

被动锁模中第二阈值的统计特性*

吕百达 H. Weber
(四川大学物理系) (西德 Kaiserslautern 大学物理系)

提 要

使用不同染料,在以 Nd:YAG 和钽玻璃为激活介质的激光腔中对被动锁模的统计特性详细作了理论和实验研究。实验结果与理论进行了比较。对 Nd:YAG 可很好地证实理论,亦能对钽玻璃理论与实验的矛盾作定性的解释。

一、引 言

利用可饱和染料被动锁模获得微微秒级超短光脉冲是一种简易可行的方法,但同时出现的问题是其固有的不稳定性,由此引出所谓第二阈值问题。不仅在被动锁模,而且在主动、被动的混合锁模中,也观察到这一现象^[1]。

Erickson 和 Szabo 于 1966 年首先引入第二阈值这一概念^[2],随之对这一问题的研究甚为活跃。值得提到的是 New 在三篇理论文章中^[3~5]详细讨论了被动调 Q 和锁模的统计特性、最佳化等有意义的问题,推导出被动调 Q 第二阈值的简单判据,并通过唯象地引入一个经验因子推广到被动锁模。其理论和方法是有价值的,但尚缺系统的实验验证。

迄今对被动锁模已提出若干物理模型以解释巨脉冲产生于自发辐射噪声的主要物理过程以及有关的动力学特征^[5~11]。本文从被动锁模的涨落模型出发^[7,11],证明直接积分速率方程可推出第二阈值的 New 判据,而不用人为引入经验因子,然后利用 Rice^[14]的噪声分析理论,推导出第二阈值的几率分布公式,并就 Nd:YAG 和钽玻璃激光器作系统的实验研究,以检验 New 公式的正确性和适用范围,并对实验中出现与 New 推断矛盾之处进行分析和讨论。文中所得结果对研究被动锁模的最佳化问题有实用意义。

二、理 论

在对激活介质作三能级和染料作二能级系统假定下^[12,13],速率方程为

$$\frac{dn_L}{dt} = W(n_{L0} - n_L) - \frac{n_{L0} + n_L}{T_{1L}} - 2 \frac{l_L}{L} \cdot \frac{\sigma_{LC}}{V_L} Q n_L, \quad (1)$$

$$\frac{dn_b}{dt} = -\frac{J}{J_s} \cdot \frac{n_b}{T_{1b}} - \frac{n_{b0} + n_b}{T_{1b}}, \quad (2)$$

收稿日期: 1983年5月25日; 收到修改稿日期: 1983年10月14日

* 该项工作在西德 Kaiserslautern 大学进行,其中部分实验结果曾于 1982年3月在 Würzburg 德国物理学年会上报道。

$$\frac{dq}{dt} = \frac{l_L}{L} \sigma_L n_L q - \frac{q}{T} + \frac{l_b}{L} \sigma_b n_b q, \quad (3)$$

$$\frac{d\langle q \rangle}{dt} = \frac{l_L}{L} \sigma_L n_L \langle q \rangle - \frac{\langle q \rangle}{T} - \frac{l_b}{L} \sigma_b n_b \langle q \rangle, \quad (4)$$

式中 $n_L = n_{L2} - n_{L1}$ 为激活介质反转粒子数密度; n_{L0} 为激活介质粒子数密度; σ_L 为激活介质作用截面; l_L 为激活介质长度; W 为泵浦速率; T_{1L} 为激光上能级自发辐射寿命; $V_L = F_L \cdot l_L$ 为激活介质体积; L 为腔长; $T = -\frac{L/c}{\ln R\sqrt{V}}$ 为腔内光子寿命; $R = \sqrt{R_1 R_2}$ 为两镜平均反射率; V 为损耗因子; $n_b = n_{b2} - n_{b1}$ 为染料占有数反转密度; n_{b0} 为染料浓度; T_{1b} 为染料弛豫时间; l_b 为染料厚度; c 为光速; J 为光强; J_s 为饱和光强; $V_b = F_b \cdot l_b$ 为染料体积; Δt 为脉宽; σ_b 为染料作用截面; q 为主脉冲光子数; $\langle q \rangle$ 为噪声背景平均光子数; Q 为总光子数。

当 $T_{1b} \ll \Delta t$ (快染料模型) 成立时, 由(2)式得出

$$n_b = -\frac{n_{b0}}{1 + J/J_s}. \quad (5)$$

将(5)式代入(3)式, 对(3)、(4)式积分, 并利用主脉冲漂白染料的必要条件: 因反转粒子数减少而引起增益的减小应当小于因染料漂白引起增益的增加, 则可得

$$\left. \begin{aligned} n_{th2} &\geq n_{th1} \left[1 + \kappa K \frac{\langle q \rangle}{q} \right], \\ K &= -\frac{1}{\ln T_0} \cdot \frac{\sigma_L}{\sigma_b} \cdot \frac{t_L}{T_{1b}} \cdot \frac{F_b}{F_L}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中 κ 为由实验确定常数; t_L 为腔内光子全程往返时间; $n_{th1} = -\frac{1}{\sigma_L l_L} \ln RVT_0$ 为第一阈值; T_0 为染料初始透过率。(6)式即为第二阈值的 New 判据。不难证明, 它和 New 的原始判据^[5]完全等价, 且更便于实验验证。New 的经验因子已自然包含在式中, 不必人为引入。 $\langle q \rangle = q$ 时(6)式为在调 Q 情况下第二阈值的 New 判据^[3]。

(6)式说明, 为了产生巨脉冲, 必须使反转粒子数密度达到第二阈值 n_{th2} , 然而这也仅是一个必要而不充分条件。 n_{th2} 与 n_{th1} 不同, 它不是一个可严格定义的阈值, 而是具有一定的几率分布。这不是因实验装置的不完善所引起, 本质上乃由自发辐射的随机分布特性所决定。但(6)式指出, n_{th2} 与实验中可控参量有关, 因而可通过实验手段检验 New 判据是否正确。特别是, 当 $K \ll 1$ 时, 第二阈值与第一阈值实际上不可区分, 而当 K 与 1 可比拟时, 为产生巨脉冲必须有足够强的泵浦使反转粒子数密度达到 n_{th2} 。(6)式还表明, 噪声背景的影响不可忽略; $\langle q \rangle = 0$ 时, $n_{th2} = n_{th1}$ 。

为作定量比较, 表 1 列出了当使用 Kodak 9860 和 14015 (包括溶于 1:2 二氯己烷和溶于碘乙烷) 染料时, YAG 和钹玻璃系统不同的 K 值, 其中固定 $T_0 = 0.4$, $S = (F_b/F_L) = 1$ 。表 2 列出了激活介质和染料作用截面以及染料弛豫时间的数值。

按文献, 在噪声脉冲 (其平均强度用 $\langle J \rangle$ 表示) 中, 具有峰值强度 J 的脉冲出现几率密度 $P(J)$ 为

$$P(J) = \frac{ab}{\langle J \rangle} \left(\frac{bJ}{\langle J \rangle} \right)^{a-1} \exp \left[- \left(b \frac{J}{\langle J \rangle} \right)^a \right], \quad (7)$$

式中 $a = 1.21$, $b = 0.6$ 。

表 1

	钕 玻 璃			Nd:YAG		
	调 Q	锁 模		调 Q	锁 模	
染 料	14015 (溶于 1,2 二氯乙烷)	14015 (溶于碘乙烷)	9860	14015 (溶于 1,2 二氯乙烷)	14015 (溶于碘乙烷)	9860
$L=0.5\text{m}$	0.15×10^{-3}	2.32×10^{-3}	0.52×10^{-1}	0.19×10^{-2}	2.78×10^{-2}	0.62
$L=1\text{m}$	0.31×10^{-3}	4.65×10^{-3}	1.03×10^{-1}	0.37×10^{-2}	5.56×10^{-2}	1.24
$L=1.5\text{m}$	0.46×10^{-3}	0.70×10^{-2}	1.5×10^{-1}	0.56×10^{-2}	0.83×10^{-1}	1.85

表 2

作 用 截 面	(cm^2)
Nd-YAG	$\sigma_L = 5.5 \times 10^{-19}$
Nd-玻璃	$\sigma_L = 4.6 \times 10^{-20}$
Kodak 9860	$\sigma_b = 3.6 \times 10^{-16}$
KodaK 14015	$\sigma_b = 3 \times 10^{-16}$
染 料 弛 豫 时 间	$T_{1b}(\text{s})$
Kodak 9860	9×10^{-12}
14015 的 1,2 二氯乙烷溶液	3.6×10^{-9}
14015 的碘乙烷溶液	2.4×10^{-10}

由(7)式知,某一脉冲其强度大于或等于 J 的几率应为

$$f(J) = \exp\left[-\left(b \frac{J}{\langle J \rangle}\right)^a\right]. \quad (8)$$

注意到 $\langle q \rangle / q$ 和 $\langle J \rangle / J$ 的等价性,利用(6), (8)式得出在 M 个脉冲中至少有一个脉冲,其强度大于或等于 J 的几率 P_2 为

$$P_2 = 1 - \left\{ 1 - \exp\left[-\left(\frac{\chi b K}{n_{th2} - 1}\right)^a\right] \right\}^M, \quad (9)$$

此即第二阈值的几率分布公式。其物理意义为:当泵浦足够强,使反转粒子数密度达 n_{th2} 时 ($n_{th2} > n_{th1}$), 出现巨脉冲的几率为 P_2 。

几率 P_2 可用当 $P_2 = \text{常数}$ (例如 0.5) 时对应的相对粒子数反转和波动范围来描述。

$$\frac{n_{th2}}{n_{th1}} \Big|_{P_2=0.5} = 1 + \frac{\chi K b}{[\ln(M/\ln 2)]^{\frac{1}{a}}} \quad (M \gg 1). \quad (10)$$

P_2 的波动范围可定义为 $P_2 = 0.9$ 和 0.1 时对应的相对粒子数反转之差

$$\Delta\left(\frac{n_{th2}}{n_{th1}}\right) = \left(\frac{n_{th2}}{n_{th1}}\right)_{P_2=0.9} - \left(\frac{n_{th2}}{n_{th1}}\right)_{P_2=0.1} \\ \cong \chi b K \left\{ \frac{1}{[\ln(0.43M)]^{\frac{1}{a}}} - \frac{1}{[\ln(9.5M)]^{\frac{1}{a}}} \right\}. \quad (11)$$

表 3 给出按(10)、(11)式求出 n_{th2}/n_{th1} 和 $\Delta(n_{th2}/n_{th1})$ 之值,

表 3

M	$\frac{n_{th2}}{n_{th1}} \Big _{P_0=0.5}$	$\Delta \left(\frac{n_{th2}}{n_{th1}} \right) \Big _{P_0=0.9 \rightarrow 0.1}$
10^2	$1+0.16\%K$	$0.079\%K$
10^3	$1+0.12\%K$	$0.039\%K$
10^4	$1+0.09\%K$	$0.024\%K$

三、实 验

实验主要在 $L=1\text{m}$ 半共焦腔中进行。激光棒用 $3 \times (1/4)''$ Nd:YAG 或钹玻璃, 饱和吸收染料使用 Kodak 9860 或 14015。被动锁模光脉冲系列的典型照片见图 1。远场光强的径向分布如图 2。

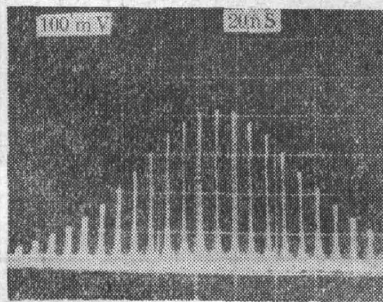


图 1

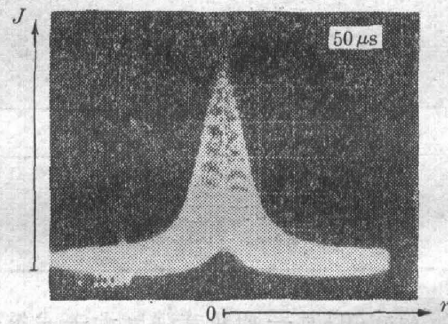


图 2

为考查实验装置的稳定性和激光振荡的重现性, 测量了第一阈值的几率分布, 其结果示于图 3。由图知 $(\Delta E/E_{th}) = 1.3 \times 10^{-2}$ (ΔE 为出现激光几率由 0.1~0.9 时对应泵浦能量之差, E_{th} 为达到第一阈值所需泵能), 因而系统是相当稳定的。

1. 染料初始透过率和泵浦能量对锁模的影响

由实验得知, 当染料初始透过率 $T_0 < 0.2$ 时, 锁模光脉冲强度很高, 易于损坏光学元件, 而当 $T_0 > 0.8$ 时, 染料浓度太低, 漂白作用很小, 这时仅出现普通尖峰振荡。由实验确定对本装置合适的染料初始透过率范围是 $0.2 < T_0 < 0.8$ (如图 4 所示)。

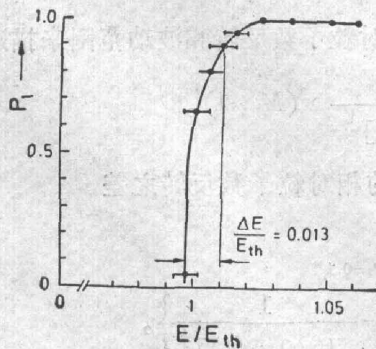


图 3

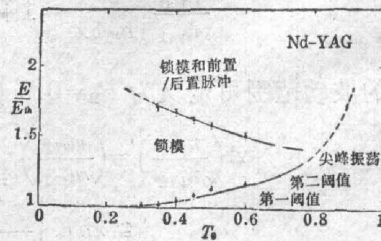


图 4

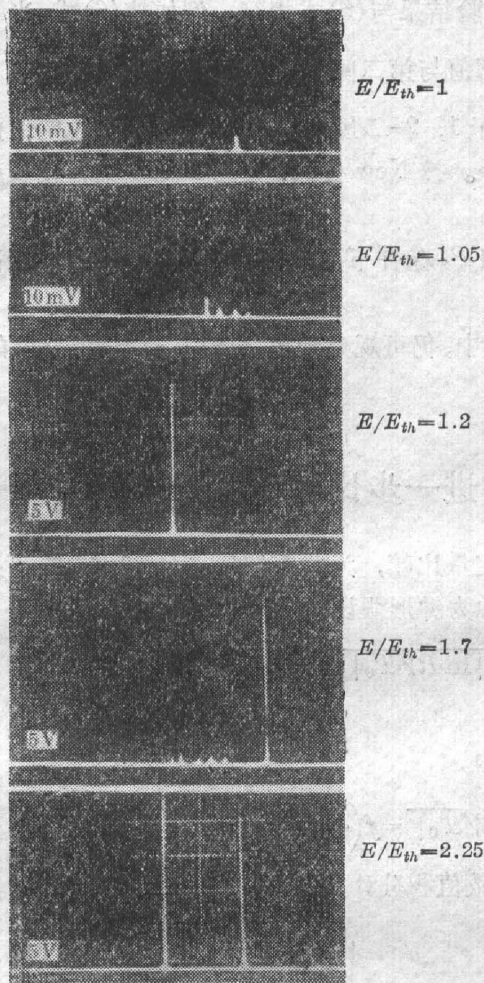
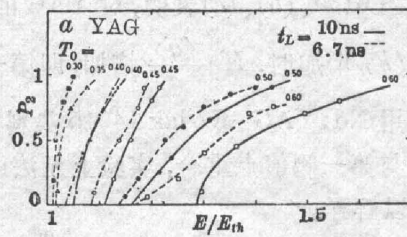
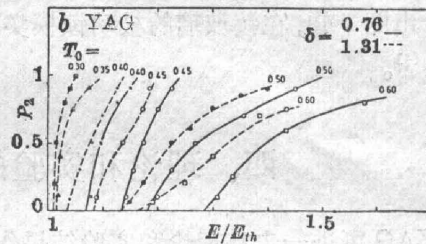


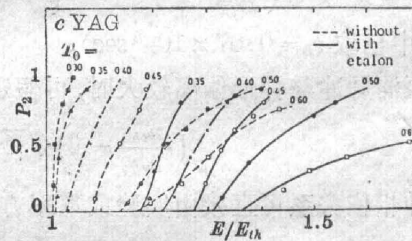
图 5 (YAG)



(a)



(b)



(c)

图 6

图 5 照片系列显示激光振荡性质随泵能增加的变化, $T_0=0.45$ 。当 $E/E_{th}=1$ 时出现尖峰, 随泵能增加尖峰数目和激光强度增加, 当 $E/E_{th}=1.2$ 时已达第二阈值, 出现光强大若干数量级的锁模巨脉冲, 继续增加泵能, 除巨脉冲外还会产生前置或后置脉冲。当泵浦很强 ($E/E_{th} \geq 2.25$) 时, 在一个周期内染料开关可两次打开, 故出现两个锁模巨脉冲系。

2. 第二阈值几率分布的实验研究

由(6)、(9)式知, 实验中改变下列参数可研究第二阈值几率分布规律: 染料初始透过率 T_0 ; 激光束在激活介质和染料中的截面积比 $\delta = (F_L/F_0)$; 腔内光子全程往返时间 t_L ; 振荡模式数 M (例如可内置 F-P 标准具以压缩线宽)^[12]; 激活介质和染料的作用截面 σ_L 和 σ_b ; 染料弛豫时间为 T_{1b} 。实验中泵能以 $(\Delta E/E_{th}) \cong 0.03$ 间距改变, 每次测量脉冲泵浦 20~30 次; 巨脉冲出现几率 P_2 , 最后所得实验结果总结于图 6(a)、(b)、(c) (Nd:YAG) 和图 7 (钕玻璃)。

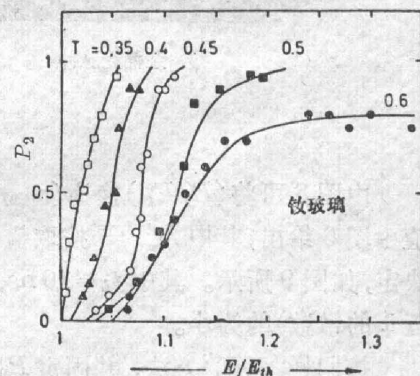


图 7

(1) 图 6(a)、(b)、(c)表明,对 YAG 的实验结果与(6)式相符。例如按(6)式,当 $T_0, t_L, 1/M, F_b/F_L$ 增加时, $K \cdot \frac{\langle q \rangle}{q}$ 增加,即第一阈值与第二阈值差越大,曲线将向右移。

(2) 用 Nd:YAG, Kodak 14015 染料溶于 1, 2-二氯乙烷的调 Q 实验^[15]说明,此时第二阈值点与第一阈值点重合,实验上无法区分。按 New 公式,可用 14015 染料较长弛豫时间 T_{1b} 予以解释。

(3) 由图(6)、(7)比较得知,在选定 T_0 和 P_2 条件下,Nd:YAG 比铍玻璃要求较高的泵浦能量,这一结果是我们所熟悉的^[16]。

(4) 由图 7 知,在铍玻璃的被动锁模实验中,仍可观察到第二阈值,这是和 New 的推断相矛盾的^[4]。

四、理论和实验的进一步比较和分析

对 YAG 可进一步将理论和实验结果作定量比较,为此需知 (n_{th2}/n_{th1}) 与 (E/E_{th}) 间的定量关系以及选择适当的常数 κ 。在泵浦脉冲为钟形假设下^[5]易得

$$\left(\frac{2E}{E_{th}} - 1\right)^2 - 1 = \left\{ 14.7 \sqrt{|\ln RVT_0|} \left(\frac{n_{th2}}{n_{th1}} - 1\right) \right\}^4 \quad (12)$$

(式中已取 $t_L = 0.67 \times 10^{-8}$ sec)。

当泵浦脉冲与钟形偏离较大时,可假定^[17]

$$\left(\frac{n_{th2}}{n_{th1}} - 1\right) \sqrt{|\ln RVT_0|} = f\left(\frac{E}{E_{th}}\right) \quad (13)$$

这种相依关系可直接由实验或速率方程数值积分计算机解得出,其结果见图 8。

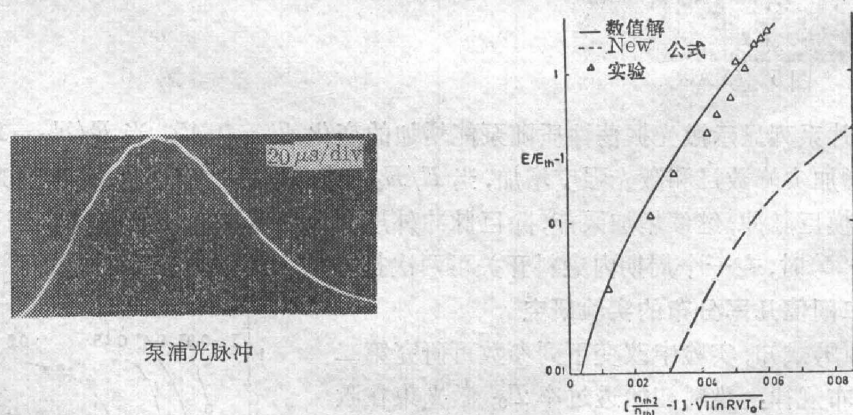


图 8

由图 8 可将 (E/E_{th}) 换为 (n_{th2}/n_{th1}) , 代入(9)式得出 P_2 作为 E/E_{th} 的理论曲线, 实验值由图 6 给出, 其中 M ^[14, 18]按取值 100, κ 则由令理论值(曲线)与实验值在 $P_2 = 0.5$ 时相等决定, 如图 9 所示。其中 $t_L = 10$ ns, $\delta = 1.31$ 。由图知两者符合甚好, 只是 κ 比 New 预料(接近 1 的常数)的为小。

按同样“匹配”方法, 并固定 $P_2 = 0.5$, 对 YAG 的实验结果与理论比较(无标准具)如图 10 所示, 图中

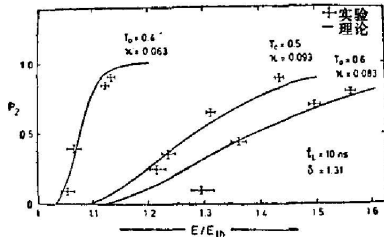


图 9

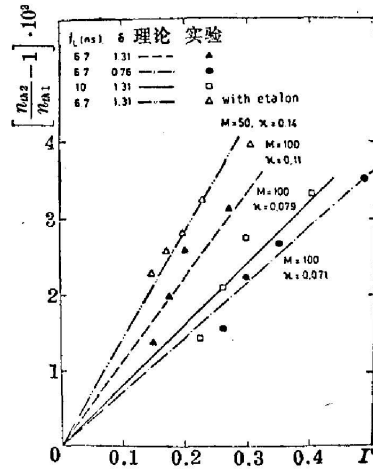


图 10

$$I = \frac{b}{|\ln(1-0.5^{1/M})|^{1/a}} \cdot \frac{1}{|\ln T_0|} \cdot \frac{\sigma_L}{\sigma_b} \cdot \frac{t_L}{T_{1b}} \cdot \frac{1}{\delta} \quad (14)$$

图 10 表明, 在实验误差范围内, 由实验得到与理论一致的结果。对较小的 α 值可解释为: 实验获得 TEM₀₀ 模强度的径向分布可设为高斯型(图 2), 而在理论中假设强度分布是均匀的。按 Rudolph-Weber 模型^[10], 光强的高斯分布等效于染料具有较大的“有效”饱和光强 J_s , 这意味着染料有较小的“有效”作用截面 σ_b 或者等效于有较小的 α 值。

若采用(12)式, 可得出与图 9、10 相似的结果, 只是 α 值较大, 但仍小于 1。

对铍玻璃的实验得出与 New 的理论相矛盾的结果, 对此问题的解释应当回溯到速率方程的基本假设。我们曾使用染料方程的稳态解(5)式, 这在脉宽 $\Delta t \gg$ 染料弛豫时间 T_{1b} 前提下成立, 但对铍玻璃用 9860 染料被动锁模获得超短光脉冲的宽度为 ps 级(典型值 5ps)^[11], 已可与染料弛豫时间相比拟(表 2), 此时 ps 级的超短光脉冲对染料的漂白机理原则上已不能用速率方程的稳态解来描述, 这即矛盾的本质。按 Rudolph-Weber 模型^[10], 若形式上仍使用(5)式, 则需等效地代之以较大的 J_s 的“有效值”, 选择适当的实验参数, 用计算机求方程组(1)~(5)的数值解可得到与实验近似的结果, 但这种唯象的解释是不能令人满意的。

显然, $(dn_0/dt) \neq 0$ 的非线性方程组即使用计算机解也是相当费时的。详细的数值解由 Aussenegg 等人最近给出^[19]。他们的结果表明, 对铍玻璃系统仍存在第二阈值, 但欲进一步和我们的实验结果比较, 因选用参数相异仍存在困难。

作者感谢 F. Hollinger 先生协助并完成图 8, 同时感谢与 W. Rudolph 博士曾进行的一些有兴趣的讨论。

参 考 文 献

- [1] H. P. Kortz; «Characterization of Pulsed Nd:YAG Active/Passive Mode-Locked Laser», (Fachbereich Physik, Universität Kaiserslautern, 1981).
- [2] L. E. Erickson, A. Szabo; *J. Appl. Phys.*, 1966, **37**, No. 13 (Dec), 4953.
- [3] G. H. C. New, T. B. O. Hare; *Phys. Lett.*, 1978, **68A**, No. 1 (18 Sep), 27.
- [4] G. H. C. New; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1978, **QE-14**, No. 9 (Sep), 642.

- [5] G. H. C. New; *Proc. IEEE*, 1979, **67**, No. 3 (Mar), 380.
 [6] V. S. Letokhov; *Soviet Phys. JETP*, 1969, **28**, No. 3 (Mar), 562.
 [7] V. S. Letokhov; *Soviet Phys. JETP*, 1969, **28**, No. 5 (May), 1026.
 [8] J. A. Fleck Jr.; *Appl. Phys. Lett.*, 1968, **13**, No. 11 (1 Dec), 365.
 [9] J. A. Fleck Jr.; *Phys. Rev. (B)*, 1970, **1**, No. 1 (Jan), 84.
 [10] W. Rudolph, H. Weber; *Proc. SPIE*, Vol. 236 (Washington SPIE, 1981), 337.
 [11] W. Rudolph; «Die Zeitliche Entwicklung von Mode-Locking-Pulsen aus dem Rauschen», Dissertation (Fachbereich Physik, Universität, 1980).
 [12] J. M. McMahon, J. L. Emmett; Proc; «11th Symp. Electr. Ion and Laser Beam Tech., San Francisco, Calif., 1971», 269.
 [13] W. Koechner; «Solid State Laser Engineering», (Springer-Verlag, 1976).
 [14] S. O. Rice; *Bell Syst. Tech. J.*, 1945, **24**, No. 1 (Jan), 46.
 [15] Lü Baida, H. Weber; «Theoretische und experimentelle Untersuchungen des Einflusses der Laserparameter auf die Eigenschaften passiver Q-Switch Nd-Laser», (Fachbereich Physik Universität Kaiserslautern, 1981)
 [16] R. Wilbrandt, H. Weber; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1975, **QE-11**, No. 5 (May), 186.
 [17] R. Wilbrandt, H. Weber; *Opt. Commun.*, 1973, **8**, No. 4 (Aug), 307.
 [18] K. P. Driedger; «Das spektrale Verhalten gepulster Festkörperlaser», Staatsexamensarbeit (Fachbereich Physik, Universität Kaiserslautern, 1978).
 [19] F. R. Aussenogg et al.; «Ein numerisches Modell zur Optimierung von passiven Mode-Locked Lasern», (Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft (VI) 1982, **17**, 459.

Statistics of the second threshold of passive mode locking

LÜ BAIDA

H. WEBER

(Sichuan University)

(Kaiserslautern University, West Germany)

(Received 25 May 1983; revised 14 October 1983)

Abstract

The statistics of passive mode locking is investigated theoretically and experimentally in detail for different dyes and resonator configurations with Nd:YAG or Nd-glass as active medium. Experimental results are compared with the theory. In the case of Nd-YAG the theory could be confirmed satisfactorily, whereas the discrepancies between theory and experiment in the case of Nd-glass could be explained qualitatively.