

莫尔投影法产生相位体的等位线条纹

刘 立 人

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

提 要

基于莫尔效应,本文提出了一种利用白光面光源进行双编码栅反向投影,以等位线条纹的形式测量物体相位变化的新方法。详细分析了编码栅函数与等位线类型或背景条纹之间的关系,讨论了离焦效应和结构参数选择,最后给出了实验结果以及可能的应用,显然在许多情况下具有为光学干涉法所没有的独特优点。

用光学的方法研究相位物体一直是一个重要的课题。已有两种方法得到广泛的应用:一种基于光的干涉,如干涉仪;另一种基于光的衍射,如相位相衬法。近来,利用非相干光,以等位线条纹的形式来分析相位物体已引起注意。一种方法是利用莫尔效应,其最早是用于测量折射率^[1],后有载频花样照相方法^[2,3],或者以平行光照明,并用两个有一定夹角的朗奇光栅解调^[4]。另外还有用傅里叶滤波^[5,6]和直接相关积分运算法^[7]。用非相干光方法的特点是:能直接产生相位变化率的等位线条纹图,测量灵敏度较低,但是可有很大的变化范围,因此特别适用于不能用光学干涉法的较强相位变化的物体。

上述几种莫尔方法中,双朗奇光栅法需要平面波照明,而且只限于产生类似横向剪切干涉的效应,而在莫尔载频照相法中由于成像质量限止等因素,不易实现实时观察。基此,本文提出一种用非相干面光源对物体进行双编码栅反向投影得到相位变化率的莫尔等位线条纹的新方法。它能象载频照相法那样采用非相干面光源,而又具备双朗奇光栅法实时观察的优点。同时又可以应用不同的编码板取得不同的相位变化率等位线条纹以及不同的背景条纹。由于这种方法装置简单,价格低廉,稳定和调整要求低而适合于较恶劣的环境条件,因此可期望有多种实践意义的应用。

一、原 理

如图1所示,白光面光源先后通过编码栅1和2照明被测物体。在成像透镜焦面的光轴位置上放置小孔滤波器,物体通过透镜和小孔成像于观察屏上。由于物体的相位变化,在物体像上将产生与相位变化率有关的莫尔等位线条纹。

我们用反向投影进行简单的数学分析。如图1所示,由于小孔滤波作用,物体在观察屏上的像点都是来自通过该物点平行于光轴的光线(图中虚线所示),物像上各点的光强度,即为由该平行光线经物体折射后通过编码栅2和1至照明源所得到的(图中破折线表示折射后的光线)。

为简便起见,假设编码栅是余弦强度透过率分布

$$T(x, y) = 1/2 + (1/2) \cos 2\pi F(x, y), \quad (1)$$

其中 $F(x, y)$ 为编码核,当 $F(x, y) = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 时产生透过率峰值。

物体的相位变化 $\phi(x, y)$ 可以直接用光线的折射角 $\alpha(x, y)$ 来表示,它们之间有 $\alpha(x, y) = (\lambda/2\pi) \text{grad } \phi(x, y)$ ^[6] 关系。由于系统的灵敏度较低,在白光照明下折射偏转角的色散可忽略^[6],而且用偏转角代表相位变化率可以避免必须在给定波长下说明相位变化的限止。

物体对光线的偏转角亦可记作分量表达式

$$\alpha(x, y) = \alpha_x(x, y) \mathbf{i} + \alpha_y(x, y) \mathbf{j}. \quad (2)$$

可以看出,由于物体的折射,相应于某物点在编码栅 2 上的位置是 $x_2 = a\alpha_x(x, y) + x$, $y_2 = a\alpha_y(x, y) + y$ 。其透过率即为

$$T_2 = 1/2 + (1/2) \cos 2\pi F_2[x + a\alpha_x(x, y), y + a\alpha_y(x, y)]. \quad (3)$$

同样,该物点经折射后相应于编码栅 1 的透过率为

$$T_1 = 1/2 + (1/2) \cos 2\pi F_1[x + (a+b)\alpha_x(x, y), y + (a+b)\alpha_y(x, y)]. \quad (4)$$

显然,物体像的光强为

$$I(x, y) \propto T_1 T_2 = (1/4) [1 + \cos 2\pi F_1 + \cos 2\pi F_2 + (1/2) \cos 2\pi (F_1 + F_2) + (1/2) \cos 2\pi (F_1 - F_2)]. \quad (5)$$

乘法运算产生频谱变换,得到了和频项和差频项,在光学上就表示为莫尔条纹。一般条件下差频项的空间频率较低,通过人眼的低通滤波作用能明显地被显示出来。

我们可以简单地用莫尔核 $M(x, y)$ 表示差频莫尔条纹,即 $M(x, y) = F_1 - F_2$ 。当 $\alpha(x, y)$ 较小时,编码核 F 可用泰勒级数展开,取一级近似,有

$$M(x, y) = F_1(x, y) - F_2(x, y) + \left[\frac{\partial F_1(x, y)}{\partial x} (a+b) - \frac{\partial F_2(x, y)}{\partial x} a \right] \times \alpha_x(x, y) + \left[\frac{\partial F_1(x, y)}{\partial y} (a+b) - \frac{\partial F_2(x, y)}{\partial y} a \right] \alpha_y(x, y).$$

同时,编码核 $F(x, y)$ 的等值线族的梯度函数为

$$\mathbf{f}(x, y) = \text{grad } F(x, y) = \frac{\partial F(x, y)}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial F(x, y)}{\partial y} \mathbf{j}.$$

上述莫尔核可以简化为

$$M(x, y) = [F_1(x, y) - F_2(x, y)] + \{b\mathbf{f}_1(x, y) + a[(\mathbf{f}_1(x, y) - \mathbf{f}_2(x, y))] \cdot \alpha(x, y)\}. \quad (6)$$

由(6)式可见,莫尔核由两部分所组成:前一项 $[F_1 - F_2]$ 记作 $M_0(x, y)$,表示由两种编码栅花样产生的第三种以莫尔条纹形式呈现的新花样,它构成在观察屏上出现的系统的背景条纹。后一项记作 $M_s(x, y)$,表示偏转角 α 的分布,首先以一定形式与编码函数相互作用,然后引起背景条纹的相应变化而反映出物体偏转角,即相位变化率的变化信息。

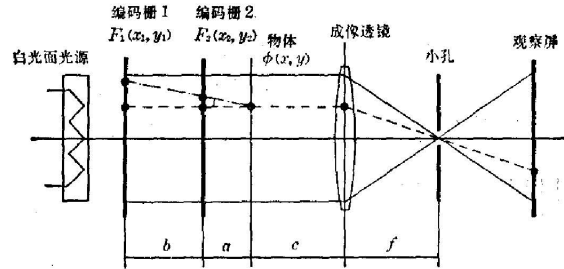


图 1 原理结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the system

二、偏转角信息和编码板函数的关系

下面我们将分三种情况来讨论(6)式所含的物理意义:

1. 两编码栅函数相同

这时 $F_1 = F_2 = F$ 。显然(6)式为

$$M(x, y) = M_s(x, y) = b\mathbf{f}(x, y) \cdot \boldsymbol{\alpha}(x, y)。 \quad (7)$$

偏转角被编码函数调制,且不存在背景条纹,下面我们采用图2所示的最常用的两种编码花样函数来进行分析。

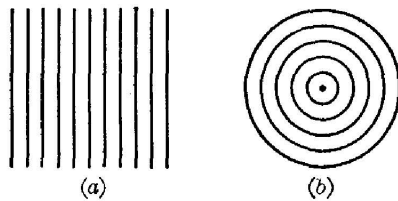


图2 两种典型的编码栅花样

Fig. 2 Two typical patterns of masks

(1) 当编码栅为平行光栅状时[图2(a)], $F(x, y) = x/d$, 其中 d 为间隔。这时

$$\mathbf{f}(x, y) = (1/d)\mathbf{i}。 \quad (8)$$

相应地得到莫尔核为

$$M(x, y) = (b/d)\alpha_x(x, y)。 \quad (9)$$

当 $M(x, y) = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 时产生莫尔等位线条纹,即 α_x 将产生角间隔为 d/b 的等位线。在偏转角 x 方向上的分量产生了莫尔等位线条纹,也等效于横向剪切干涉。

(2) 当编码栅为等间隔同心圆环时[图2(b)],有 $F(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}/\Delta r_0$, 其中 Δr_0 是圆环之间的间隔。这时

$$\mathbf{f}(x, y) = (\cos\theta/\Delta r_0)\mathbf{i} + (\sin\theta/\Delta r_0)\mathbf{j}。 \quad (10)$$

因此,莫尔核为

$$M(x, y) = (b/\Delta r_0)\alpha(x, y)\cos(\theta - r), \quad (11)$$

其中 θ 为极坐标系中的极角, r 是偏转角矢量 $\boldsymbol{\alpha}$ 在 x 方向上的方向角。在这种情况下,产生偏转角沿中心轴方向上投影的等位线莫尔条纹,等位线间隔表示的偏转角间隔为 $(\Delta r_0/b)$, 相当于径向剪切干涉。

(3) 这里再考虑较为复杂的编码栅花样。例如图3所示等间距双椭圆编码栅,其方程为 $F(x, y) = (1/k)(\sqrt{x^2 + y^2} - M|x|)$, 其中 $M < 1$ 。以第一和第四象限计算(其它两象限可以对称求出),我们有

$$\mathbf{f}(x, y) = (1/k)[(\cos\theta\mathbf{i} + \sin\theta\mathbf{j} - M\mathbf{i})]。 \quad (12)$$

\mathbf{f} 的前一项相当于使用等圆环编码栅,后一项相当于垂直于 x 方向的平行光栅。产生偏转角沿中心轴投影与其在 x 方向上分量之差的莫尔等位线条纹,具有径向与横向之差的剪切干涉相等效的效应。

当然可设计成其它各种函数的编码栅以取得各种各样的偏转角信息。

2. 两编码栅花样不同,物体紧靠第二编码板

这时 $F_1 \neq F_2$, $a = 0$, 莫尔核为

$$M(x, y) = F_1(x, y) - F_2(x, y) + b\mathbf{f}(x, y) \cdot \boldsymbol{\alpha}(x, y)。 \quad (13)$$

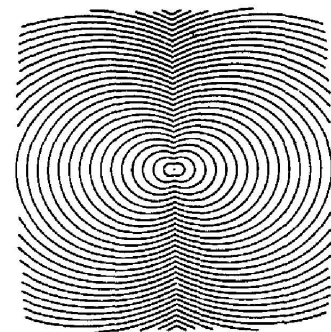


图3 双椭圆编码栅花样

Fig. 3 Mask pattern of double ellipses

在这种情况下, 尽管两块编码栅花样不同, 但是偏转角还仅仅受编码栅 1 所控制。不过目前出现了由两编码栅组成的 M_0 背景莫尔条纹, 从而得到物像带有背景条纹的等位线莫尔条纹图。方便的是可以只改换编码栅 2 来得到不同形式图案的背景条纹, 或者改变背景条纹的密度。

关于两种不同的二维花样产生莫尔花样的问题, 对于常用几种函数已有详细讨论^[8,9]。

3. 两编码栅花样不同, 物体不紧靠第二编码板

这时 $F_1 \neq F_2$, $a \neq 0$ 。式(6)完整地叙述了莫尔等位线条纹。这里值得注意的是可以用两种具有不同作用的编码栅合成出一种同时具有两种作用的新的作用形式。例如编码栅 1 为平行栅, 编码栅 2 为等圆栅, 这种情况与使用图 3 的双椭圆编码栅的实践效果一致。

三、离焦效应和主要结构参数讨论

当小孔沿光轴离焦移动时将产生一些有意义的效应。如图 4 所示, 令小孔位置移动量为 Δ 。这时照明光经过物体后具有一定曲率半径的球面波才能得以通过。由透镜定律求出这个球面波的中心位置应当位于 $S = (f^2/\Delta) - f$ 。这相当于在物面上偏置一个二次项因子, 它的等效焦距为

$$f_a = S + c = c - f + (f^2/\Delta)。 \quad (14)$$

显然, 这相当于在物体偏转角上附加一个线性偏转角因子 $(xi/f_a) + (yj/f_a)$ 。二次项光偏置是很有用的, 变化离焦量可以改变物像上的条纹分布,

进行简单而精确的定量测定。同时也能产生或改变背景条纹, 进而当 $c=f$ 时, 即物体正确位于透镜前焦面上时, $f_a = f^2/\Delta$ 。附加线性偏转角与离焦量成线性正比。

下面讨论系统的主要结构参数选择。由分析可见, 编码栅周期愈小和编码栅之间距离愈大, 则可以测量的最小偏转角也愈小。事实上由于编码栅的衍射以及滤波小孔的有限口径使得系统不能以投影几何光学描述, 这限制了可测最小偏转角。现考虑如下:

(1) 使两编码栅相互间在衍射近区范围内, 保证几何光学为主。宽度 $d/2$ 的狭缝经距离 b 后的衍射发散为 $2b\lambda/d$, 使它小于缝宽则有

$$b < d^2/4\lambda。 \quad (15)$$

(2) 使编码栅缝宽相对于小孔滤波器口径的衍射效应可以忽略, 同样有

$$d_p > 2\lambda f/d, \quad (16)$$

其中 d_p 为滤波小孔直径。

(3) 在分析中已假设滤波小孔为点函数。当滤波小孔有一定口径时, 由编码栅 1 上任意点发出而最终能通过此小孔的光线经过编码栅 2 时已具有一定面积。合理地以这种扩散不超过编码栅的缝宽为判据; 编码栅缝宽为 $d/2$ 相对于编码栅之间距离 b 的视角为 $d/2b$, 它在透镜焦面上产生发散 $df/2b$, 使其小于滤波孔直径, 因而

$$d_p < df/2b。 \quad (17)$$

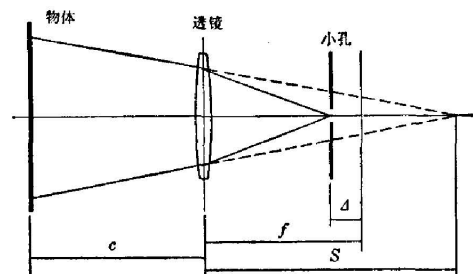


图 4 离焦效应

Fig. 4 Effect of misfocusing displacement

四、实验和应用

实验例子采用两个平行光栅, 它们的周期相同, 但平行栅方向分别与 y 轴相交 β 角, 即 $F_1(x, y) = (x/d) \cos \beta + (y/d) \sin \beta$ 。当 β 较小时, 莫尔核为

$$M(x, y) = (2y/d) \sin \beta + (b/d) \alpha_x(x, y) \quad (18)$$

平行栅产生偏转角 α 方向上的等位线, 背景条纹为方向平行 x 轴和平行条纹, 其周期为

$$P = d/2 \sin \beta \quad (19)$$

在这种情况下, 条纹在 y 方向上移动 ΔY 量时所对应的偏转角为

$$\alpha_x = d\Delta Y / Pb \quad (20)$$

为证明定量结果, 下面以透镜作为被测物体, 透镜是二次项相位, 偏转角简单地有

$$\alpha_x = -x/f_{0b} \quad (21)$$

其中 f_{0b} 为被测透镜的焦距。由式(18), 当 $\beta=0$ 无背景条纹时 $|f_{0b}| = b\Delta x/d$, 其中 Δx 为莫尔条纹间隔。

在有背景条纹情况下, 被测透镜产生背景条纹的偏转。由式(18)和(21)得其斜率为

$$dy/dx = b/2 \sin \beta f_{0b} \quad (22)$$

图5照片显示实验结果, 系统采用 $f=200$ mm, $d_p=0.5$ mm, $b=40$ mm, $d=1.1$ mm, $\beta=8^\circ$ 以及 $P=4$ mm, 被测物是双焦镜片, 其中小镜片焦距 $+200$ mm, 大镜片 $+550$ mm。图5(a)所示为背景莫尔条纹。图5(b)显示了镜片中莫尔条纹的倾斜, 相应为 15° 和 36° 左右, 与式(22)计算一致。当小孔滤波器向离开成像透镜方向移动时, 将对被测透镜产生附加二次项光偏置, 它起负透镜作用。如图5(c)所示, 在适当的移动量下, 被测镜片中的大镜片部分得到完全抵消, 故出现类似图5(a)中的水平莫尔条纹。小镜片部分由于焦距短, 仅被抵消一部分, 所以仍保留有倾斜莫尔条纹, 但倾角明显减少。由于负透镜效应的偏置, 背景条纹发生倾斜, 并可观察到倾斜方向刚好相反, 而且其角度等于大镜片部分原有的角度值。图5(d)显示了 $\beta=0$ 情况下无背景条纹的被测镜片像, 镜片中莫尔条纹的不平直说明该镜片存在着严重的球差, 这也是引起其它两张照片中镜片莫尔条纹不平直的原因。

显然这种新方法可以用于风动实验, 火焰温度分布测量, 光学元件测试, 液面分析, 气体和液体折射率测量等等。

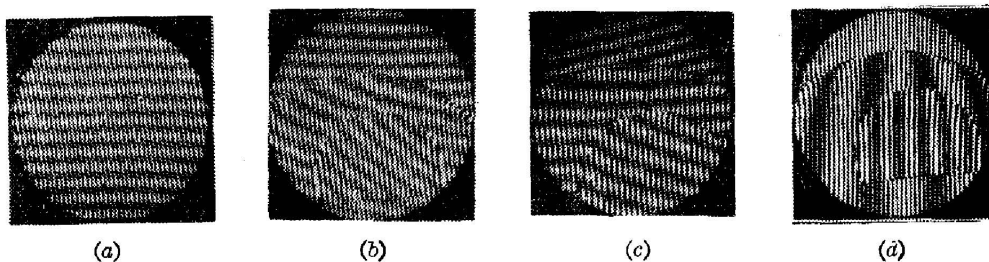


图5 双焦透镜的测试实验

Fig. 5 Experiments of a bifocus lens

(a) Background fringes; (b) Moiré pattern of the tested bifocus lens; (c) Moiré pattern of the same lens as (b) with misfocusing of the pinhole; (d) Moiré pattern of the same lens as (b) in the condition without background fringes

五、结 语

本方法基于投影几何光学,其特点为:以等位线条纹测量物体相位变化引起的折射偏转角分布;结构简单且用普通白炽光源;测量灵敏度较低并有较大的变化范围;改变灵敏度方法简单,例如可改变编码栅密度,两编码栅之间距离或者物体位置;更换编码栅花样能得到不同种类的等位线系统和背景条纹;滤波小孔的离焦沿轴移动可产生附加二次项相位因子光偏置,能用于精密测量。

由于使用了小孔滤波器,成像光通量较小,这一问题可视具体情况不同而加以改善,例如实验中所述系统,因采用了两块平行光栅,故滤波小孔可用狭缝代替,相应地大大增加了像的亮度。

参 考 文 献

- [1] Y. Nishijima, G. Oster; *J. Opt. Soc. Am.*, 1964, **54**, No. 1 (Jan), 1.
- [2] C. P. Grover, *et al.*; *Opt. Comm.*, 1971, **3**, No. 3 (May), 181.
- [3] 刘立人;《物理》, 1981, **10**, No. 9 (Sep), 563.
- [4] O. Kafri; *Opt. Lett.*, 1980, **5**, No. 12 (Dec), 555.
- [5] 刘立人;《光学学报》, 1981, **1**, No. 3 (May), 215.
- [6] L. Liu; *Appl. Opt.*, 1982, **21**, No. 15 (Aug), 2817.
- [7] L. Liu; *Appl. Opt.*, 1983, **22**, No. 9 (Oct), 3024.
- [8] G. Oster, M. Wasserman, O. Zwerling; *J. Opt. Soc. Am.*, 1964, **54**, No. 2 (Feb), 169.
- [9] 刘立人等;《激光》, 1981, **8**, No. 2 (Feb) 27.

Contour-Mapping of phase objects on Moiré shadow-casting

LIU LIREN

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

(Received 11 October 1983; revised 12 December 1983)

Abstract

Based on the Moire effect in shadow-casting of two coded masks a new kind of optical method is proposed to map phase variation on the object image with an extended incoherent illumination. Detailed analyses are given to the relations between the functions of masks and the systems of contourlines or the background fringes. The misfocusing effect and the evaluation of the configuration parameters are discussed. It is shown that this technique has advantages over interferometry.