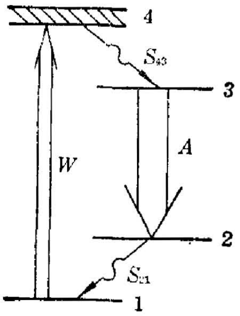

图1 四能级系统略图
Fig. 1 A diagram of a four-level system

其中 n 为时刻 t、位置 x 处的光子数密度，Δ 为 t 时刻、位置为 x 处的反转粒子数密度，N_1 为基态(即能级1，见图1)粒子数密度，σ 为能级 2→3 的吸收截面，c 为光速，γ 为介质的损耗系数，A 为能级3寿命的倒数，W 为泵浦项的速率，这里我们假定了 $N_3=N_4=0$，这对脉冲峰值功率不太高、脉冲宽度不太窄时是正确的。如果用 N_0 表示总粒子数密度，那么我们有 $N_1=N_0-\Delta$。引入坐标变换：$\xi=x/c$，$\rho=t-x/c$。

将 Δ, n 对 N_0 归一化，于是方程(1)、(2)可表示为

收稿日期：1983年11月21日；收到修改稿日期：1984年1月6日

$$\frac{\partial n}{\partial \xi}=\sigma c N_0 \Delta n-c\gamma n, \tag{3}$$

$$\frac{\partial \Delta}{\partial \rho}=-\sigma c N_0 \Delta n-(A+W)\Delta+W_{\circ} \tag{4}$$

由(3)式可求得反转粒子数密度 Δ 和 $\partial\Delta/\partial\rho$,并代入(4)式得到 n 的微分方程

$$\frac{\partial}{\partial \xi}\left[\frac{\partial}{\partial \rho}\ln n+\sigma c N_0 n+(A+W)\ln n\right]=\sigma c N_0 W-(A+W)c\gamma-\sigma c^2 N_0 \gamma n, \tag{5}$$

此处我们认为 W 只是 ρ 的函数,与 ξ 无关,将(5)式对 ξ 积分给出

$$\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial \rho}\ln n+\sigma c N_0 n+(A+W)\ln n\\&=[\sigma c N_0 W-(A+W)c\gamma]\xi-\sigma c^2 N_0 \gamma\int_0^{\xi} n(\rho,\ \xi')d\xi'+K(\rho),\end{aligned} \tag{6}$$

其中 $K(\rho)$是由 $\xi=0$ 时(6)式左边确定的 ρ 的函数。为了确定 $K(\rho)$,我们必须求出 $(\partial n/\partial\rho)_{\xi=0}$ 的值。我们已经知道 $\xi=0$ 是光脉冲的入射面,在这里 $n=n_0$, 只是 ρ 的函数,记为 $I(\rho)$,因此 $I(\rho)$为入射脉冲,

$$n(\rho,\ \xi)\,|_{\xi=0}=I(\rho),$$

$$\left(\frac{\partial n}{\partial \rho}\right)_{\xi=0}=\frac{\partial}{\partial \rho}\ (n|_{\xi=0})=\frac{\partial I(\rho)}{\partial \rho}{}_{\circ}$$

于是当 $\xi=0$ 时,方程(6)给出

$$K(\rho)=\frac{\partial}{\partial \rho}\ln I(\rho)+\sigma c N_0 I(\rho')+(A+W)\ln I(\rho)_{\circ} \tag{7}$$

将(7)式代入(6)式得到 n 的微分方程

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial \rho}\ln n=&[\sigma c N_0 W-(A+W)c\gamma]\xi+\frac{\partial}{\partial \rho}\ln I(\rho)\\&-\sigma c N_0[n-I(\rho)]-(A+W)\ln\left(\frac{n}{I}\right)-\sigma c^2 N_0\gamma\int_0^{\xi} n(\rho,\ \xi')d\xi'_{\circ}\end{aligned} \tag{8}$$

下面我们来求解方程(8)。由(3)式对于小信号的情形,增益饱和可以忽略不计。此时 Δ 与 n 是独立的。因此可将(5)式对 ξ 积分

$$n(\rho,\ \xi)=I(\rho)\exp\left[\sigma c N_0\int_0^{\xi}\Delta(\rho,\ \xi')d\xi'-c\gamma\xi\right]_{\circ} \tag{9}$$

将(9)式代入(8)式得

$$n(\rho,\ \xi)=\int_0^{\xi}\left\{W(\rho)-[A+W(\rho)]\Delta(\rho,\ \xi')-\frac{\partial\Delta(\rho,\ \xi')}{\partial\rho}-c\gamma n(\rho,\ \xi')\right\}d\xi'+I(\rho)_{\circ} \tag{10}$$

(10)式是我们得到的一个基本结果,它给出了在任意时刻 ρ, 任意位置 ξ 处光子数密度 $n(\rho,\ \xi)$与初始光脉冲 $I(\rho)$以及放大器诸参量的关系,因此是描写光脉冲通过放大介质传播的基本方程。

二、稳定脉冲的获得

一般说来,任意一个光脉冲通过一个激光放大器后要发生变形,也就是说放大器的出射脉冲与入射脉冲的形状是不同的,但在很多情况下人们希望激光放大器能不变形地放大光

脉冲，即对某一个入射脉冲经过放大后仍得到一个形状相同的出射脉冲，这种情况我们称它为稳定脉冲放大。这样的脉冲则称为稳定脉冲。下面我们从(10)式发出来讨论稳定脉冲放大的条件以及稳定脉冲的形状。

假定放大器的出射平面位于 $x=L$ 处，出射脉冲记为 $F(\rho)$，那么有

$$F(\rho)=n(\rho,\ L/c)=n(\rho,\ \xi)\mid_{\xi=L/c}。$$

由(10)式得

$$F(\rho)=\int_0^{L/c}\left\{W(\rho)-[A+W(\rho)]\Delta(\rho,\ \xi')-\frac{\partial}{\partial\rho}\Delta(\rho,\ \xi')-c\gamma n(\rho,\ \xi')\right\}d\xi'+I(\rho)。\tag{11}$$

对于稳定脉冲 $F(\rho)$ 应与 $I(\rho)$ 具有相同的函数形式，但可以差一个常数系数(即单程净增益)。于是我们可以将 $F(\rho)$ 写为

$$F(\rho)=GI(\rho),\tag{12}$$

其中 G 为放大器的单程净增益，是一常数。将它代入(11)式得

$$I(\rho)=\frac{1}{G-1}\int_0^{L/c}\left\{W(\rho)-[A+W(\rho)]\Delta(\rho,\ \xi')-\frac{\partial}{\partial\rho}\Delta(\rho,\ \xi')-c\gamma n(\rho,\ \xi')\right\}d\xi'。\tag{13}$$

将(4)式、(9)式代入(13)式得

$$G=\exp\left[\sigma cN_0\int_0^{L/c}\Delta(\rho,\ \xi')d\xi'-\gamma L。\right.\tag{14}$$

因为 G 是一常数，所以必须有 Δ 与 ρ 无关。因此

$$\left.\begin{aligned}&G=\exp(g-\gamma)L,\\&g=\sigma N_0D,\quad D=\frac{c}{L}\int_0^{L/c}\Delta(\xi)d\xi,\end{aligned}\right\}\tag{15}$$

式中 g 是放大器的增益系数。

为了求得稳定脉冲的形状，我们先来计算一下由于吸收所引起的损失

$$A=\int_0^{L/c}c\gamma n(\rho,\ \xi')d\xi',$$

将(9)式代入得

$$A=I(\rho)\gamma(G-1)/(g-\gamma)。\tag{16}$$

将上述条件全部代入(13)式得

$$I(\rho)=\frac{(g-\gamma)L[(1-D)W(\rho)-DA]}{gc\{\exp[(g-\gamma)L]-1\}}。\tag{17}$$

这就是我们要求的稳定脉冲的形状。由此我们得出：对于任意泵浦脉冲 $W(\rho)$ 均存在一个形状相同的稳定脉冲。此脉冲经放大后形状不发生变化。

同样我们可以由(17)式解出 $W(\rho)$ 为

$$W(\rho)=\frac{gc\{\exp[(g-\gamma)L]-1\}I(\rho)+(g-\gamma)LDA}{(g-\gamma)L(1-D)}。\tag{18}$$

(18)式表明对于任意入射光脉冲 $I(\rho)$ 来说，若想使经过放大后的脉冲仍然保持原来的形状，那么泵浦项必须满足(18)式，即用一个同样形状的泵浦才能做到。

在不出现饱和增益的情况下，对于一个任意给定的泵浦脉冲 $W(\rho)$，都存在一个稳定脉

冲 $I(\rho)$ 由(17)式给出。那么如果此时一个完全任意的入射脉冲 $J(\rho)$ 放大以后会如何变化呢？由(10)式和(11)式可知，经放大后的出射脉冲 $M(\rho)$ 等于

$$M(\rho)=\int_0^{L/c}\left[W-(A+W)\Delta-\frac{\partial\Delta}{\partial\rho}-c\gamma n'\right]d\xi'+J(\rho)。\tag{19}$$

因为对于不出现饱和增益时 Δ 与 n 相互独立，那么方程(3)是线性的。因此对任意的 $J(\rho)$，我们都可以将它表示为两部分之和，

$$J(\rho)=I(\rho)+\alpha(\rho),\tag{20}$$

其中 $I(\rho)$ 是相对于泵浦 W 的稳定脉冲函数，同样可将 $M(\rho)$ 表示为

$$M(\rho)=F(\rho)+\beta(\rho),\tag{21}$$

其中 $F(\rho)=GI(\rho)$。此外由(9)式可知

$$n'(\rho,\ \xi)=J(\rho)\exp\Big[\sigma cN_0\int_0^{\xi}\Delta(\rho,\ \xi')d\xi'-c\gamma\xi,$$

于是得

$$\left.\begin{aligned}&c\gamma\int_0^{L/c}n'(\rho,\ \xi')d\xi'=c\gamma\int_0^{L/c}n(\rho,\ \xi')d\xi'+\delta(\rho),\\&\delta(\rho)=c\gamma\int_0^{L/c}\alpha(\rho)\exp\left[\sigma cN_0\int_0^{\xi'}\Delta d\xi-c\gamma\xi'\right]d\xi'。\end{aligned}\right\}\tag{22}$$

将(20)、(21)以及(22)式代入(19)式得

$$F+\beta=\int_0^{L/c}\left[W-(A+W)\Delta-\frac{\partial\Delta}{\partial\rho}-c\gamma n\right]d\xi'+I+\alpha-\delta。\tag{23}$$

比较(23)式和(11)式得

$$\beta(\rho)=\alpha(\rho)-\delta(\rho)。\tag{24}$$

(24)式告诉我们，对任意入射脉冲来说，那个脉冲与稳定脉冲“偏离”的部分 $\alpha(\rho)$ 经过放大器之后不但得不到放大，反而受到损失。因此，如果我们设计一个系统使脉冲可以多次通过放大介质，而每次通过时经历一个损失，那么，任意一个脉冲经过多次放大以后都将趋于稳定脉冲，而那个“偏离”的部分由于损失的存在将趋于零。

此外，对于不同形状的入射脉冲来说，对于已给定的泵浦脉冲 W 其增益是不同的。稳定脉冲能够获得的增益最高。因此对脉冲放大来说存在着一个泵浦匹配问题。对于一个给定的入射脉冲，必须恰当地选择一个特定的泵浦脉冲 W 满足(18)式才能获得最高的增益，得到充分地放大。

图 2 给出了一个方波入射光脉冲放大的数值计算结果，此结果是直接求解方程(3)和(4)得到的，从图 2 看到，对于不同的泵浦强度 W 其放大后的畸变是不同的，只有当 $W=2.35\times10^3$ 时，一个入射方波仍然给出一个出射方波。这就是此条件下的稳定脉冲。

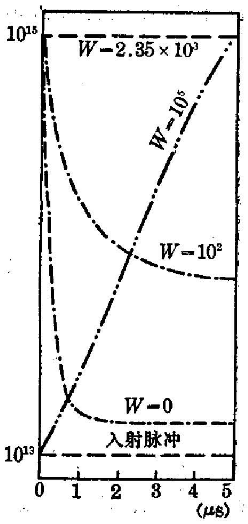

图 2　方波入射光脉冲的放大变形
($n_0=10^{14}$, $\Delta=10^{18}$, $\tau=5\times10^{-6}$ sec)

Fig. 2　Distortion of square incident fulse in a amplifier

三、讨　　论

以上的分析表明，对于小信号情形，此时增益饱和可以忽略不计，放大器可实现稳定脉冲放大，即存在一种稳定脉冲，此种脉冲经

过放大器放大以后仍然保持其脉冲形状不变，而且此脉冲的形状与泵浦脉冲的形状相同。这一点在物理上是十分清楚的：当一个具有一定形状的脉冲进入放大器后，它的前沿遇到的是初始反转粒子数分布，而脉冲的后续部分遇到的是经过与前沿“作用”后的反转粒子数分布。如果泵浦可以起到完全补偿被脉冲前沿“消去”的反转粒子数的作用，而使得脉冲的各部分遇到同样的反转粒子数分布，从而得到同样的放大率。那么入射脉冲受到的便是线性放大，脉冲的形状自然不会发生变化，从而保持了输入脉冲与输出脉冲具有相同的形状。

对于峰值功率较高的入射脉冲，线性放大已是不可能的。脉冲的先行部分消去了大部分初始的反转粒子，脉冲的后续部分得到的是比前沿小的放大倍数，因此脉冲经过放大后必然发生形变。此外，强信号时的增益饱和也是一个不能不考虑的因素，考虑到增益饱和的情况将另文讨论。

参 考 文 献

[1] J. E. Geusic *et al.*; *Bell. Syst. Tech. J.*, 1962, **41**, No. 4 (Jul), 1371.

[2] L. M. Frantz *et al.*; *J. Appl. Phys.*, 1963, **34**, No. 8 (Aug), 2346.

[3] U. Ganiel *et al.*; *IEEE J. Quantum Electron.*, 1975, **QE-11**, No. 11 (Nov), 881.

[4] A. Migus *et al.*; *IEEE J. Quantum Electron.*, 1981, **QE-18**, No. 1 (Jan), 101.

[5] H. A. Trenchardi; «*Quantum Electronics 3*», Vol. 2, (P. Grivet, *et al.*; Dunod Editeur, Paris, 1964), 1089.

[6] C. L. Tang *et al.*; «*Physics of Quantum Electronics*», Kelley, *et al.*; McGraw Hill Book Co., New York, 1966), 280.

[7] G. Dujardin *et al.*; *Optica Acta*, 1978, **25**, No. 4 (Apr), 273.

[8] T. L. Koch *et al.*; *J. Appl. Phys.*, 1982, **53**, No. 9 (Sep), 6047.

[9] K. C. Reyzer *et al.*; *J. Appl. Phys.*, 1980, **51**, No. 12 (Dec), 6075.

[10] K. C. Reyzer *et al.*; *J. Appl. Phys.*, 1980, **51**. No. 12 (Dec), 6083.

[11] 方洪烈，傅淑芬，G. T. Moore; (1984，待发表)。

“Steady-state” pulses in laser amplifiers

Fu Shufen and Fang Honglie

(*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica*)

(Received 21 November 1983; revised 6 January 1984)

Abstract

An analytic solution for small gain to the rate equations of a lser amplifier was obtained. The conditions of getting “steady-state” pulses, and the effect of pumping on deforming of the pulses were analyzed.