

用微分琼斯矩阵方法研究 单模光纤的极化特性

王 子 华
(上海科学技术大学)

提 要

本文用光学方法,即微分琼斯矩阵研究单模光纤的极化特性。首先推导了单模光纤的微分琼斯矩阵方程,并引入微分琼斯矩阵的表象理论。将其应用于较复杂的多重微扰单模光纤,使双折射及极化公式具有极其简单的形式和明确的物理意义。最后给出了扭转椭圆芯光纤的极化公式。

一、引 言

单模光纤用于相干通信以及与集成光路的耦合都要求它具有极化稳定特性。用单模光纤做各种传感器也要求它有不同极化特性。因此,单模光纤极化特性的研究越来越引起广泛的兴趣。

单模光纤的极化特性一般通过耦合波方程进行研究,极化状态及双折射的描述采用庞卡莱球^[1],其优点是直观简单,但不是解析方法;也有用琼斯矩阵求解^[2,3],但形式较复杂,物理意义也不够明确。特别在多重微扰情况,这两种方法都不够理想。

本文用光学方法,即微分琼斯矩阵研究单模光纤的极化特性。首先导出微分琼斯矢量方程,并阐述了微分琼斯矩阵的不同表象。借助表象选择的灵活性使多重微扰单模光纤双折射及极化公式具有非常简单的形式和明确的物理意义。最后给出的扭转椭圆芯光纤极化公式是其它方法所没有得到过的。

二、单模光纤的琼斯矢量及其微分方程

根据弱导光纤理论,单模光纤场的纵向分量可以忽略,电场近似为TE波。有微扰存在时(如纤芯椭圆、光纤弯曲),单模光纤电场为

$$\mathcal{E} = \begin{pmatrix} A(z) \\ B(z) \end{pmatrix} R(r) e^{i\omega t} = [A(z)\hat{x} + B(z)\hat{y}] R(r) e^{i\omega t}, \quad (1)$$

$$R(r) = \begin{cases} I J_0(wr) & (r \leq a), \\ I \frac{J_0(ua)}{k_0(wa)} k_0(wr) & (r > a), \end{cases} \quad (2)$$

其中 ω 为角频率, \hat{x} 、 \hat{y} 为单位矢量, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, a 为纤芯半径。 $R(r)$ 为 HE_{11} 模的标量模

式函数, u 、 w 为模向传播与衰减常数, J_0 、 K_0 表示零阶贝塞尔函数和修正贝塞尔函数。在求解单模光纤电场时, 可以将 $e^{j\omega t}$ 和 $R(r)$ 略去, 而只考虑它沿 z 方向的变化, 如图 1 所示,

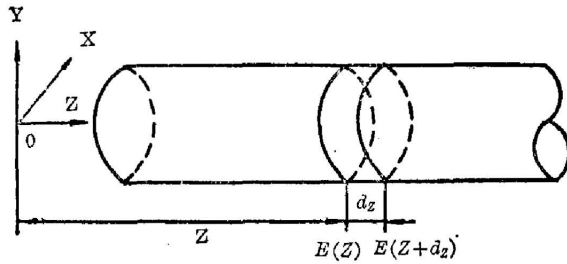


Fig. 1 Single-mode fiber and its coordinate system

图 1 单模光纤及其坐标系

即电场 \mathbf{E} 为

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} A(z) \\ B(z) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

列矢量 $\begin{bmatrix} A(z) \\ B(z) \end{bmatrix}$ 称为琼斯矢量。类似于文献 [5] § 2.10, 可以证明光通过 dz 一段光纤微元后, 其电场的改变满足微分方程

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}, \quad (4)$$

矩阵 $[N]$ 称为微分琼斯矩阵。

三、不同表象的微分琼斯矩阵

不考虑衰减与总的相位延迟, 即令复振幅为 1, 且不考虑光纤的二向色性, 那末以直角坐标为基的微分琼斯矩阵 $[N]$ 可唯一分解为^[4]

$$[N] = \frac{\delta\beta_0}{2} \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix} + \frac{\delta\beta_{45}}{2} \begin{bmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{bmatrix} + \frac{\delta\beta_c}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

其中 $\delta\beta_0$ 、 $\delta\beta_{45}$ 、 $\delta\beta_c$ 分别是与 x 轴成 0° 、 45° 角方向线性双折射和圆双折射。以右旋和左旋圆极化为基的微分琼斯矩阵 $[N]$ 可唯一分解为

$$[N] = \frac{\delta\beta_0}{2} \begin{bmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{bmatrix} + \frac{\delta\beta_{45}}{2} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \frac{\delta\beta_c}{2} \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}. \quad (6)$$

任意一对正交椭圆极化状态, 可以表示为庞卡莱球上的两点, 它们的连线为球直径。以这一对极化为基的微分琼斯矩阵的对角线元为相反的纯虚数, 它表示该直径方向的椭圆双折射, 非对角线元实部为相反数而虚部相等, 分别表示与该直径垂直的大圆平面上相互垂直方向的椭圆双折射。任一双折射都可以分解为三个相互正交的椭圆双折射之和, 与文献 [1] 结果相一致。

不同的基称为不同的表象, 不同表象的微分琼斯矩阵与琼斯矢量也不同, 借助于表象选择的灵活性, 可以使有些问题得到简化。

四、多重微扰单模光纤的极化特性

1. 总微分琼斯矩阵和总双折射

式 (6) 又可写成

$$[N] = \frac{i}{2} \begin{bmatrix} 0 & |\delta\beta_l| e^{i2\theta} \\ |\delta\beta_l| e^{-i2\theta} & 0 \end{bmatrix} + \frac{\delta\beta_c}{2} \begin{bmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}, \quad (7)$$

其中 $|\delta\beta_l| = \sqrt{(\delta\beta_0)^2 + (\delta\beta_{45})^2}$ 为单模光纤线性双折射大小, θ 为其与 x 轴夹角, $2\theta =$

$\text{tg}^{-1} \frac{\delta\beta_{45}}{\delta\beta_0}$ 。由式(7), 圆极化表象可以用复数 $\delta\beta_i = |\delta\beta_i| e^{i2\theta}$ 表示单模光纤线性双折射, 就不必用 $\delta\beta_0$ 和 $\delta\beta_{45}$ 两个分量表示。解多重微扰问题, 只要将单一微扰线性双折射复数相加, 圆双折射代数和相加, 较文献[3]在形式上简单些。

我们考虑复杂的情况, 即同时存在芯椭圆、光纤弯曲、横向压力、横向电场产生的线性双折射 $\delta\beta^{(e)}$ 、 $\delta\beta^{(R)}$ 、 $\delta\beta^{(P)}$ 、 $\delta\beta^{(K)}$, 它们的大小(模)由文献[3]式(13)~(16)给出, 方向(幅角一半)为 $\theta^{(e)}$ 、 $\theta^{(R)}$ 、 $\theta^{(P)}$ 、 $\theta^{(K)}$; 另外还有纵向磁场产生的圆双折射 $\delta\beta^{(F)}$ 。由微小作用相加原理, 单模光纤总的微分琼斯矩阵为

$$[N] = \frac{i}{2} \begin{bmatrix} \delta\beta^{(F)} & (\delta\beta^{(e)} + \delta\beta^{(R)} + \delta\beta^{(P)} + \delta\beta^{(K)}) \\ (\delta\beta^{(e)} + \delta\beta^{(R)} + \delta\beta^{(P)} + \delta\beta^{(K)})^* & -\delta\beta^{(F)} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

其中“*”表示复数共轭。总的线性双折射为各别之和

$$\delta\beta_i = \delta\beta^{(e)} + \delta\beta^{(R)} + \delta\beta^{(P)} + \delta\beta^{(K)}. \quad (9)$$

2. 极化公式

求得微分琼斯矩阵后, 已知输入极化状态, 单模光纤任意位置的极化状态由极化传输矩阵给出^[3], 其形式较复杂。用复数 χ 表示极化状态^[5] (χ 也随表象的不同而变化, 那末以本征极化状态为基, 即在自身表象中, 单模光纤的极化公式有简洁的形式

$$\chi(z, x_0) = e^{-i\delta\beta z} x_0. \quad (10)$$

式(10)由方程(4)经过表象变换得到, x_0 为初始极化状态, $\delta\beta = \sqrt{(\delta\beta_i)^2 + (\delta\beta_e)^2}$ 为单模光纤总双折射, 它又等于

$$\delta\beta = \sqrt{|N_{11} - N_{22}|^2 - |2N_{12}|^2}. \quad (11)$$

式(10)表示 $\chi(z, x_0)$ 的轨迹是通过 x_0 的单位圆, 随着 z 的增加, 点 χ 沿圆周均匀旋转, 周期为 $\frac{2\pi}{\delta\beta}$, 如图 2 所示。

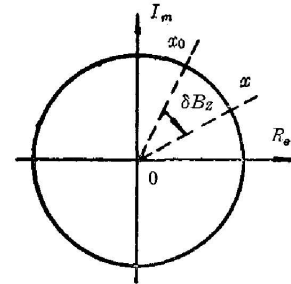


图 2 $\chi(z, x_0)$ 的轨迹是单位圆
Fig. 2 Trajectory of $\chi(z, x_0)$ is the unit circle

将庞卡莱球与该复数平面相切, 切点为一个本征极化状态, 另一个本征极化状态点作为球与平面的射影投影中心, 那末图 2 中的圆对应于庞卡莱球上的一个大圆, 其所在平面与两个本征极化点连线垂直。

3. 扭转椭圆芯单模光纤极化公式

在与扭转速率同步旋转的坐标系中, 根据微分琼斯矩阵定义和式(6)可直接写出旋转坐标圆极化表象的微分琼斯矩阵

$$[N] = \begin{bmatrix} -i\beta_t & -i\kappa_e \\ -i\kappa_e & i\beta_t \end{bmatrix}, \quad (12)$$

其中 $\beta_t = \phi_t - \kappa_t$, ϕ_t 为扭转率, $\kappa_t = \frac{\delta\beta^{(t)}}{2}$ 、 $\kappa_e = \frac{\delta\beta^{(e)}}{2}$ 为扭转产生的圆双折射和椭圆芯产生线性双折射的一半。将式(12)变换成自身表象代入式(10), 再还原成旋转圆极化表象得

$$x_{\text{旋}} = \frac{\left[\delta\beta + 2i\beta_t \text{tg} \frac{\delta\beta}{2} z \right] x_0 - 2i\kappa_e \text{tg} \frac{\delta\beta}{2} z}{\left[-2i\kappa_e \text{tg} \frac{\delta\beta}{2} z \right] x_0 + \left[\delta\beta - 2i\beta_t \text{tg} \frac{\delta\beta}{2} z \right]}, \quad (13)$$

其中 $\delta\beta = \sqrt{\kappa_e^2 + \beta_t^2}$ 。由文献[5], 固定坐标圆极化表象的极化公式为

$$x(z, x_0) = e^{-i2\phi_0 z} \cdot x_{\text{旋}0} \quad (14)$$

式(14)中两个函数分别单独是周期函数,但相乘结果就不是周期函数,它在庞卡莱球上的轨迹类似圆滚线,与文献[1]中的结果一致。

本文是在黄宏嘉教授的指导下完成的,并对周幼威、郑学恒老师的帮助表示感谢。

参 考 文 献

- [1] R. Ulrich, A. Simon; *Appl. Opt.*, 1979, **18**, No. 13 (Jul), 2241.
- [2] M. Monerie, L. Jeunhomme; *Opt. Quant. Electron.*, 1980, **12**, No. 6 (Nov), 449.
- [3] J. Sakai, T. Kimura; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1982, **18**, No. 1 (Jan), 59.
- [4] R. C. Jones; *J. O. S. A.*, 1948, **38**, No. 8 (Aug), 671.
- [5] R. M. A. Azzam, N. M. Bashara; *«Ellipometry and Polarized Light»*, (North-Holland Publishing Company, 1977), Ch. 2.

Polarization properties investigation of single-mode fibers by using the differential Jones-matrices

WANG ZIHUA

(Shanghai University of Science and Technology)

(Received 16 July 1983, revised 5 September 1983)

Abstract

Polarization properties of single-mode fibers have been investigated by using the differential Jones-matrices. The differential Jones vector equation is derived, then the representation theory of differential Jones-matrix is introduced. Applying then to complex multiply perturbed single-mode fibers, the expressions of birefringence and evolution of polarization are found to be very simple and quite intuitive. The formula for polarization evolution of twisted fibers with an elliptical core is given.