第4卷 第11期
1984年11月

光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA

Vol. 4, No. 11
November, 1984

宽带可调谐激光器的调频范围和临界行为

潘 少 华
(中国科学院物理研究所)

提 要

本文用半径典理论阐述宽带可调谐激光器的调频范围同各种激光器参量的关系。表明调频范围不仅同激活介质的增益线型有关，而且有赖于选频元件的选择性能力、激光器的相对功率水平、输出谱线的宽度以及激光器的运转类型等因素。

对调频范围刻界点行为也在文中进行了详细分析，指出被选模光子数在调频范围内改变缓慢，而当越出调频范围时迅速下降，激光器能量将迅速地从被选模转移至非被选模，出现了以最高增益模为中心的激光振荡旁带。从而对上述普遍实验现象给予了理论解释。

一、引 言

宽带可调谐激光器的调频范围是激光物理实验和激光器应用中普遍关心的问题之一。在激光腔内加入选频元件，使被选模的损耗系数低于其余模，则当被选模的频率位于调频范围之内时，这些模在模竞争中占优势，因而完全抑制了其余模。这时若进行调频，使被选模的频率趋近调频范围的边界，则由于被选模的增益系数随之减小，这些模相对其余模的优势也就越来越小。而当被选模的频率调出选频范围时，它们就开始失去在模竞争中的相对优势，使得非被选模中的某些模不再受抑制而得以增长。

二、调 频 范 围

根据半经典理论[1,2]，宽带可调谐激光器约化光子数 Q_j 的运动方程可表述如下:

$$dQ_j/dt=[\alpha_j(1-p\sum_k Q_k)-\gamma_j]Q_j-(1-p)\alpha_j Q_j^2, \tag{1}$$

式中 α_j 和 γ_j 分别表示增益和损耗系数; p 为交叉饱和系数同自饱和系数的比值，它同激光器运转类型有关，例如行波腔 $p=1$ 和驻波腔 $p\approx 2/3$[3]。(1) 式中非线性项代表增益烧孔效应，比例于$(1-p)$。Q_j 与模光子数 n_j 的关系为 $Q_j=A_j n_j$。A_j 为自饱和系数同增益系数的比值，其典型值为 10^{-12}，它具有增益介质的荧光线型，因而对于 n_j 有显著值的所有激光模来说，A_j 可近似地看成是一个与频率 ν_j 无关的常数。所以下文仍简称 Q_j 为模光子数，而省略约化两字。

在稳态条件下，$dQ_j/dt=0$，(1) 式成为

$$1-p\sum_k Q_k-(1-p)Q_j=\gamma_j/\alpha_j. \tag{2}$$

收稿日期: 1984年3月12日; 收到修改稿日期: 1984年4月25日

将(2)式对 j 求和得到 $\sum\limits_{k} Q_k$ 后，代回(2)式，求得光子数方程如下：

$$Q_j=[1-(\gamma_j/\alpha_j)-(1+(1-p)/pM)^{-1}[1-(\sum_{(M)}(\gamma_k/\alpha_k)/M)]\}/(1-p), \tag{3}$$

式中 M 是激光器模数，$\sum\limits_{(M)}$ 表示对 M 个模求和。以下将激光模分成被选模和非被选模，模数分别为 M_s 和 M_n。并设被选模的增益和损耗系数分别为 α_s 和 $\gamma_s=\gamma_0-\Delta\gamma$；而设非被选模的损耗系数 $\gamma_n=\gamma_0$。显然作为选频激光器应有 $\Delta\gamma>0$。于是根据(3)式得：

$$\begin{aligned}Q_s=&\frac{1}{1-p}\left\{1-\frac{\gamma_0}{\alpha_s}\left(1-\frac{\Delta\gamma}{\gamma_0}\right)-\left(1+\frac{1-p}{pM}\right)^{-1}\right.\\&\left.\times\left[1-\frac{\gamma_0}{M}\left(\frac{M_s}{\alpha_s}\left(1-\frac{\Delta\gamma}{\gamma_0}\right)+\sum_{(M_n)}\frac{1}{\alpha_k}\right)\right]\right\},\quad \text{对被选模;}\end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}Q_j=&\frac{1}{1-p}\left\{1-\frac{\gamma_0}{\alpha_j}-\left(1+\frac{1-p}{pM}\right)^{-1}\right.\\&\left.\times\left[1-\frac{\gamma_0}{M}\left(\frac{M_s}{\alpha_s}\left(1-\frac{\Delta\gamma}{\gamma_0}\right)+\sum_{(M_n)}\frac{1}{\alpha_k}\right)\right]\right\},\quad \text{对非被选模,}\end{aligned} \tag{5}$$

式中 $M=M_s+M_n$，$\sum\limits_{(M_n)}$ 表示对 M_n 个非被选模求和。

下文将增益系数 α_j 最大的模称为0模。显然，只要被选模能够抑制0模，当然也能够抑制其余非被选模。又由于对激光器的稳态运转来说，自发辐射光子数可以忽略。故非被选模全部被抑制的条件可表示为 $Q_0\leqslant 0$。将此条件用于(5)式，并让 $M_n=0$，求出如下判据：

$$1-(\gamma_0/\alpha_0)-(1+(1-p)/pM_s)^{-1}[-(\gamma_0/\alpha_s)(1-(\Delta\gamma/\gamma_0))]\leqslant 0。 \tag{6}$$

由于 $M_s\ll 2\Delta\nu/\delta\nu$，上式或 $Q_0\leqslant 0$ 式亦可用于 $\nu_s=\nu_0$ 邻域。(6)式可改写成如下形式：

$$\alpha_s\geqslant\alpha_0(1-(\Delta\gamma/\gamma_0))/[1-((1-p)/pM_s)((\alpha_0/\gamma_0)-1)]\equiv\alpha_c。 \tag{7}$$

显然，(7)式所给定的 α_c 为非被选模全部受抑制的阈值 α_s。在(7)式中，$((\alpha_0/\gamma_0)-1)$ 为 10^{-1} 或1的数量级，$(1-p)/p$ 为1的数量级或更小。因此当 $M_s\gg 1$ 时，α_c/α_0 几乎不随相对激发程度 $((\alpha_0/\gamma_0)-1)$ 而变，这是同实验事实相符的[4]。从(7)式还可得出如下推论：当 $M_s\gg 1$ 时，调频范围的宽度主要取决于增益线型 α_s/α_c 和损耗比 $(1-(\Delta\gamma/\gamma_0))$，而几乎不依赖于 p、$((\alpha_0/\gamma_0)-1)$ 以及 M_s 值。为了从解析关系上分析调频范围宽度与各种参量间的联系，下面以洛伦兹增益线型为例。令

$$\alpha_j=\alpha_0/\{1+[(\nu_j-\nu_0)/\Delta\nu]^2\}, \tag{8}$$

或写成

$$\alpha_j=\alpha_0/[1+(j\delta\nu/\Delta\nu)^2], \tag{8'}$$

式中 $2\Delta\nu$ 是增益曲线半宽度，$\delta\nu$ 是模间隔。将(8)式代入(7)式，求出临界频率 $\nu_\pm^c$，进而求得调频范围宽度：

$$\nu_+-\nu_-=2\Delta\nu\sqrt{[(\Delta\gamma/\gamma_0)-(1-p)/pM_s)((\alpha_0/\gamma_0)-1)]/(1-(\Delta\gamma/\gamma_0))}。 \tag{9}$$

例如当 $\Delta\nu/\delta\nu=10^5$，$1-(\Delta\gamma/\gamma_0)=0.7992$，$(\alpha_0/\gamma_0)-1=0.1$，$p=2/3$，$M_s=50$ 时，由(9)式得 $(\nu_+-\nu_-)/\delta\nu=0.5\times 10^5$。

此外，作者曾给出驻波型染料激光器的复合腔调频范围，可被认为是(7)式的一个应用实例。在此具体条件下，α_j/α_0 为激光染料分子的归一化荧光线型，$p=2/3$，两类模损耗比 $[1-(\Delta\gamma/\gamma_0)]$ 取决于复合腔的反馈系数。理论公式同复合腔调频的一系列实验结果相符得

很好[4]。

顺便说明，(7)式可改写成表达阈值 $\Delta\gamma/\gamma_0$ 的式子：

$$\Delta\gamma/\gamma_0 \geqslant 1-(\alpha_s/\alpha_0)+(\alpha_s/\alpha_0)((1-p)/p)(\alpha_0/\gamma_0)-1)/M_s \equiv \Delta\gamma_c/\gamma_0。\tag{10}$$

显然当 $(1-p)$ 越小时 $\Delta\gamma_c/\gamma_0$ 越小，特别当 $M_s=1$ 时这种关系尤为显著。它从理论上阐述了如下实验事实：具有空间烧孔效应的驻波腔需要用许多选择性元件来抑制其余模，才能实现单模运转，而没有空间烧孔效应的行波腔则不需要高选择性就能实现单模运转[5]。

三、临界点行为

从上节分析可知，当被选模频率 ν_s 在调频范围以外时，由于选频条件(7)式被违背，非被选模不能全受抑制，而必然出现以 o 模为中心的非被选模频带。频带边缘频率 $\nu_\pm=\nu_0\pm(M_n-1)\delta\nu/2$。与此边缘对应的模光子数趋于零，故数学上应让 $Q_\pm=Q(\nu_\pm)=0$。将此条件用于(5)式得

$$\begin{aligned}&1-(\gamma_0/\alpha_\pm)-(1+(1-p)/pM)^{-1}\\&\times\{1-(\gamma_0/M)[(M_s/\alpha_s)(1-(\Delta\gamma/\gamma_0))+\sum_{(M_n)}(1/\alpha_k)]\}=0。\end{aligned}\tag{11}$$

例如，用洛伦兹线型的(8′)式求出：

$$\alpha_\pm=\alpha_0/\{1+[((M_n-1)/2)(\delta\nu/\Delta\nu)]^2\},\tag{12}$$

$$\sum_{(M_n)}(1/\alpha_k)=\sum_{k=-(M_n-1)/2}^{(M_n-1)/2}(1/\alpha_k)=(M_n/\alpha_0)[1+(1/12)(M_n^2-1)(\delta\nu/\Delta\nu)^2]。\tag{13}$$

将以上两式和 $M=M_n+M_s$ 代入(11)式，并注意到 $M_n\gg1$，以及 $M_n\delta\nu/2\Delta\nu\ll1$，忽略高阶小量，再利用阈值方程(7)，求得下式：

$$M_n=[6M_s((\alpha_0/\alpha_s)-(\alpha_0/\alpha_c))(1-(\Delta\gamma/\gamma_0))(\Delta\nu/\delta\nu)^2]^{1/3}。\tag{14}$$

例如，将(9)式下面的数据代入(7)式，算出 $\alpha_c/\alpha_0=0.8$，再设 $\alpha_s/\alpha_0=(\alpha_c/\alpha_0)-10^{-4}=0.7999$，将这些数据，包括 $M_s=50$、$(1-(\Delta\gamma/\gamma_0))=0.7992$ 和 $\Delta\nu/\delta\nu=10^5$，代入(14)式得 $M_n=721$。本例显示的特点是同调频范围临界行为的实验现象一致的，即当被选模频率 ν_s 稍微超越调频范围时，光谱中会出现宽度 $M_n\delta\nu\gg M_s\delta\nu$ 的旁带。

下面分析两类模的光子数在调频范围内外侧的变化情况。当 $\alpha_s\geqslant\alpha_c$ 时，$M=M_s$，由(4)式并利用(7)式，得被选模光子总数(M_sQ_s)为

$$\begin{aligned}&\sum_{(M_s)}Q_s=(1/p)(1-(\gamma_0/\alpha_0))+(p+(1-p)/M_s)^{-1}\\&\times(\gamma_0/\alpha_0)(1-(\Delta\gamma/\gamma_0))((\alpha_0/\alpha_c)-(\alpha_0/\alpha_s))=Q_T,\quad 当\ \alpha_s\geqslant\alpha_c,\end{aligned}\tag{15}$$

式中 Q_T 为激光器全光子数。当 $\alpha_s<\alpha_c$ 时，由(4)和(5)式，并利用(7)式以及条件 $M_n\gg M_s$ 和 $M_n\gg(1-p)/p$，分别得出被选模和非被选模的光子总数如下：

$$\begin{aligned}\sum_{(M_s)}Q_s=&\frac{1}{p}\left(1-\frac{\gamma_0}{\alpha_0}\right)-\frac{M_s}{1-p}\left(1-\frac{1}{M_n}\sum_{(M_n)}\frac{\alpha_0}{\alpha_j}\right)\frac{\gamma_0}{\alpha_0}\\&-\frac{M_s\gamma_0}{1-p}\left(1-\frac{\Delta\gamma}{\gamma_0}\right)\left(\frac{1}{\alpha_s}-\frac{1}{\alpha_c}\right),\end{aligned}\tag{16}$$

$$\sum_{(M_n)}Q_j=(1/p)\,(1-(\gamma_0/M_n)\sum_{(M_n)}(1/\alpha_j))-\sum_{(M_s)}Q_s,\quad 当\ \alpha_s<\alpha_0。\tag{17}$$

并由此写出全光子数：

$$Q_T=\sum_{(M_s)}Q_s+\sum_{(M_n)}Q_j=(1/p)\ (1-(\gamma_0/M_n)\sum_{(M_n)}(1/\alpha_j)),\quad 当\ \alpha_s<\alpha_c。 \tag{18}$$

由于 M_n 个非被选模是集中在 ν_0 邻域的，故 $(1/M_n)\sum_{(M_n)}(\alpha_0/\alpha_j)\approx 1$，所以在(16)式中，右端第二项的贡献是次要的。$\sum_{(M_s)}Q_s$ 随 α_s 的变化主要体现在右端最末项，此项同(15)式右端末项具有同样的函数形式，但两者的比例系数却很悬殊，$M_s/(1-p)\gg(p+(1-p)/M_s)^{-1}$。所以当 $\alpha_s\geqslant\alpha_c$ 时，随着 α_s 增加，$\sum_{(M_s)}Q_s$ 上升是很缓慢的。反之，当 $\alpha_s<\alpha_c$ 时，随着 α_s 减小，$\sum_{(M_s)}Q_s$ 下降是极其迅速的，特别是当 $p\to 1$ 时，由于非被选模同被选模竞争剧烈，$\sum_{(M_s)}Q_s$ 将陡然下降。另一方面，从(18)式可见，全光子数 Q_T 随 α_s 的减小而下降是极慢的。综上所述可得如下推论：当 ν_s 超越调频范围界限时，激光器能量将迅速从被选模转移至非被选模，而两类模的能量总和却几乎维持不变。

四、结 语

宽带可调谐激光器的调频范围，不仅与激活介质的增益线型有关，而且，同被选模与非被选模损耗比、被选模的模数、激发上能级的相对激发程度以及增益烧孔效应的强弱等因素有关。

当 ν_s 在调频范围内调动时，被选模能量改变缓慢。反之，当 ν_s 超越调频范围时，绝大部分被选模能量将迅速转移给非被选模，后者组成了以最高增益模为中心的振荡旁带。

参 考 文 献

[1] M. Sargent III *et al.*; «*Laser Physics*», (Addison-Wesley, 1974), 133.

[2] 潘少华;«物理学报», 1981, **30**, No. 8 (Aug), 1067.

[3] 潘少华;«物理学报», 1981, **30**, No. 9 (Sep), 1270.

[4] 许祖彦，潘少华等;«物理学报», 1981, **30**, No. 6 (Jun), 820.

[5] H. W. Schröder *et al.*; *Appl. Phys.*, 1977, **14**, No. 4 (Dec), 377.

Tuning range and critical behavior of lasers with tunability over wide range

PAN SHAOHUA

(Institute of Physics, Academia Sinica)

(Received 12 March 1984; revised 25 April 1984)

Abstract

By employing the semiclassical theory of lasers, a relation between the frequency tuning range and various laser parameters is given in this article. It is demonstrated that the width of the tuning range not only depends on the gain profile, but also on the following factors, i. e., the sensitivity of frequency selecting elements, relative level of the laser output power, the linewidth of selected modes, and the operating configuration of the laser.

The output characteristics of lasers at the critical frequencies, i. e., at the boundary of the tuning range, is analyzed in detail as well. It is shown that the intensity of the selected modes varies slowly when the frequency is tuned in the tuning range, but decreases repidly when it is tuned out the boundary of the tuning range, that is to say, the energy of the laser oscillator is rapidly transfered from the selected modes to non-selected modes which will grow up around the conteur of the gain curve. Therefore the common experimental phenomena mentioned above are explained theoretically.