

用类高斯分布处理低阶混合模固体 激光器光束的方法和实验

姚建铨 宁喜发 T.S.Fahlen
(天津大学精密仪器系) (XMR Inc., USA)

提 要

本文运用类高斯型分布的光束处理方法,即把低阶混合模的光束视为扩大 K 倍的基模高斯光束。首先从混合模与基模光强及光斑半径的计算说明这种假设的合理性。由此出发给出了混合模光束特性的计算公式,又用类高斯光束去分析一个典型的连续波 Nd:YAG 激光器,找到了最佳腔长的范围,接着又叙述了 K 的实验测定方法。最后,分析讨论了激光器输出光束与光纤的耦合,求出了实际应用的必要参量。

在一些固体激光器的应用中,既要求有足够的功率(或能量)输出,同时又要求横模有良好的光束质量。例如,在 Nd:YAG 内腔倍频激光器的实验中,发现适当增加横模选择的光阑孔径,可以得到较好光束质量和较高功率的绿光输出。

本文讨论的对象是以运转在 TEM₀₀ 模为主,也包含有少数几个低阶模(以下称为低阶混合模)的固体激光器,对于这类固体激光器的光束特性提出了一种实验和工程近似的分析方法,并绘出了实测结果;同时也找到了一个典型的连续波 Nb:YAG 激光器的最佳腔长及输出光束特性,最后讨论了与光纤的耦合及实验结果*。

一、低阶模及混合模的光束特性

在很多实际情况下,一台固体激光器可看成为对称共焦球面腔,当腔的非涅尔数 $N \rightarrow \infty$ 时,其自再现模的拉盖尔-高斯函数为

$$U_{mn}(r, \varphi) = C_{mn} \left(\sqrt{2} \frac{r}{\omega_{00s}} \right)^m L_n^m \left(2 \frac{r^2}{\omega_{00s}^2} \right) \exp \left(-\frac{r^2}{\omega_{00s}^2} \right) \exp(-im\varphi), \quad (1)$$

式中 (r, φ) 为镜面上的极坐标, C_{mn} 为归一化常数, $\omega_{00s} = \sqrt{L\lambda/\pi}$ 为基模在镜面上的光斑半径, L 为共焦腔长。令 $x = r/\omega_{00s}$, 计算并画出了各模归一化光强 I_{mn} 随 x 的变化曲线(见图 1(a)和(b))。为了便于比较,它们是以各自的最大值来归一化的。

Freiberg^[1] 和 Koechner^[2] 等已指出任一高阶模与基模光斑半径及发散角存在一定的倍数关系,该倍数随不同的模序数而异。不同文献给出的数据稍有差异,我们以两种不同的定义计算了各高阶模与基模光斑半径之比。表 1 分别列出了镜面上光斑半径 ω'_{mns} 、 ω''_{mns} 与 ω_{00s} 的比值(ω'_{mns} 是光强下降到最外面一个极大值的 $1/e^2$ 的点与镜面中心的距离; ω''_{mns} 是

收稿日期: 1983年1月18日; 收到修改稿日期: 1983年4月16日

* 注: 本文的实验工作由姚建铨及 T. S. Fahlen 在美国 XMR 公司完成。

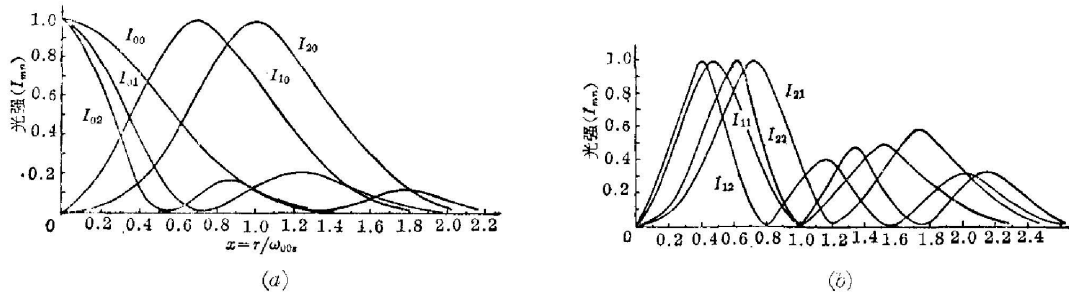


图 1

(a) TEM₀₀, TEM₀₁, TEM₀₂, TEM₁₀ 和 TEM₂₀ 模归一化光强随 x 变化曲线;
 (b) TEM₁₁, TEM₁₂, TEM₂₁, TEM₁₀ 和 TEM₂₀ 模归一化光强随 x 变化曲线

Fig. 1

(a) The normalized intensities of TEM₀₀, TEM₀₁, TEM₀₂, TEM₁₀ and TEM₂₀ modes vs x ;
 (b) The normalized intensities of TEM₁₁, TEM₁₂, TEM₂₁ and TEM₂₂ modes vs x

表 1 各低阶模光斑半径与 ω_{00s} 的比值

Table 1 Ratio of low-order mode spot radius to ω_{00s}

横 模	TEM ₀₀	TEM ₁₀	TEM ₂₀	TEM ₀₁	TEM ₀₂	TEM ₁₁	TEM ₂₁	TEM ₁₂	TEM ₂₂
$\omega'_{mns}/\omega_{00s}$	1.00	1.50	1.77	1.92	2.42	2.21	2.38	2.65	2.81
$\omega''_{mns}/\omega_{00s}$	1.00	1.50	1.77	1.49	1.00	2.00	2.27	2.30	2.44

光强下降到最大值的 $1/e^2$ 的点与镜面中心的距离)。

由表 1 可见, $\omega'_{mns}/\omega_{00s}$ 随 n 的增大要比随 m 的增大来得快, 并且我们找到了一组经验公式

$$\frac{\omega'_{mns}}{\omega_{00s}} = \exp[-(m+n)] + \exp\left[0.25m + \left(\frac{0.16}{m}\right)\right] + \exp\left[0.37n + \left(\frac{0.28}{n}\right)\right] - 1.35, \quad (2)$$

式中: $m \neq 0, n \neq 0$; 当 $m \neq 0, n = 0$ 时, 只取第二项; 当 $m = 0, n \neq 0$ 时, 只取第三项; 当 $m = n = 0$ 时, 只取第一项, 即等于 1。

当用于选横模的小孔不是足够小时, 实际激光器的运转模中往往包含有 TEM₀₀ 模及若干低阶模。我们计算并画出了在不同 x 值时, 包含基模及某个低阶模的归一化光强 $I_{00} + I_{mn}$ 的曲线, 见图 2(a) 和 (b)。

同样按上述两种不同的光斑半径的定义, 求出了混合模光斑半径与 ω_{00s} 的比值, 并列于表 2。

表 2 各混合模光斑半径与 ω_{00s} 的比值

Table 2 Ratio of mixing mode spot radius to ω_{00s}

混 合 模	TEM ₀₀ + TEM ₀₁	TEM ₀₀ + TEM ₀₂	TEM ₀₀ + TEM ₁₀	TEM ₀₀ + TEM ₂₀	TEM ₀₀ + TEM ₁₁	TEM ₀₀ + TEM ₂₁	TEM ₀₀ + TEM ₁₂	TEM ₀₀ + TEM ₂₂
$(\omega'_{mns})'/\omega_{00s}$	1.00	1.00	1.32	1.65	2.17	2.34	2.54	2.63
$(\omega'_{mns})''/\omega_{00s}$	1.00	1.00	1.32	1.65	1.81	2.21	2.11	2.24

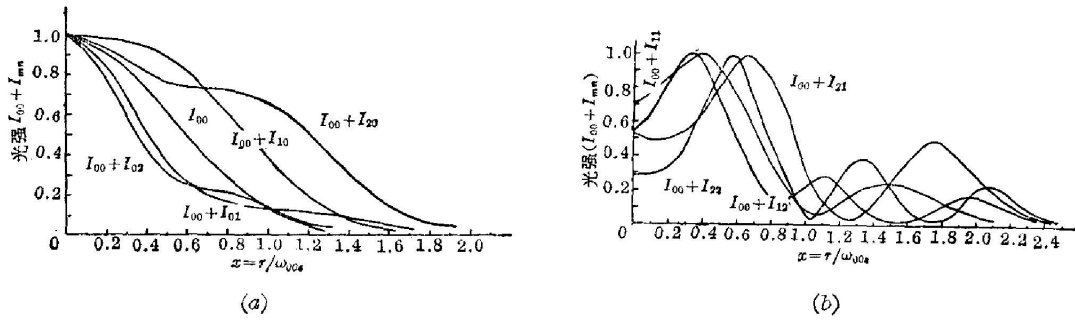


图 2

Fig. 2

- (a) The normalized intensities of $TEM_{00}+TEM_{01}$, $TEM_{00}+TEM_{02}$, $TEM_{00}+TEM_{10}$ and $TEM_{00}+TEM_{20}$ mixing modes vs x ;
 (b) The normalized intensities of $TEM_{00}+TEM_{11}$, $TEM_{00}+TEM_{12}$, $TEM_{00}+TEM_{21}$ and $TEM_{00}+TEM_{22}$ mixing modes vs x

由表 2 可见, 随着低阶模的存在, 混合模的光斑将比基模光斑加大。一般说, 横模序数越大, 光斑越大。文献[2]指出, 在腔内或腔外, 近场或远场, 任一高阶模与基模光斑半径之比均保持常数, 由此推广并结合我们的计算, 有理由认为对于任意位置处混合模与基模光斑半径之比亦保持一确定的常数 K , 我们称之为多模系数。在一台实际激光器中, 运转的横模将更为复杂, 但不管包括有什么低阶模及它们所占的比例为何不同, 也同样存在一个确定的比例系数, 用公式表示为

$$\omega_{mn,0} = K \omega_{00,0}, \quad \omega_{mn,z} = K \omega_{00,z}, \quad (3)$$

式中 $\omega_{00,z}$ 、 $\omega_{mn,z}$ 、 $\omega_{00,0}$ 和 $\omega_{mn,0}$ 分别是空间任意位置及束腰处 ($z=0$) 的基模及混合模的光斑半径。这里多模系数 K 是一个表征在混合模中所含低阶模程度的一个综合参数。在极限情况下, $K=1$ 即只含 TEM_{00} 模。由公式(3), 我们得到混合模光束在任意位置的光斑半径、曲率半径及远场发散角的公式

$$\left. \begin{aligned} \omega_{mn,z} &= \omega_{mn,0} \sqrt{1 + (\lambda z / \pi \omega_{mn,0}^2)^2 K^4}, \\ R_{mn,z} &= z [1 + (\pi \omega_{mn,0}^2 / \lambda z)^2 (1/K^4)], \\ \theta &= (\lambda / \pi \omega_{mn,0}) K^2 \quad (z \gg \pi \omega_{mn,0}^2 / \lambda). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

由此可见, 除了增加含 K^4 或 K^2 的因子外, 公式(4)与通常的基模高斯光束的公式类同。所以实际上我们可以把低阶混合模的光束看成是基模高斯光束半径增加 K 倍的类高斯光束。通过(4)式可以导出类高斯光束的透镜变换、聚焦、准直和模匹配等公式。

二、最佳腔长的考虑

让我们用类高斯光束来分析一台平行平面腔连续工作的 Nd:YAG 激光器。为简单起见, 把具有热透镜效应的工作物质视为一个热焦距为 f_1 的薄透镜, 如图 3 所示。

设混合模在两个镜面上的光斑半径分别为 $\omega_{m,01}$ 和 $\omega_{m,02}$; 腔长为 L 。由(4)式得

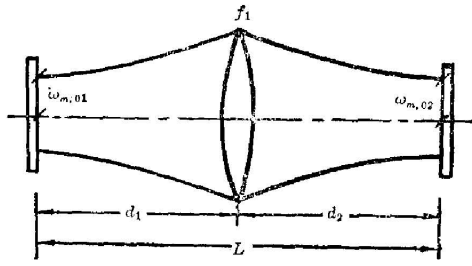


图 3

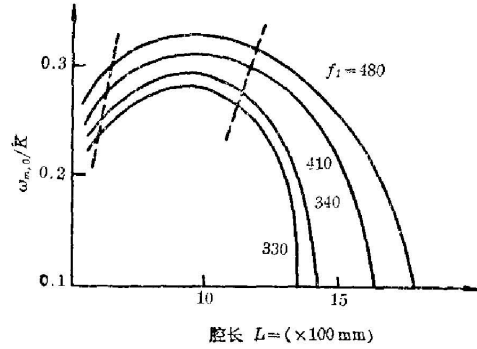


图 4 $\omega_{m,0}/K$ 随 L 的变化曲线

Fig. 4 $\omega_{m,0}/K$ as a function of the cavity length L

$$d_2 = \frac{f_1 \left(\frac{\pi \omega_{m,01}^2}{\lambda K^2} \right)^2 + f_1 d_1^2 - f_1^2 d_1}{f_1 - 2d_1 f_1 + d_1^2 + \left(\frac{\pi \omega_{m,01}^2}{\lambda K^2} \right)^2}, \quad \omega_{m,02} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{d_1}{f_1} \right)^2 + \left(\frac{\pi \omega_{m,01}^2}{\lambda f_1 K^2} \right)^2}} \quad (5)$$

如果工作物质对于两端反射镜对称, 则 $d_1 = d_2 = L/2$, 考虑到谐振腔内光束的自洽, 必有

$$\omega_{m,01} = \omega_{m,02} = \omega_{m,0} \quad (6)$$

满足此条件时, 由(5)式可得到

$$\left(1 - \frac{d_1}{f_1} \right)^2 + \left(\frac{\pi \omega_{m,0}^2}{\lambda f_1 K^2} \right)^2 = 1 \quad \text{或} \quad \frac{\omega_{m,0}}{K} = \sqrt[4]{\frac{\lambda^2}{\pi^2} L \left(f_1 - \frac{L}{4} \right)} \quad (7)$$

图 4 表示在不同 f_1 时, $\omega_{m,0}/K$ 随腔长 L 的变化规律。

当泵浦条件一定时, 即工作物质的热焦距为某一常数时, 存在一个 $\omega_{m,0}/K$ 的极大值, 可以得到较大的模体积及较小的 K 值; 也就是说, 接近基模运转状态。这个极大值所对应的腔长, 我们称为最佳腔长。在极大值附近, 曲线的斜率变化不大, 对应图中两条虚线之间的曲线部分。即说明在一段腔长范围内, 输出参数随 L 的变化不大敏感; 但当 L 大到某一值时, $\omega_{m,0}/K$ 迅速减小, 而且变化的斜率很陡, 这时激光器的输出不稳定或者模式变化极大, 所以应尽量避免工作在此范围内。在我们的实验中, 当氪灯泵浦电流为 25 A, 棒的热焦距为 $f_1 = 340$ mm, 最佳腔长在 750~850 mm 附近时, 输出稳定, 模式较好。

三、激光器输出光束特性的实验测定

综上所述, 我们已把一个含有基模及若干低阶模的混合模光束近似处理为类高斯函数, 这样在实验中可以方便地测出 K 及镜面上光斑半径。方法是在输出反射镜两个不同距离上 (z_1, z_2), 放置光阑, 测量通过该光阑的光能 $p(d)$ ($r=d$) 与总光能 $p(\infty)$ ($r=\infty$)。利用公式

$$\omega_{z_i} = \frac{\sqrt{2} d}{\sqrt{\ln \frac{p(\infty)}{p(d)}}} \quad (i=1, 2), \quad (8)$$

求出两位置处的光斑半径。为了提高测量精度, 在一个位置上可用几个不同孔径的光阑进行测量, 然后求平均值, 并可用(4)式得到

$$\omega_{m,z_1}^2 = \omega_{m,0}^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda z_1}{\pi \omega_{m,0}^2} \right)^2 K^4 \right], \quad \omega_{m,z_2}^2 = \omega_{m,0}^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda z_2}{\pi \omega_{m,0}^2} \right)^2 K^4 \right]. \quad (9)$$

利用上式求得 $\omega_{m,0}$ 及 K 值, 还可算出远场发散角 θ 。对于一台连续波 Nd:YAG 激光器, 腔长为 $L=800\text{ mm}$ 时, 图 5 表示了当腔内小孔 $d_a=1\text{ mm}$ 、 2.5 mm 及 ∞ 时, 实验测出的多模系数 K (实线所示) 及远场发散角 θ (虚线所示) 随氩灯泵浦电流的变化曲线。由图可见, 随着泵浦电流的加强, 腔内振荡模式增加。如电流增至 35 A , $d_a=\infty$ 时, $K=3.5$, 而电流为 25 A , $d_a=1\text{ mm}$ 时, $K=1.25$ 。另外, 随着 d_a 的增加, 模体积加大, 振荡模式增多, 所以 K 也增大, 而且这种增大效应比泵浦电流加强时更为明显。远场发射角的变化规律与 K 类似。

以上方法可简便而迅速地测出一台连续运转的固体激光器的多模系数 K , 这为用实验方法探索腔参数的影响提供了方便。

四、与光纤的耦合及实验

作为一个重要的例子, 我们用上述方法来分析固体激光器输出光束与光导纤维的耦合。在图 6 中, $\omega_{m,0}$ 即为输出反射镜上的光斑半径 (正处在束腰, 其值可用第三节中所述的方法实测), l_1 为聚焦透镜的焦距, 在光纤端面上的光斑半径为 ω_b ; l_1 及 l_2 分别为三者的间距, 与 (5) 式类似有

$$\omega_b = \frac{1}{\sqrt{\left(-\frac{l_1}{f_2}\right)^2 + \left(\frac{\pi \omega_{m,0}^2}{\lambda f_2 K^2}\right)^2}}, \quad l_2 = \frac{f_2 \left(\frac{\pi \omega_{m,0}^2}{\lambda K^2}\right)^2 + f_2 l_1^2 - f_2^2 l_1}{f_2 - 2l_1 f_2 + l_1^2 + \left(\frac{\pi \omega_{m,0}^2}{\lambda K^2}\right)^2}. \quad (10)$$

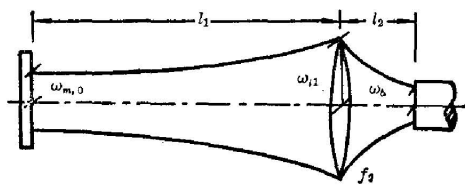


图 6

为了与光纤耦合, 一般采用短焦距透镜, 即 $l_1 \gg f_2$, 此时 $l_2 \approx f_2$, 则有

$$\omega_b \approx \omega_{m,0} \frac{1}{\sqrt{l_1^2 + \left(\frac{\pi \omega_{m,0}^2}{\lambda K^2}\right)^2}}. \quad (11)$$

对于光导纤维其数值孔径 $N.A. = n_0 \sin \alpha$, 这里 α 为孔径角, n_0 为入射光线所在媒质折射率, 这里 $n_0=1$; 然后, 我们定义了一个新的参数 F^* , 并利用 (9) 式得

$$F^* = \frac{1}{2 N.A.} = \frac{f_2}{2 \omega_b} = \frac{f_2}{2 \omega_{m,0} \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda l_1}{\pi \omega_{m,0}^2}\right)^2 K^4}}. \quad (12)$$

由式 (11) 及 (12) 可见, 当 K 及 $\omega_{m,0}$ 一定时, ω_b 及 F^* 与 f_2 成正比; 当 f_2 及 $\omega_{m,0}$ 一定

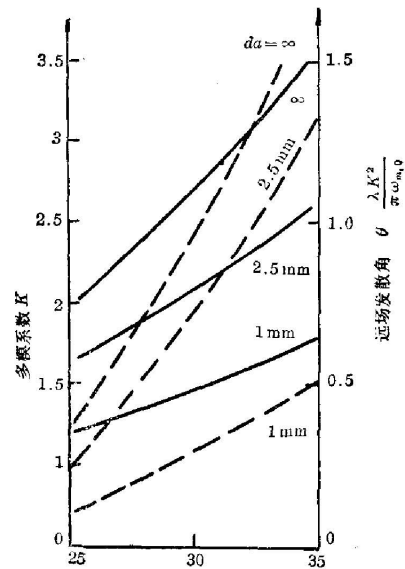


图 5 多模系数及远场发散角随氩灯泵浦电流的变化曲线

Fig. 5 Multi-mode coefficient and far field divergence vs the pumping current

时, ω_b 与 K 成正比, 而 F^* 与 K 成反比。为明显看出其数量关系, 我们在两种实际情况下 ($K=3, \omega_{m,0}=9\text{ mm}$ 及 $K=2.3, \omega_{m,0}=0.8\text{ mm}$), 计算并画出了 ω_b (实线表示) 及 F^* (虚线表示) 随 f_2 的变化规律 (当 $L=860\text{ mm}, l_1=500\text{ mm}$), 如图 7 所示。

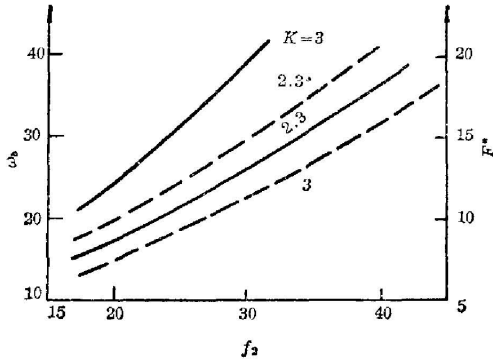


图 7

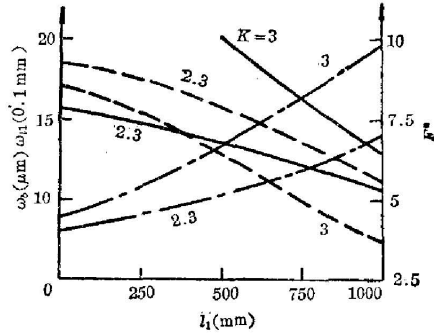


图 8

在与光纤的耦合中, 为了得到高的耦合效率, 一般应保证足够小的 ω_b 及足够大的 F^* , 不过两者是矛盾的。设计的最佳值, 应根据所选用的光纤的规格 (芯线直径等) 来考虑。在保证聚焦后的光斑小于芯线直径的情况下, 尽量加大 F^* , 并在实验中最后确定之。

为了讨论 l_1 的影响, 由 (10) 及 (11) 式, 当取 $L=860\text{ mm}, f_2=16\text{ mm}$ 时, 结果如图 8 所示, 对于 $K=3$ 及 2.3 , 我们计算并画出了 ω_b (实线表示) 及 F^* (虚线表示) 随 l_1 的变化曲线; 图中还以点划线表示 ω_{b1} 随 l_1 的变化曲线。同样根据光纤的规格, 即可分析选择 l_1 , 并在实验中确定之。

最后我们在一台平行平面腔 (腔长 $L=860\text{ mm}$) 的连续波 Nb:YAG 激光器中, 进行了光

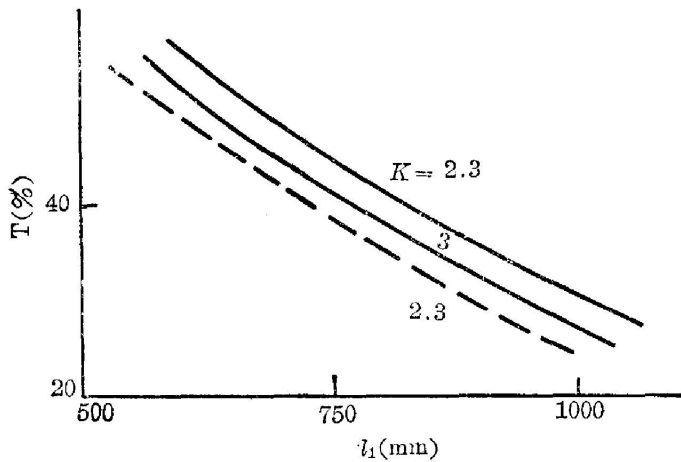


图 9

束与 3 米长光纤的耦合实验。在 $l_1=500\text{ mm}$ 时, 选用 $f_2=40\text{ mm}, 25\text{ mm}$ 及 16 mm 的三种不同焦距的聚焦透镜, 当 $K=2.3$ 时, 耦合系数 T 分别为 76%、83% 和 91.5%; 可见, 采用短焦距的透镜有利。我们采用 $f_2=16\text{ mm}$ 的聚焦透镜, 在 $K=3$ 及 2.3 两种情况下, 测出了 T 随 l_1 的变化曲线 (如图 9 中的实线所示); 而图中虚线所示为 $f_2=25\text{ mm}, K=2.3$ 的情况。

本文所述的方法, 是分析处理具有低阶混合模固体激光器光束的实用方法, 利用此方法我们选择了最佳腔长, 在一台连续波 YAG 内腔倍频激光器上得到了平均功率为 10 W 的绿光输出, 在与光纤耦合的实验中达到了 91.5% 的耦合系数。

参 考 文 献

- [1] R. J. Freiberg, A. S. Halsted; *Appl. Opt.*, 1969, **8**, No. 2 (Feb), 355.
[2] Walter Koechner; «*Solid State Laser Engineering*», (Springer, New York, 1976).

**Methods and experiments for dealing with the solid state
laser beam with lower order mixing modes by
Gaussian-like distribution**

YAO JIANQUAN AND NING XIFA

(*Department of Precision Instruments Engineering, Tianjin University*)

T. S. Fahlen

(*XMR Inc. U. S. A.*)

(Received 18 January 1983; revised 16 April 1983)

Abstract

For solid state lasers with lower order mixing modes in which TEM_{00} mode is dominant and a few lower order modes are included, a method of dealing with the beam based on Gaussian-like distribution is presented. The beam of lower order mixing modes may be regarded as a fundamental mode Gaussian beam expanded K times. (K is the multimode coefficient). Firstly, from the calculation of intensities and spot sizes of the mixing modes and the fundamental mode, the justification of this assumption is indicated. Then the calculating formulae for the beam characteristics of the mixing modes are given. By Gaussian-like method, a typical continuous wave YAG laser is analysed and the region of the optimum cavity length is found. After that, the experimental method of measuring the value of K is recounted. Finally, the coupling of the laser output beam with a fiber is discussed, the necessary parameters for the practical application are obtained.