

同时实现极坐标变换和径向对数坐标变换的光学方法

平子良 徐大雄
(山西车用发动机研究所) (北京邮电学院)

提 要

本文介绍一种用一维函数坐标变换光学系统,同时实现极坐标变换和径向对数坐标变换的光学方法,给出了实验结果。讨论了在位移、旋转和比例畸变情况下实现不变光学相关的可能方案。

在空不变光学模式识别系统中,物函数相对于参考函数发生畸变,则物函数的谱分布也不同于参考函数的谱分布,因而相关峰值和信噪比都会降低,但是物函数的坐标平移并不影响谱分布。对于物函数的比例畸变和旋转畸变已经分别有全息滤波器^[1]和光纤转换器的方法实现了对数变换和极坐标变换来消除其影响。如果物函数相对于参考函数既有比例畸变,又有旋转畸变,则需要同时实现径向对数变换和极坐标变换。同时实现两种变换的电子学方法已有报导^[2]。我们这里提出一种能同时实现两种变换的光学方法。

一、一维函数坐标变换光学系统

在图1所示的光学系统中,柱面透镜 L_1 将平行光聚焦照明输入平面 P_0 沿 x 轴放置的输入函数 $f(x)$, 柱面透镜 L_2 和球面透镜 L_3 使 $f(x)$ 在 P_1 平面沿 x 轴方向成像, 沿 y 轴方向扩展。在 P_1 平面放置脉冲响应 $h(x, y) = \delta[x - D(y)]$ (这是一条沿曲线 $x = D(y)$ 的狭缝), 与扩展的 $f(x)$ 相乘, 然后经 L_4 (球面透镜) 和 L_5 (柱面透镜) 的变换, 在 P_2 平面沿 x 轴方向作傅里叶变换, 沿 y 轴方向成像。在 P_2 平面 x 轴零频处放置沿 y 轴的竖直狭缝截取, 则得到输出为

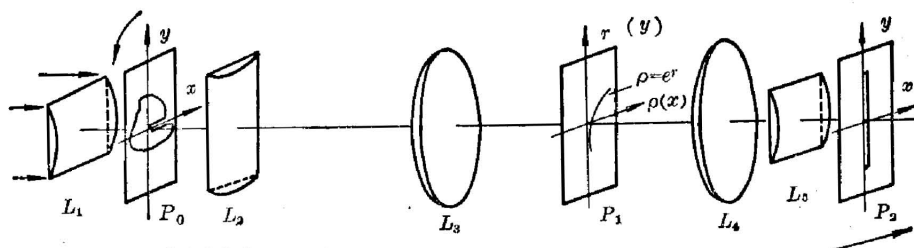


图1 一维函数坐标变换光学系统

Fig. 1 The coordinate transfer optical system for one-demention signals

$$g(y) = \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta[x - D(y)] \exp(-i2\pi\nu_x x) dx \right\}_{\nu_x=0} = f[D(y)]。$$

这样就实现了一维函数的坐标变换^[8]

$$g(y) = f[D(y)]。 \quad (1)$$

当 $h(x, y) = \delta(x - e^y)$ 时, 则可实现对数变换^[8]

$$g(y) = f(e^y)。 \quad (2)$$

二、同时实现极坐标变换和径向对数变换

二维物函数相对于参考函数既有旋转畸变, 又有比例畸变, 为了同时消除二者的影响, 则需要同时实现极坐标变换和径向对数变换。而二维函数的比例畸变, 只相当于径向的放大缩小(即径向的比例畸变), 因而只要作径向的一维对数变换就可以了。旋转畸变只影响 θ 方向, 比例畸变只影响 r 方向。

同时实现极坐标变换和径向对数变换的光路仍如图 1 所示。不同的是输入平面 P_0 能绕主光轴旋转扫描, 输出平面 P_2 能在 x 轴方向平移扫描, 而且旋转和平移同步进行。在 P_1 平面放置对数狭缝 $\rho = e^r$ 。

设 P_0 平面放置输入函数 $f(x, y)$, 当 P_0 旋转到某一确定角度 θ 时, 则聚焦亮线照明 $f(x, y)$ 沿 θ 角方向的一条线。这条线上至原点(旋转中心、主光轴)的距离记作 ρ , 那么 $f(x, y)$ 在这条线上的变化可以看做是 ρ 的一维函数, 记为

$$f(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta) = F(\rho, \theta)。 \quad (3)$$

上式通过光学系统作径向的对数变换

$$g(r, \theta) = \left[\int_{-\infty}^{\infty} F(\rho, \theta) \delta(\rho - e^r) \exp(-i2\pi\nu\rho) d\rho \right]_{r=0} = F(e^r, \theta) = F_1(r, \theta)。 \quad (4)$$

这样, 二维函数 $f(x, y)$ 的每一个角度对应的一维径向函数, 都经过对数变换, 在输出平面有一条相应的直线上变化的函数与之对应。当输入平面 P_0 旋转 2π 角度, 输出平面 P_2 沿 x 轴相应地同步平移一段距离, 并做光强记录, 就同时实现了极坐标变换和径向对数变换。

如果 $f(x, y)$ 的比例畸变函数 $f'(x, y) = f(ax, ay)$ 相对于 $f(x, y)$ 又转过一角度 θ_0 , 那么 $f'(x, y)$ 经极坐标变换为

$$f'(x, y) = f(x', y') = f[a\rho \cos(\theta - \theta_0), a\rho \sin(\theta - \theta_0)] = F(a\rho, \theta - \theta_0)。 \quad (5)$$

再对(5)式作如(4)式所示的对数变换, 则得

$$g'(r, \theta) = F(ae^r, \theta - \theta_0) = F(e^{r+\ln a}, \theta - \theta_0) = F_1(r + \ln a, \theta - \theta_0)。 \quad (6)$$

比较(4)式和(6)式, 旋转畸变, 比例畸变函数 $f'(x, y) = f[a\rho \cos(\theta - \theta_0), a\rho \sin(\theta - \theta_0)]$ 和参考函数 $f(x, y)$ 经极坐标变换和径向对数变换, 在新坐标平面 (r, θ) 内, 具有相同的函数形式, 而发生的坐标平移量分别为 $-\ln a$ 和 θ_0 。

实验中机械扫描要满足以下要求:

(1) 输入平面 P_0 旋转和输出平面 P_2 平移必须同步, 而且 P_2 平移速度要保证变换以

后信息不重叠。如果旋转和平移是连续进行的,必须足够缓慢,以保证输出信号能被记录下来。

(2) 旋转扫描时,必须保证物函数的坐标原点(实际上是物函数和参考函数的相似中心)与主光轴(即旋转中心)重合。否则,旋转时有的物点重复扫描,有的物点扫描不到,于是,呈现比例畸变两函数变换以后具有相同的函数形式,如图 2 所示。

(3) 上述第 2 点要求,是本系统的一个严重不足,这样就失掉光学系统平移不变性的优点。为了克服这种不足,把图 1 所示的光路,改成如图 3 所示的光路。

在图 3 所示的光路中,输入平面 P_0 上的物函数,经球面透镜作二维傅里叶变换,在 P_1 平面上得到谱分布。按照傅里叶变换相似定理,两个物函数比例相似,则它们的谱也比例相似,不过缩小 α 倍的物函数,其谱反而放大 α 倍。而物函数旋转某一角度时,谱也旋转相同的角度。在 P_1 平面水平放置一直线狭缝,当物平面旋转时,物谱在 P_1 平面也旋转,由直线狭缝截取的一条直线,经后面的系统作对数变换,如前面所述。由于物函数的坐标平移并不影响谱的分布,只增加一相位因子,因此,采用这样的系统,可以消除平移、旋转和比例畸变的影响。

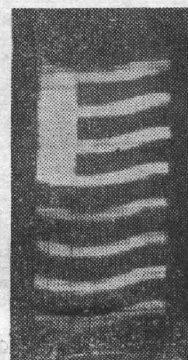


图 2 物函数原点与主光轴不重合时的变换结果

Fig. 2 The transfer result of the original point of object function which is not coincide with the main optical axis

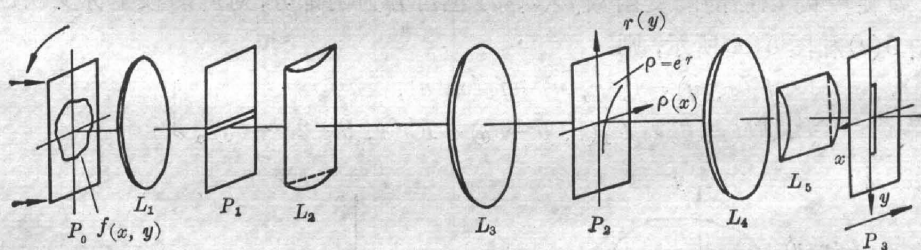


图 3 平移、比例和旋转畸变不变光学系统

Fig. 3 Invariant optical system under the conditions of shift, scale and rotation deformations

三、实验结果

采用图 1 所示的光学系统。用作物函数和参考函数的两个目标分别是一组等间距同心圆环条纹。它们的外径比是 3:2,一个在第一象限有 90° 缺口,一个在第四象限有 90° 缺口,如图 4(a)和图 4(c)所示。用本文所叙述的方法同时实现极坐标变换和径向对数变换,其变换结果分别如图 4(b)和图 4(d)所示。

在变换结果中纵向是 r 方向,我们看到等间距的条纹经对数变换以后成为不等间距且条纹宽度也不等的条纹;横向是 θ 方向,我们看到物函数的旋转,经变换后转化为 θ 方向的坐标平移。下面简要分析畸变转角 θ_0 对极坐标变换后坐标平移量的影响。

在图 5 中,为了分析方便起见,把 $f(x, y)$ 分成两部分,其中 $f_2(x, y)$ 的张角 θ_0 如图 5(a)所示。经极坐标变换以后的函数 $F(r, \theta)$ 也分为两部分, $F_1(r, \theta)$ 与 $f_1(x, y)$ 对应,

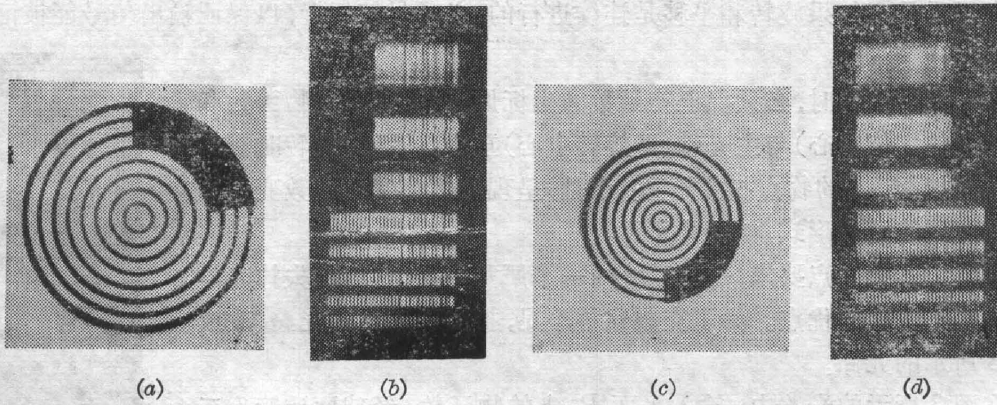


图 4 同时实现极坐标变换和径向对数变换的结果

Fig. 4 The experimental result of simultaneously completing polar coordinate and logarithmic transfer

(a) reference function; (b) transfer result of reference function; (c) object function; (d) transfer result of object function

$F_2(r, \theta)$ 与 $f_2(x, y)$ 对应, 如图 5(b) 所示, 则得

$$\left. \begin{aligned} f(x, y) &= f_1(x, y) + f_2(x, y), \\ F(r, \theta) &= F_1(r, \theta) + F_2(r, \theta). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$f(x, y)$ 旋转 θ_0 以后的畸变函数 $f'(x, y)$ 也可分为两部分, 对应的极坐标变换也分为两部分, 如图 5(c) 和图 5(d) 所示, 则

$$\left. \begin{aligned} f'(x, y) &= f'_1(x, y) + f'_2(x, y), \\ F'(r, \theta) &= F'_1(r, \theta - \theta_0) + F'_2(r, \theta + 2\pi - \theta_0). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

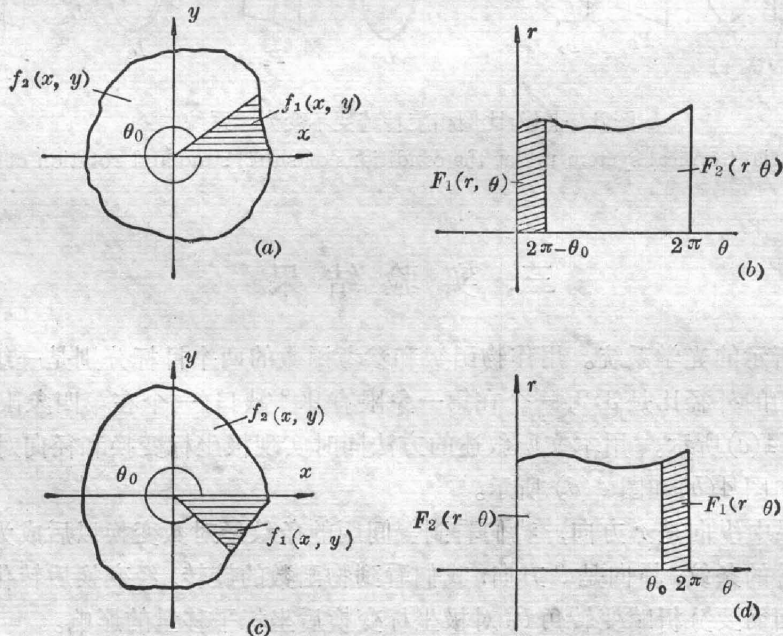


图 5 转角 θ_0 对坐标平移量的影响

Fig. 5 The influence of rotated angle θ_0 on coordinate shift

比较(11)式和(12)式可见,极坐标变换对两部分位移影响是不同的, $F'_1(r, \theta - \theta_0)$ 平移了 θ_0 ,而 $F'_2(r, \theta + 2\pi - \theta_0)$ 平移了 $-(2\pi - \theta_0)$ 。因而其相关峰值点在 θ 方向有两个相关亮点。

另外,由于柱面透镜聚焦的照明亮线总是具有一定的宽度,因而当物函数扫描时,对于中心部分和远离中心的部分扫描精度是不同的,中心部分的物点可能被多次重复扫描,变换结果互相掩盖,而远离中心部分的物点则可比较清楚地分辨开来。

四、小 结

本文提出的变换系统是一扫描系统,不能进行平行实时处理。但它把极坐标变换和对数变换结合在一起,一次完成,如果采用实时记录材料,则有可能实现实时的平移,比例和旋转畸变不变相关检测。

参 考 文 献

- [1] 刘泓,王本等;《北京邮电学院学报》,1982, No. 1 (Jan), 1.
- [2] D. Casasent, D. Psaltis; *Appl. Opt.*, 1976, **15**, No. 7 (Jul), 1795.
- [3] D. Psaltis, D. Casasent; *Appl. Opt.*, 1977, **16**, No. 8 (Aug), 2288.

Optical method for completing simultaneously polar coordinate transfer and radial logarithmic transfer

PING ZILIANG

(Shang Xie Vehicle Engine Institute, Datong)

XU DAIXIONG

(Beijing Posts and Telecommunication Institute)

(Received 4 June 1983; Revised 3 October 1983)

Abstract

In this paper an optical method for completing polar coordinate transfer and radial logarithmic transfer simultaneously by means of one-dimension function coordinate transfer optical system has been introduced. The experimental result has been given. The possible scheme of completing invariant optical correlation in conditions of shift and rotation and scale deformations has been discussed.