

对撞脉冲锁模光学谐振腔的分析

方洪烈

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

提 要

本文对适用于对撞脉冲锁模的环型谐振腔进行了普遍地、严格地讨论。第一次给出了严格的解析解。

近年来由于对撞脉冲锁模技术的出现^[1~3]已使得超短脉冲激光由微微秒缩短到毫微微秒量级。影响缩短脉宽的主要因素——色散^[4,5]在此种技术中已被减到最小。因为此种激光器中包含有两个染料流束,为了提高器件的效率要求光束在染料上高度集中。此外对撞脉冲锁模又要求此二染料流束的距离为环型腔长的 $1/4$ ^[6]。这样便对谐振腔提出了一定的要求。如何设计和调整一个合适的谐振腔是一个很重要的问题。虽然几位作者^[7,8]对此问题做过初步的探讨,但是因为他们所用的近似过于粗糙,以致于所得到的解析结果误差太大而不可信。本文拟对此问题做普遍地、严格的讨论,并给出严格的解析结果。这无疑是十分有用的。

从理论上讲无论是驻波腔(普通的腔)还是行波腔(环型腔)都可以实现对撞脉冲锁模,但权衡上面对腔的要求,环型腔是十分优越的。虽然已有人利用高超的技术实现了驻波腔的对撞脉冲锁模^[9],但大多数的实验均是用环型腔完成的。故本文只讨论环型腔的问题。其方法同样适用于驻波腔的讨论。

一、环型腔的正反向传播模式

对撞脉冲锁模激光器中两个对撞的脉冲在驻波腔中是由同一个模提供的,但在环型腔中则是由两个传播方向相反的不同模提供的。为此我们先来研究一下环型腔中正反向传播模式的差异。关于这一问题文献^[10]已作了讨论。这里引用一些结果。例如对于如图1(a)

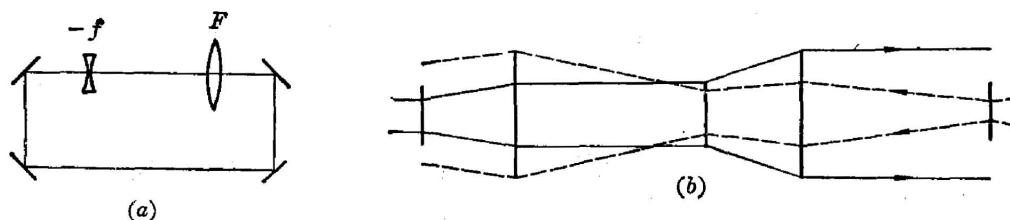


图1 不稳定环型腔的模式

Fig. 1 Modes of a unstable resonator

(a) confocal system; (b) CGW and OW optical path

所示的环型不稳定腔,它的正反向传播模式如图 1(b) 所示。由此图我们可以清楚地看出此二模式的差别。

稳定腔与不稳定腔很不相同,即在任何条件下,其正反向传播模式永远是相同的。为简便计,我们用谐振腔的几何光学理论来讨论这一问题。在几何光学理论中,模是用“光线汇”来表征的。对于任意一个谐振腔来说,某一给定参考平面上的变换矩阵 D 可表示为

$$D = \begin{pmatrix} A & B \\ \varphi & C \end{pmatrix}. \quad (1)$$

它的特征根 M 是

$$M = \frac{1}{2}(A+C) \pm \sqrt{\frac{1}{4}(A+C)^2 - 1}. \quad (2)$$

在此参考平面上光线汇的特征参量 R 是^[11]

$$R = \frac{M-C}{\varphi} = \frac{A-C \pm \sqrt{(A+C)^2 - 4}}{2\varphi} = \frac{B}{M-A} = \frac{-2B}{A-C \pm \sqrt{(A+C)^2 - 4}}. \quad (3)$$

对于环型腔内同一参考平面上的反向传播变换矩阵 D' ,按光路可逆定理可知它为 D^{-1} ,即

$$D' = \begin{pmatrix} A' & B' \\ \varphi' & C' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C & -B \\ -\varphi & A \end{pmatrix}. \quad (4)$$

因而在同一参考平面上反向传播光线汇的特征参量 R' 由矩阵 D' 给出,

$$R' = \frac{M-C'}{\varphi'} = \frac{A-C \mp \sqrt{(A+C)^2 - 4}}{2\varphi} = \frac{B'}{M-A'} = \frac{-2B}{A-C \mp \sqrt{(A+C)^2 - 4}}. \quad (5)$$

对于不稳定腔来说,(3)、(5)式中的根式是实数。因此 $A-C + \sqrt{(A+C)^2 - 4}$ 和 $A-C - \sqrt{(A+C)^2 - 4}$ 给出不同的结果。所以它的正反向传播模是不同的。对于稳定腔来说,(3)、(5)式中的根式是虚数。 $A-C$ 是相同的,它给出相同的波面曲率半径,而 $\pm \sqrt{(A+C)^2 - 4}$ 给出相同的光束斑点尺寸,符号的差别意味着光的传播方向相反。这就是说正反向传播模式是相同的,即正反向模的束腰重合在一起。这正是我们所需要的。它自然地保证了正反向模在染料上的光斑相同。从这一点来看稳定腔比不稳定腔优越得多。

二、谐振腔的稳定性

谐振腔稳定性的定义是清楚的,即当它的谐振腔变换矩阵的迹满足如下条件

$$|A+C| < 2. \quad (6)$$

时腔是稳定的^[12]。

对撞脉冲锁模的环型腔,腔内一定包含有两个极小的束腰,且相距为环型腔总长的 $1/4$ 。这样的谐振腔至少要由四个球面反射镜和若干个平面反射镜构成。因为平面反射镜对环型腔变换矩阵的贡献是一个单位矩阵,因此环型腔的变换矩阵是由四个曲率半径和三个独立的距离参量构成的。这将是一个非常复杂的问题。对于这种情况我们在本文的最后部分略作讨论。这里只讨论一个如图 2 所示的简单情形,其中四个球面反射镜是相同的,其曲率半径为 R ,而四个参量 K, N, α, β 是无量纲常数。在图中所示的参考平面 D 上的变

换矩阵 D 等于(我们沿用与文献[10]相同的符号规则)

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -P & P \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & KR \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & KR \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -P & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \beta R \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -P & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & MR \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & MR \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -P & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \alpha R \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ \varphi & C \end{pmatrix}, \quad (7)$$

其中

$$A = 1 - 2PR(3K + M + \beta) + 2P^2R^2(4KM + 2K\beta + M\beta) - 4P^3R^3KM\beta, \quad (8)$$

$$B = R[(2K + 2M + \alpha + \beta) - 2PR(4KM + 3K\alpha + K\beta + M\alpha + M\beta + \alpha\beta) \\ + 2P^2R^2(4KM\alpha + 2KM\beta + 2K\alpha\beta + M\alpha\beta) - 4P^3R^3KM\alpha\beta], \quad (9)$$

$$\varphi = -2P[2 - PR(3K + 3M + 2\beta) + 2P^2R^2(2KM + K\beta + M\beta) - 2P^3R^3KM\beta], \quad (10)$$

$$C = 1 - 2PR(K + 3M + 2\alpha + \beta) + 2P^2R^2(4KM + 3K\alpha + K\beta + 3M\alpha + 2M\beta + 2\alpha\beta) \\ - 4P^3R^3(2KM\alpha + KM\beta + K\alpha\beta + M\alpha\beta) + 4P^4R^4KM\alpha\beta. \quad (11)$$

参量 P 是球面反射镜的光焦度。对于无象散的情况

$$P = \frac{2}{R}. \quad (12)$$

将(11)式与(8)式相加不难求得矩阵 D 的迹如下:

$$A + C = 2 - 8PR(K + M) + 16P^2R^2KM \\ - 2PR[2 - 3PR(K + M) + 4P^2R^2KM] \\ \times (\alpha + \beta) + 4P^2R^2[1 - PR(K + M) \\ + P^2R^2KM]\alpha\beta. \quad (13)$$

由(13)式我们可以容易地用 α 和 β 表示腔的稳定性。

因为 α, β 是腔内相邻最近的两球面反射镜的距离与镜

面曲率半径 R 的比值, 它们的取值原点为 1。有时用一些取值原点为零的量会方便些。为此我们引入如下两个量

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= \alpha - 1, \\ g_2 &= \beta - 1. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

量 g_1, g_2 为两镜面距离与曲率半径的差与 R 的比值。将(14)式代入(13)式得:

$$A + C = (ag_1 - ab)(ag_2 - ab) - a^2d^2 + 2, \quad (15)$$

其中

$$a^2 = 4P^2R^2 - 4P^3R^3(K + M) + 4P^4R^4KM, \quad (16)$$

$$b = [4PR(1 - PR) - 2P^2R^2(3 - 2PR)(K + M) + 4P^3R^3(2 - PR)KM]/a^2, \quad (17)$$

$$d^2 = [4PR(2 - PR) + 4PR(2 - 3PR + P^2R^2)(K + M) \\ - 4P^2R^2(4 - 4PR + P^2R^2)KM]/a^2 + b^2. \quad (18)$$

根据稳定性判据(6)式我们有

$$A + C - 2 < 0 \quad (19)$$

及

$$A + C + 2 > 0. \quad (20)$$

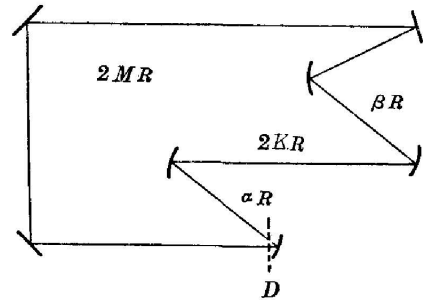


图 2 七镜环型谐振腔

Fig. 2 A seven-mirror ring resonator

将(15)式代入(19)式和(20)式得:

$$(g_1 - b)(g_2 - b) < d^2 \tag{21}$$

及

$$(g_1 - b)(g_2 - b) > d^2 - \frac{4}{\alpha^2} \tag{22}$$

对于无象散的情况, 将(12)式代入(18)式, 我们得到

$$d^2 = b^2$$

由(21)式我们可以看出, 稳定区的一条边界线一定通过 g_1 、 g_2 的坐标原点。(21)式和(22)式共同给出了此种谐振腔的稳定区域。有一点值得注意的是 α 不能等于零, 也不能为虚数。故还有一个条件:

$$(1 - PRK)(1 - PRM) > 0$$

由此得:

$$K < \frac{1}{PR}, \quad M < \frac{1}{PR} \tag{23}$$

或

$$K > \frac{1}{PR}, \quad M > \frac{1}{PR} \tag{24}$$

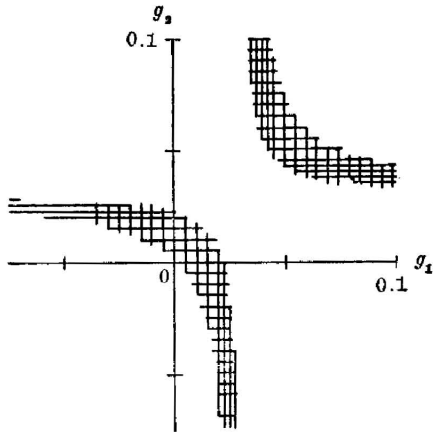


图 3 稳定图

Fig. 3 Stability diagram

对于 $PR=2, K=3M, M=6$ 时的稳定性如图 3 所示。

三、束腰位置的计算

当一个给定的谐振腔在某一给定的参考平面上的变换矩阵 D 如(1)式所示时, 欲求出束腰的位置是容易的。我们首先假定束腰所在的平面与给定的参考平面相距为 X 。那么在束腰平面上的变换矩阵 D_w 等于

$$D_w = \begin{pmatrix} 1 & X \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & B \\ \varphi & C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -X \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_w & B_w \\ \varphi_w & C_w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A + \varphi X & B + CX - AX - \varphi X^2 \\ \varphi & C - \varphi X \end{pmatrix} \tag{25}$$

对于稳定腔来说, 其光线汇特征参量 R (即光束参量) 是复数。此时我们用 q 来表示, 有^[13]

$$\frac{1}{q} = \frac{C_w - A_w}{2B_w} \pm i \frac{\sqrt{4 - (A_w + C_w)^2}}{2B_w}$$

在束腰平面内 $1/q$ 的实部为零。故当 $B_w \neq 0$ 时, 有

$$C_w - A_w = 0 \tag{26}$$

将(25)式中的相应量代入(26)式得

$$X = \frac{C - A}{2\varphi} \tag{27}$$

这便是束腰的位置。当 X 取正值时, 意味着束腰在由变换矩阵 D_w 所指明的传输方向由已给定的参考平面向前移动 X 距离。反之则向后移动 X 距离。

将(8), (10), (11)式代入(27)式不难求得

$$C - A = \varphi R \alpha - 2PR(K - M)(PR\beta - 2) \tag{28}$$

以及位于 αR 臂上的束腰位置

$$X = \frac{\alpha}{2} R - \frac{PR(K-M)(PR\beta-2)}{\varphi} = \frac{\alpha}{2} R - \delta_1. \quad (29)$$

由(29)式我们看到对于无象散系统,即满足(12)式的条件下,只有当 $\beta=1$ 或 $K=M$ 时,束腰才位于两相邻球面反射镜的中间位置,否则此束腰偏向一侧。当然一般说来这种偏离是很小的。

交换(29)式中的 α 和 β 便可求得 βR 处的束腰位置

$$X' = \frac{\beta}{2} R - \frac{PR(K-M)(PR\alpha-2)}{\varphi'} = \frac{\beta}{2} R - \delta_2, \quad (30)$$

其中

$$\varphi' = -2P[2 - PR(3K + 3M + 2\alpha) + 2P^2R^2(2KM + K\alpha + M\alpha) - 2P^3R^3KM\alpha]. \quad (31)$$

下面我们指出 X 应小于 αR , X' 应小于 βR 。特别是应当有 $\varphi \neq 0$, $\varphi' \neq 0$ 。这样便对腔的稳定性附加了又一个条件。当 φ 和 φ' 接近于零时, δ_1 和 δ_2 可能很大。这样便大大地缩小了稳定区域。

另外, K 和 M 不是独立的,因为按对撞脉冲锁模的要求,两小束腰的距离应为环型腔长的 $1/4$, 即应满足

$$\frac{2MR + \frac{1}{2}(\alpha + \beta)R + \frac{1}{2}(\delta_1 + \delta_2)}{2KR + \frac{1}{2}(\alpha + \beta)R - \frac{1}{2}(\delta_1 + \delta_2)} = \frac{1}{3}. \quad (32)$$

如果 $\alpha \sim 1$, $\beta \sim 1$, 以及 $\delta_1 \ll R$, $\delta_2 \ll R$ 时,上式可近似地给出

$$K = 3M + 1. \quad (33)$$

束腰尺寸可由下式求得

$$w^2 = \frac{2}{k} \cdot \frac{2B}{\sqrt{4 - (A+C)^2}}.$$

四、象散的影响

图 2 所示的环型腔如果其光路保持在一个平面内,那么此光路是存在象散的。此时球面反射镜的焦距是

$$f_{子午} = \frac{R}{2} \cos \theta, \quad (34)$$

$$f_{弧矢} = \frac{R}{2} \sec \theta, \quad (35)$$

其中 2θ 是入射光线与反射光线的夹角。或用光焦度表示则有

$$P = \frac{2}{R} \sec \theta \quad (\text{子午面内}), \quad (36)$$

$$q = \frac{2}{R} \cos \theta \quad (\text{弧矢面内}). \quad (37)$$

为了减小谐振腔的象散,我们可以采用一个空间光路。此时变换矩阵 D 可变为好多种不同的形式,决定于光路的具体安排。不同的安排对象散的消除程度是不同的,对腔的稳定

性的影响也是不同的。为此我们讨论这样一个安排，即腔内一组相邻最近的球面反射镜上所有的光路均处在同一个平面内，另一组反射镜上所有的光路均处在另一个垂直的平面内。对于这样的安排它的变换矩阵 D^0 是

$$D^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -P & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2KR \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -q & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \beta R \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -q & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2MR \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -P & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \alpha R \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^0 & B^0 \\ \varphi^0 & C^0 \end{pmatrix} \quad (38)$$

其中

$$A^0 = 1 - PR(2K + 2M + \beta) - qR(4K + \beta) \\ + 2PqR^2(4KM + K\beta + M\beta) + 2q^2R^2K\beta - 4Pq^2R^3KM\beta, \quad (39)$$

$$B^0 = R[(2K + 2M + \alpha + \beta) - PR(2K\alpha + 2M\alpha + \alpha\beta) \\ - qR(8KM + 4K\alpha + 2K\beta + 2M\beta + \alpha\beta) + 2PqR^2(4KM\alpha + K\alpha\beta + M\alpha\beta) \\ + 2q^2R^2(2KM\beta + K\alpha\beta) - 4Pq^2R^3KM\beta], \quad (40)$$

$$\varphi^0 = -2(P + q) + (P^2 + q^2)R\beta + 2PqR(2K + 2M + \beta) \\ - 2Pq(P + q)R^2(K\beta + M\beta) + 4P^2q^2R^3KM\beta \\ + 2P^2R(K + M) - 8P^2qR^2KM, \quad (41)$$

$$C^0 = 1 - PR(2K + 2M + 2\alpha + \beta) - qR(4M + 2\alpha + \beta) + P^2R^2(2K\alpha + 2M\alpha + \alpha\beta) \\ + 2PqR^2(4KM + 2K\alpha + K\beta + 2M\alpha + M\beta + \alpha\beta) + q^2R^2(2M\beta + \alpha\beta) \\ - 2P^2qR^3(4KM\alpha + K\alpha\beta + M\alpha\beta) \\ - 2Pq^2R^3(2KM\beta + K\beta\alpha + M\alpha\beta) + 4P^2q^2R^4KM\alpha\beta. \quad (42)$$

由此我们不难求得：

$$A^0 + C^0 = [2 - (P + q)R(4K + 4M + 2\alpha + 2\beta) \\ + (P^2 + q^2)R^2\alpha\beta + 2PqR^2(8KM + 2K\alpha + 2K\beta + 2M\alpha + 2M\beta + \alpha\beta) \\ - 2Pq(P + q)R^3(K\alpha\beta + M\alpha\beta) + 4P^2q^2R^4KM\alpha\beta] \\ + [2R^2(K + M)(P^2\alpha + q^2\beta) - 8PqR^3KM(P\alpha + q\beta)]. \quad (43)$$

我们看到(43)式中前一个方括号内的项对 P 和 q 是对称的，即交换 P 和 q 不发生任何变化。而后一个方括号内的项对交换 P 和 q 的变化是不大的，特别是对 $\alpha = \beta$ 时是无变化的。这一点意味着这种安排，象散对腔的稳定性影响不大。

我们还可以计算一下象散的大小，具体作法是计算一下子午面和弧矢面内束腰的距离。容易得出

$$C^0 - A^0 = \varphi^0\alpha R + 4qR(K + M) - 2q^2R^2(K - M)\beta, \quad (44)$$

故束腰在某一个平面(设子午面)内的位置是

$$x_1 = \frac{\alpha}{2}R + \frac{1}{\varphi^0}(2qR - q^2R^2\beta)(K - M). \quad (45)$$

那么，在另一个平面内(弧矢面)是由交换 P, q 而得

$$x_2 = \frac{\alpha}{2}R + \frac{1}{\varphi_2^0}(2PR - P^2R^2\beta)(K - M), \quad (46)$$

其中 φ_2 由 φ^0 中交换 P 和 q 得到。因此两束腰相距为，

$$\Delta x = x_2 - x_1. \quad (47)$$

下面我们来估计一下象散的大小。首先我们指出 φ^0 是 $8(K+M)$ 的量级, 而 (45)、(46) 式中第二项的分子是零的量级。故可近似地有 $\varphi_2^0 = \varphi^0$ 以得 $P \doteq q$, $\beta \sim 1$, 那么

$$\Delta x \doteq \frac{1}{\varphi^0} 4(K-M)R(P-q). \quad (48)$$

由 (48) 式我们看出, 此时象散未完全消除。因为完全消除的条件是 $K=M$, 即一个对称的系统。这不是我们需要的。

事实上, 我们也不需要谐振腔本身完全消除象散。因为当染料流束与光路成一个角度时它还带来了附加象散^[14,15]。通过调整染料流束与光路的夹角可以使象散完全消除。

从减小脉冲宽度的角度来看, 染料与光路垂直最好, 此时腔本身的象散越小越好。但为了消除染料表面反射的影响, 宜于有一个角度。如果将染料放置成布儒斯特角以减小反射损失, 那么增加了饱和吸收体的有效厚度, 从而使脉冲加宽。对于具体的情况具体处理。

对于完全任意的谐振腔, 矩阵 D 具有如下形式:

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -P & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & K \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -q & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \beta \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -r & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -s & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ \varphi & C \end{pmatrix}, \quad (49)$$

其中 K, L, α, β 为四个球面反射镜之间的距离, P, q, r, s 分别为各球面反射镜的光焦度, 以及

$$A = 1 - (q+r+s)K - sL - (r+s)\beta + (q+r)sKL \\ + q(r+s)K\beta + rsL\beta - qrsKL\beta, \quad (50)$$

$$B = K + L + \alpha + \beta - (q+r)KL - (q+r+s)K\alpha - qK\beta - sL\alpha - rL\beta - (r+s)\alpha\beta \\ + (q+r)sKL\alpha + qrKL\beta + (qr+qs+rs)K\alpha\beta - qrsKL\alpha\beta, \quad (51)$$

$$\varphi = -P - q - r - s + P(q+r+s)K + (P+q+r)sL + (P+q)(r+s)\beta \\ - P(q+r)sKL - (P+q)rsL\beta - Pq(r+s)K\beta + PqrsKL\beta, \quad (52)$$

$$C = 1 - PK - (P+q+r)L - (P+q+r+s)\alpha - (P+q)\beta + P(q+r)KL \\ + P(q+r+s)K\alpha + PqK\beta + (P+q+r)sL\alpha + (P+q)rL\beta \\ + (P+q)(r+s)\alpha\beta - P(q+r)sL\alpha - PqrKL\beta - Pq(r+s)K\alpha\beta \\ - (P+q)rsL\alpha\beta + PqrsKL\alpha\beta, \quad (53)$$

以及

$$A + C = 2 - (P+q+r+s)(K+L+\alpha+\beta) + (P+s)(q+r)KL \\ + P(q+r+s)K\alpha + q(P+r+s)K\beta + (P+q+r)sL\alpha \\ + (P+q+r)rL\beta + (P+q)(r+s)\alpha\beta - P(q+r)sKL\alpha \\ - (P+s)qrKL\beta - Pq(r+s)K\alpha\beta - (P+q)rsL\alpha\beta + PqrsKL\alpha\beta. \quad (54)$$

重复上述的计算可求得我们所需要的全部参数。

在本文的编写过程中曾和王之江教授进行过非常有益的讨论, 并与 D. J. Bradley 教授对某些问题进行了有益的讨论。在此一并表示感谢。

参 考 文 献

- [1] R. L. Fork, *et al.*; *Appl. Phys. Lett.*, 1981, **38**, No. 9 (May), 671.
- [2] J. M. Halbout, C. L. Tang; *IEEE J. Quantum Electron.*, 1983, **QE-19**, No. 4 (Apr) 487.
- [3] R. L. Fork *et al.*; *IEEE J. Quantum Electron.*, 1983, **QE-19**, No. 4 (Apr), 500.
- [4] E. B. Treacy; *Phys. Lett.*, 1968, **28**, No. 1 (Oct), 34.
- [5] H. Nakatsuka, *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1981, **47**, No. 12 (Oct), 910.
- [6] C. H. C. New; *IEEE Quantum Electron.*, 1974, **QE-10**, No. 2 (Feb), 115.
- [7] K. K. Li; *Appl. Opt.*, 1982, **21**, No. 5 (Mar), 967.
- [8] K. K. Li *et al.*; *Appl. Opt.*, 1981, **20**, No. 3 (Feb), 407.
- [9] D. J. Bradley; *«Ultrashort Light Pulses»*, S. C. Shapiro, Ed., (New York, Springer-Verlag), 1977.
- [10] 方洪烈; *«光学谐振腔理论»*, (科学出版社, 北京), 1981, 399.
- [11] 见[10], 37.
- [12] 见[10], 33.
- [13] 见[10], 39.
- [14] D. C. Hanna; *IEEE J. Quantum Electron.*, 1969, **QE-5**, No. 10 (Oct), 483.
- [15] H. W. Kogelnik *et al.*; *IEEE J. Quantum Electron.*, 1972, **QE-8**, No. 3 (Mar), 373.

An analysis of optical resonators for colliding pulse mode-locking

FANG HONGLIE

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

(Received 22 November 1983)

Abstract

In this paper the cavities suitable for colliding pulse mode-locking are analyzed generally and exactly. The exact analytic solutions are obtained for the first time.