

高斯型折射率分布的扩散光波导模式

石邦任 文雨水

(中国科学院长春物理研究所)

提 要

本文用一级微扰理论处理了非对称高斯型折射率分布的扩散光波导模式。得到了色散方程和模场解析表达式。

一、引 言

R. V. Schmidt 和 I. P. Kaminow^[1]首先研制的 Ti 扩散 LN 光波导的实用性颇为突出,利用此波导可作出多种功能元件和可望实际应用的整机器件。

几年来国内不少单位对 Ti 扩散 LN 光波导和器件做了大量工作。已往对 Ti 扩散 LN 光波导常常集中于传输特性的研究,对模场分布研究尚少,而光波导模场特性知识却是器件设计和提高器件性能的基础。所以对光波导模式色散特性和模场分布研究是很有意义的。

现在, Ti 扩散 LN 光波导制备工艺是成熟的,扩散机制和结构也是清楚的^[2]。Ti 扩散进入 LN 晶体,在表面外形成一混合晶体层,随表面以下 Ti 离子浓度的变化而形成渐变折射率分布的非对称光波导,而且光波导层折射率的改变随深度呈高斯型分布。

二、理 论 计 算

我们参考文献^[3,4]用微扰理论描述了高斯型折射率分布 Ti 扩散 LN 光波导。出发点是:首先以抛物线折射率分布的波方程的解作为零级微扰近似,而高斯分布作为一级微扰近似,求解其本征值和本征函数即得出波导模式色散特性和模场分布。

考虑 y 切 LN 光波导,导波沿晶体 x 方向传输,波导厚度沿 y 方向。考虑两种折射率分布形式:零级微扰近似取抛物线分布

$$n^2(y) = n_0^2 - \Delta n^2 y^2 / d^2, \quad (1)$$

一级微扰近似取高斯分布

$$n^2(y) = n_0^2 - \Delta n^2 [1 - \exp(-y^2/d^2)]. \quad (2)$$

这里, $n(y)$ 是随深度变化的波导折射率。 $\Delta n^2 = n_0^2 - n_s^2$, n_0 是表面最大折射率, n_s 是衬底折射率, d 是扩散深度。

利用 Maxwell 方程容易证明波导中场分布与时间无关部分可写成为 TE 模: $E_z = \exp(i\beta x) f(y)$, 并且振幅 $f(y)$ 满足方程

收稿日期: 1983 年 11 月 1 日; 收到修改稿日期: 1984 年 1 月 23 日

$$\frac{d^2 f(y)}{dy^2} - (\beta^2 - kn^2) f(y) = 0, \quad (3)$$

其中, β 是传播常数, $k = 2\pi/\lambda$ 是真空中波数。引入无量纲参数 $\xi_0^2 = k\sqrt{\Delta n^2}d$, $\xi = \xi_0 y/d$, 把(3)式变成

$$d^2 f/d\xi^2 - (\mu - \varepsilon) f = 0, \quad (4)$$

其中

$$\mu(\xi) = \xi_0^2 [n_0^2 - n^2(\xi)] / (n_0^2 - n_s^2), \quad \varepsilon_m = \xi_0^2 [n_0^2 (\beta/k)_m^2] / (n_0^2 - n_s^2). \quad (5)$$

这里, m 是模数, ε_m 是归一化传播常数, μ 是归一化可变折射率。可见方程(4)类似于量子力学中本征值为 ε_m 、位能为 $\mu(\xi)$ 的粒子 Schödinger 方程。利用(5)式的参数符号, 我们可以把(1)式改写为 $\mu(\xi) = \mu_P(\xi) = \xi^2$, (2)式改写为

$$\mu(\xi) = \mu_G(\xi) = \xi_0^2 [1 - \exp(-\xi^2/\xi_0^2)]. \quad (6)$$

可见在折射率抛物线分布情况下, 方程(4)同熟悉的谐振子方程一致, 所以给出传播常数的本征值

$$\varepsilon_m = 2m + 1 \quad (7)$$

和模场的本征函数

$$f_m = (2^m m! \sqrt{\pi})^{-1/2} \exp(-\xi^2/2) H_m(\xi), \quad (8)$$

其中, $H_m(\xi)$ 代表厄米函数。

为了求解高斯折射率分布情况下模式色散特性和模场分布, 我们用一级微扰理论进行计算。微扰项 $H' = \mu_G - \mu_P$, 并将(6)式作 Taylor 展开近似, $\mu_G = \xi_0^2 [1 - \exp(-\xi^2/\xi_0^2)] = \xi^2 - (\xi^4/2\xi_0^2)$, 则微扰项 $H' = -(a/\xi_0^2)\xi^4$, 其中 $a = 1/2$ 。所以, 微扰对角矩阵元为 $H'_{mm} = \int_{-\infty}^{\infty} -(a/\xi_0^2)\xi^4 f_m^2 d\xi$ 。将本征函数 f_m 代入上式, 并利用厄米函数递推公式及正交归一化条件, 可得微扰矩阵元 $H'_{mm} = (-3a/4\xi_0^2)(2m^2 + 2m + 1)$ 。于是得到相应高斯型一级微扰近似本征值

$$E_m = 2m + 1 - (3a/4\xi_0^2)(2m^2 + 2m + 1). \quad (9)$$

一级近似的本征函数为 $F_m = f_m + \sum_{n \neq m} (H'_{nm}/\varepsilon_m - \varepsilon_n) f_n$ 。其中非对角微扰矩阵元 $H'_{nm} = \int_{-\infty}^{\infty} f_m (-a\xi^4/\xi_0^2) f_n d\xi$ 。同样代入本征函数 f_m, f_n , 并利用厄米函数递推公式及正交归一化条件, 可得 $H'_{nm} = -(a/4\xi_0^2) \sqrt{m(m-1)(m-2)(m-3)} - (a/2\xi_0^2) \sqrt{m(m-1)(2m-1)^2} - (a/2\xi_0^2) \sqrt{(m+1)(m+2)(2m+3)^2} - (a/4\xi_0^2) \sqrt{(m+4)(m+3)(m+2)(m+1)}$ 。则高斯型一级微扰本征函数为

$$\begin{aligned} F_m = f_m & - \frac{(a/4\xi_0^2) \sqrt{m(m-1)(m-2)(m-3)}}{\varepsilon_m - \varepsilon_{m-4}} f_{m-4} \\ & - \frac{(a/2\xi_0^2) \sqrt{m(m-1)(2m-1)^2}}{\varepsilon_m - \varepsilon_{m-2}} f_{m-2} \\ & - \frac{(a/2\xi_0^2) \sqrt{(m+1)(m+2)(2m+3)^2}}{\varepsilon_m - \varepsilon_{m+2}} f_{m+2} \\ & - \frac{(a/4\xi_0^2) \sqrt{(m+4)(m+3)(m+2)(m+1)}}{\varepsilon_m - \varepsilon_{m+4}} f_{m+4}. \end{aligned} \quad (10)$$

由于 Ti 扩散 LN 光波导是非对称光波导, 在空气和薄膜交界处折射率变化很大, 光场衰减非常快, 所以可假定为零。因此非对称波导模近似对称波导中那些奇次模式, 对这些奇次模进行计算作为我们非对称波导的描述, 并利用非对称波导模数 M 和相应对称波导模数 m 之间的关系 $2M+1=m$, 对模数 M 重新编号。这样, 就可利用上边对称情况下的已知解来得到非对称情况下模的解。

1. 模式色散特性

(1) 抛物线分布模式色散特性

由色散方程(7)和关系式(5), 可以得到抛物线折射率分布归一化传播常数和参数 ξ_0^2 的关系式:

$$[(\beta/k)_{\text{M}}^2 - n_s^2]/(n_0^2 - n_s^2) = 1 - [(2m+1)/\xi_0^2], \quad (11)$$

其中, $m=2M+1$, $M=0, 1, 2, \dots$ 。从而可以给出抛物线型折射率分布不同模式的色散特性曲线。

(2) 高斯折射率分布模式色散特性

同样由色散方程(9)和关系式(5), 可以得到高斯折射率分布归一化传播常数和参数 ξ_0^2 的关系式:

$$[(\beta/k)_{\text{M}}^2 - n_s^2]/(n_0^2 - n_s^2) = 1 - [(2m+1)/\xi_0^2] + (3a/4\xi_0^4)(2m^2+2m+1), \quad (12)$$

其中, $m=2M+1$, $M=0, 1, 2, \dots$ 。从而可以给出高斯型折射率分布不同模式的色散特性曲线。

2. 模场分布特性

(1) 抛物线折射率分布模场

将表示式(8)重新编号, 即可得非对称波导抛物线型分布的本征函数表示式: $f_M = (2^m m! \sqrt{\pi})^{-1/2} \exp(-\xi^2/2) H_m(\xi)$, 其中, $m=2M+1$, $M=0, 1, 2, \dots$ 。由此可以得到抛物线折射率分布的不同模的场分布。

(2) 高斯折射率分布模场

同样将表示式(10)重新编号, 可得高斯分布一级微扰本征函数表示式:

$$\begin{aligned} F_M = f_m & - \frac{(a/4\xi_0^2) \sqrt{m(m-1)(m-2)(m-3)}}{\varepsilon_m - \varepsilon_{m-4}} f_{m-4} \\ & - \frac{(a/2\xi_0^2) \sqrt{m(m-1)(2m-1)^2}}{\varepsilon_m - \varepsilon_{m-2}} f_{m-2} \\ & - \frac{(a/2\xi_0^2) \sqrt{(m+1)(m+2)(2m+3)^2}}{\varepsilon_m - \varepsilon_{m+2}} f_{m+2} \\ & - \frac{(a/4\xi_0^2) \sqrt{(m+4)(m+3)(m+2)(m+1)}}{\varepsilon_m - \varepsilon_{m+4}} f_{m+4}, \end{aligned} \quad (13)$$

其中, $m=2M+1$, $M=0, 1, 2, \dots$ 。由此可得高斯折射率分布不同模的场分布。

三、讨论结果

由模色散方程(11)式可见, 对于抛物线型模折射率 $(\beta/k)_{\text{M}}^2$ 随模数 M 的增加, 其间距近乎相等, 这是抛物线折射率分布波导所固有的性质。但对于高斯型折射率分布波导, 由模

方程(12)可见,模折射率 $(\beta/k)_{\xi}^2$ 随模数 M 的增加其间距呈递减趋势。

结合Ti扩散LN光波导样品,作出抛物线折射率分布和高斯折射率分布波导的模式色散特性曲线,如图1所示。由特性曲线可见,在远离截止和低阶模情况下,抛物线折射率分布色散曲线和高斯折射率分布色散曲线相互接近。在这种情形下,抛物线型模方程解可近似作为高斯型解。

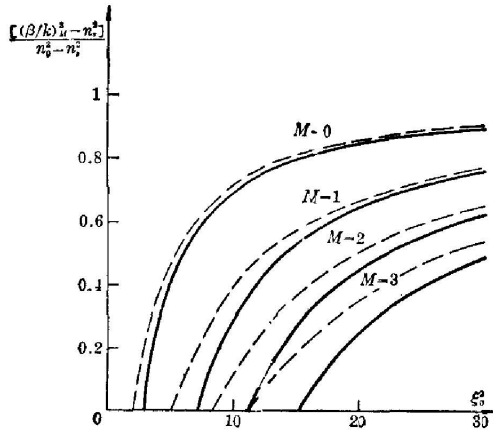


图1 模式色散特性曲线:实线抛物线分布、虚线高斯分布

Fig. 1 Mode dispersion curves. Parabolic refractive index profile (full line) and Gaussian refractive index profile (dashed line)

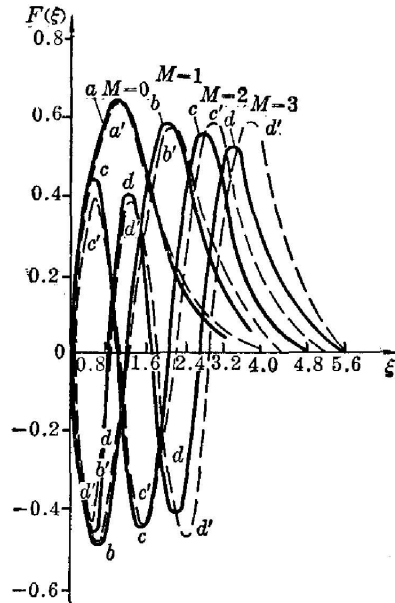


图2 模场分布:实线抛物线分布、虚线高斯分布

Fig. 2 Modal field distributions. Parabolic refractive index profile (full line) and Gaussian refractive index profile (dashed line)

我们用一级微扰近似给出了计算高斯折射率分布模场的解析式,它是厄米函数的一级修正。由表达式(13)数值计算可见,在模场的表示式中 f_{m+2} 项起主要贡献(比其它项贡献高一个量级以上)。在低阶模($M=0, 1$)情形下,只取这一项近似计算数值结果也是好的,并且模场分布与零级微扰近似差别不大。在高阶模时取 f_{m+2}, f_{m-2} 两项进行计算,即所谓“近阶模”起主要贡献。但随模阶数的增加,仅在相对深度 ξ 增大时(高阶厄米函数幅值加

表1 传播常数 $(\beta/k)_M$ 计算值
 $n_s=2.20, \Delta n_s=0.05, d=3 \mu\text{m}, \lambda=0.53 \mu\text{m}$
 Table 1 Calculated values of propagation constant
 $(\beta/k)_M$ for $n_s=2.20, \Delta n_s=0.05, d=3 \mu\text{m}, \lambda=0.53 \mu\text{m}$

模式 M	本 文		文 献 ^[5]		WKB 或光线法
	0 级 近 似	1 级 近 似	0 级 近 似	1 级 近 似	
0	2.2411	2.2415	2.2408	2.2410	2.2413
1	2.2293	2.2309	2.2304	2.2305	2.2310
2	2.2173	2.2214	2.2215	2.2213	2.2217
3	2.2053	2.2129	2.2142	2.2132	2.2137

大), f_{m+4} 项才不可忽略。结合波导样品, 图 2 表示在两种折射率分布情形下的模场分布。

本文适用于对称、非对称光波导折射率分布是抛物线型或高斯型的传播常数和模场的计算。与以前作者^[4,5]的工作相比, 我们用一级微扰理论完整地处理了高斯折射率分布扩散光波导模式, 所给出的传播常数和模场的计算公式也较简洁, 并更适用于计算, 其结果也是很准确的(见表 1)。

参 考 文 献

- [1] R. V. Schmidt, I. P. Kaminow; *Appl. Phys. Lett.*, 1974, **25**, No. 8 (Oct), 458.
- [2] K. Sugii, M. Fukuma and H. Iwasaki; *J. Mater. Sci.*, 1978, **13**, No. 3 (Mar), 523.
- [3] D. Marcuse; «*Light Transmission Optics*», (Van Nostrand Reinhold Co., New York, 1972), 263.
- [4] I. Savatinova, E. Nadjakov; *Appl. Phys.*, 1975, **8** No. 3 (Nov), 245.
- [5] A. Kumar E. Khular; *Opt. Commun.*, 1978, **27**, No. 3 (Mar) 349.

Modes in the diffused optical waveguides with Gaussian index profile

SHI BANGREN AND WEN YUSHUI

(Changchun Institute of Physics, Academia Sinica)

(Received 1 November 1983; revised 23 January 1984)

Abstract

Modes in diffused optical waveguides with an asymmetrical Gaussian refractive index profile are treated by perturbation method in this paper. The first order perturbational approximate modal field analytical expression and a dispersion equation are obtained.