

# 稳态激光等离子体中的电场 结构及其密度分布

沈文达

(上海科学技术大学物理系)

朱蔚通

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

## 提 要

本文导出了法向入射时,稳态激光等离子体中的电场强度和等离子体标度长度的解析表达式,揭示了达到稳态所需的时间对入射光场强的依赖关系。所得的结果与实验和计算机模拟很好地符合。

## 一、引 言

激光等离子体冕区的电场结构和密度分布是对激光聚变具有特殊重要意义的研究课题。了解它们的特性,可以清楚地理解和解释激光聚变靶中光的吸收、散射等各种相互作用过程。

计算机模拟和实验表明激光辐照时产生的有质动力可以显著地修正等离子体在临界面附近的流体动力学行为,从而形成四种可能的密度分布结构<sup>[1]</sup>。Lee等已详细地研究了其中的稀疏平台型结构<sup>[2]</sup>。指出在变陡的临界密度区上、下端存在着两个密度平台。并给出了其流速和密度。进一步, Kruer<sup>[3]</sup>用假设声速与临界点间的密度分布为局部线性,给出了临界密度对入射光强度的依赖关系。然而,迄今人们还没有给出整个冕区场结构和密度分布的解析描述,还没有注意到达到稳态的时间与入射光场强的依赖关系。

本文采用了不考虑有质动力时的自相似解作为密度分布的初级近似,求得了与它对应的场结构的表达式,再用这场分布作为有质动力的源项,求得了有质动力存在时的密度分布修正,给出了密度轮廓的标度长度的解析表达式,并建立了达到稳态的时间与入射光场强的依赖关系。所得结果与实验和计算机模拟相符合。

## 二、基本方程

假设  $y$  方向偏振的平面电磁波  $\mathbf{E} = E_0 \exp[-i(\omega t - kx)] \mathbf{e}_y$  沿负  $x$  方向垂直入射到  $x$  方向不均匀的无碰撞等温等离子体上。密度分布和场结构由等离子体连续性方程、运动方程和麦克斯韦波动方程决定:

收稿日期: 1984年5月5日

$$\partial n / \partial t + \partial (nv) / \partial x = 0, \quad (1)$$

$$\partial v / \partial t + (v \partial / \partial x) v = -C_s^2 \partial \ln n / \partial x - (Z_e^2 / 4Mm\omega^2) (\partial |E|^2 / \partial x), \quad (2)$$

$$\partial^2 E / \partial x^2 + k^2 (1 - n/n_c) E = 0. \quad (3)$$

这里  $C_s \equiv (ZT_e/M)^{1/2}$ , 是离子声速,  $v$  为等离子体流动速度,  $n_c$  为临界密度,  $e$ 、 $m$ 、 $T_e$ 、 $n$ 、 $M$ 、 $Z$ 、 $\omega$ 、 $k$ 、 $E$  分别为电子电荷、电子质量、电子温度、离子数密度、离子质量、离子电荷数、激光频率、真空波数及电场强度。

当不考虑有质动力时, 方程(1)、(2)有自相似解

$$V = \xi + 1, \quad (4)$$

$$N = N_0 = \exp(-\xi), \quad (5)$$

其中,  $V = v/C_s$ ,  $\xi = x/C_s t$ ,  $N = n/n_c$ . 并已选取坐标, 使  $\xi = 0$  表示不考虑有质动力时密度分布  $N_0$  的临界密度面。  $\xi < 0$  为高密度区 ( $N_0 > 1$ ),  $\xi > 0$  为低密度区 ( $N_0 < 1$ )。一般说来, 等离子体的自相似膨胀将一直继续到激光脉冲结束, 这时的密度分布为  $N_{op} = \exp(-\xi_p)$ ,  $\xi_p = x/C_s t_p$ ,  $t_p$ ——激光脉宽,  $L_p = C_s t_p$  为等离子体的特征标度长度<sup>[4]</sup>。然而, 当入射激光较强或激光脉冲较长时, 有质动力将阻止等离子体的自相似膨胀而达到稳态分布<sup>[2]</sup>, 因而当达到稳态所需的时间  $t_b < t_p$  时, 在  $t > t_b$  的整个时间过程中, 其稳态的密度分布和电场结构由 Loo<sup>[2]</sup> 导出的方程决定:

$$V dN/d\xi_b + N dV/d\xi_b = 0, \quad (6)$$

$$V dV/d\xi_b + (1/N) (dN/d\xi_b) = - (1/4) (d|e|^2/d\xi_b), \quad (7)$$

$$d^2 e/d\xi_b^2 + k^2 L_b^2 (1 - N) e = 0. \quad (8)$$

这里  $e = eE/m\omega v_e$ , 而  $v_e$  为电子的热速度。  $\xi_b = x/C_s t_b = x/L_b$ 。

### 三、场和密度分布

我们取(8)式中的  $N = N_{ob} = \exp(-\xi_b)$ , 求得场强  $e$  的表达式

$$e = C_1 H_\nu^{(1)}(\nu N_{ob}^{1/2}) + C_2 H_\nu^{(2)}(\nu N_{ob}^{1/2}), \quad (9)$$

其中,  $H_\nu^{(1)}(\nu N_{ob}^{1/2})$ ,  $H_\nu^{(2)}(\nu N_{ob}^{1/2})$  是  $\nu$  阶 Hankel 函数,  $\nu = i2kL_b$ ; 在  $|\nu| \gg 1$  时,  $H_\nu^{(1)}$ ,  $H_\nu^{(2)}$  有一致渐近展开式<sup>[5]</sup>,

$$\begin{aligned} e = & 2C_1 \exp(-i\pi/3) (4\zeta/1 - N_{ob})^{1/4} \{ Ai[\exp(2\pi i/3)\nu^{2/3}\zeta]\nu^{1/3} \\ & \times \sum_{i=0}^{\infty} [a_i(\zeta)/\nu^{2i}] + (\exp(2\pi i/3) Ai'[\exp(2\pi i/3)\nu^{2/3}\zeta]\nu^{5/3}) \\ & \times \sum_{i=0}^{\infty} [b_i(\zeta)/\nu^{2i}] \} + 2C_2 \exp(\pi i/3) (4\zeta/1 - N_{ob})^{1/4} \{ Ai[\exp(-2\pi i/3)\nu^{2/3}\zeta]\nu^{1/3} \\ & \times \sum_{i=0}^{\infty} [a_i(\zeta)/\nu^{2i}] + \exp(-2\pi i/3) (Ai'[\exp(-2\pi i/3)\nu^{2/3}\zeta]/\nu^{5/3}) \\ & \times \sum_{i=0}^{\infty} b_i(\zeta)/\nu^{2i} \}, \end{aligned} \quad (10)$$

其中

$$\begin{cases} (2/3)\zeta^{3/2} = \ln[(1 + \sqrt{1 - N_{ob}})/\sqrt{N_{ob}}] - \sqrt{1 - N_{ob}} & \xi_b > 0, \\ (2/3)(-\zeta)^{3/2} = \sqrt{N_{ob} - 1} - \arccos(1/\sqrt{N_{ob}}) & \xi_b < 0. \end{cases} \quad (11)$$

由  $N_{ob} \rightarrow \infty$  (即  $(-\zeta \rightarrow \infty)$ , 要求  $\delta \rightarrow 0$ ), 定得  $C_2 = 0$ , 若只保留最大贡献的  $a_0 = 1$  项, 得到

$$\varepsilon = -2iC_1(4\zeta/1 - N_{ob})^{1/4}(2kL_b)^{-1/3}Ai[-(2kL_b)^{2/3}\zeta], \quad (12)$$

由入射边界条件  $N_{ob}|_{\xi_0=\xi_{0i}} \sim 0$ ,  $\varepsilon = \varepsilon_0$ , 可以确定系数  $C_1$ 。

$$C_1 = i\varepsilon_0(\pi kL_b)^{1/2} \exp\{-i[2/3(2kL_b)\zeta_i^{3/2}]\}, \quad (13)$$

于是

$$|\varepsilon| = 2\pi^{1/2}\varepsilon_0(2kL_b)^{1/6}(\zeta/1 - N_{ob})^{1/4}|Ai[-(2kL_b)^{2/3}\zeta]|, \quad (14)$$

从(14)式看到, 依赖于 Airy 函数的电场强度  $|\varepsilon|$  在上密度架 ( $N_0 > 1$ ,  $\zeta < 0$ ), 为雕落波, 满足  $\varepsilon_2 = 0$ ,  $d\varepsilon_2/d\xi_0 = 0$ 。在低密度架 ( $N_0 < 1$ ,  $\zeta > 0$ ) 为驻波。其波节和波峰的位置分别由 Airy 函数和它的一阶导数的零点决定。第一个峰对应声速点。显而易见, 这驻波的波峰和周期是随着远离临界面而逐渐减小的。因而, 我们得到的场的表达式(14), 不仅全面地反映了整个冕区场结构的特点, 而且无须借助球几何<sup>[6]</sup>, 就自然地修正了 Lee<sup>[2]</sup> 等得到的低密度区等幅, 等周期振荡的不合理的结果。

我们把(14)式代入(7)式右边, 并与(6)式联立, 可以求得在有质动力作用下的密度分布  $N$  和等离子体流动速度  $V$ :

$$2(V_2^2 - 2 \ln V_2 - 1) = 2(V_1^2 - 2 \ln V_1 - 1) = |\varepsilon_s|^2, \quad (15)$$

$$N_2 = -|\varepsilon_s|^2/V_2(8 - 4V_2 - 4/V_2), \quad (16)$$

$$N_s = N_1V_1 = N_2V_2, \quad (17)$$

$$2(N_s^2/N^2 - 2 \ln(N_s/N) - 1) = |\varepsilon_s|^2 - |\varepsilon|^2, \quad (18)$$

这里各量下标的含义同 Lee<sup>[2]</sup>。

关于  $L_b$  可以如下确定, 由于  $N_2$  处的电场强度和它的导数为零, 可以认为在高密度区有质动力的作用对密度分布无甚影响, 因而仍可用  $N_{ob} = \exp(-\xi_b)$  描述, 即有

$$N_2 = N_{ob2}, [(2/3)C - \zeta_2]^{3/2} = \sqrt{N_2 - 1} - \arccos(1/\sqrt{N_2}).$$

另一方面, 在  $(-\zeta)$  区域, Airy 函数是衰减的, 且有  $Ai^2(2) \simeq 0$ <sup>[7]</sup>, 所以由  $-(2kL_b)^{2/3}\zeta_2 = 2$  可以确定

$$kL_b = 2^{3/2}/3(\sqrt{N_2 - 1} - \arccos 1/\sqrt{N_2}). \quad (19)$$

等离子体的局域密度标度长度  $L$  由下式决定:

$$kL = |(1 - (N_s/N)^2)/2\pi\varepsilon_0^2 Ai Ai'|, \quad (20)$$

从(15)~(20)式, 可以由入射光场强  $\varepsilon_0$  唯一地确定冕区各点的密度, 速度和场强。

## 四、结果讨论

为了更清楚地看出在达到稳态时, 激光等离子体内部的场结构, 密度分布等特点, 在本节把上面的结果作了图示和分布。

图 1 示出了  $\varepsilon_0 = 0.35$  时, 激光等离子体冕区的电场结构和密度分布。点虚线表示冕区的电场结构, 实线表示不考虑有质动力时的密度分布  $N_{ob}$ , 虚线表示在有质动力作用下的密度分布。可以看到它们与实验及粒子模拟得到的结果十分相似<sup>[1]</sup>; 在有质动力作用下的密度分布由一个调制的下密度架, 上密度架以及连接上、下密度架的密度轮廓变陡的近似线性分布的临界密度区组成, 而在上密度架处由满足自相似解的密度分布连接到超高密度区。

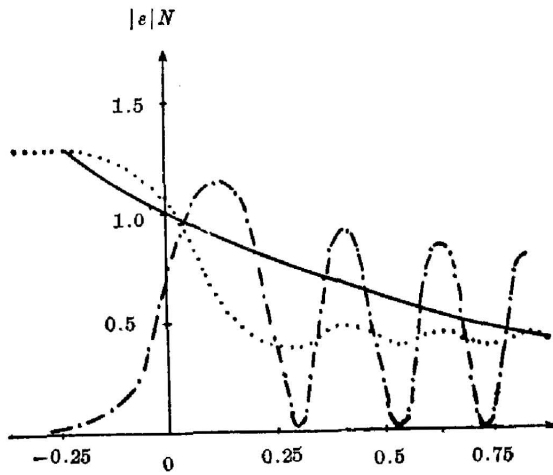


图1 法向入射时, 稳态激光等离子体中的场结构和密度分布  
Fig. 1 Field structure and density profile in the stationary laser plasma in the case of normal incidence

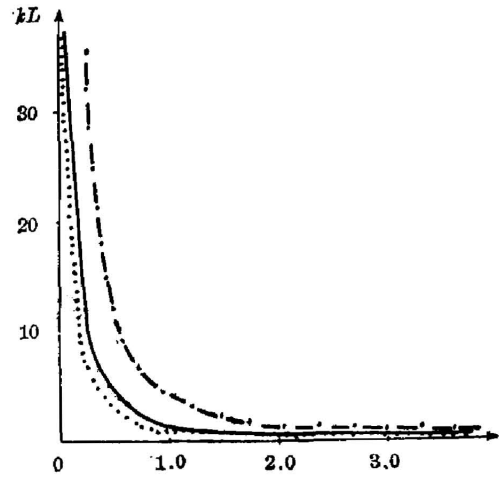


图2 标度长度  $kL$  对入射光场强  $\epsilon_0$   
Fig. 2 Plot of scaling length  $kL$  versus incident field intensity  $\epsilon_0$

图2显示了初始标度长度  $kL_b$  (点虚线)、临界密度面的标度长度  $kL_c$  (实线), 声速点的标度长度  $kL_s$  (虚线) 对入射光场强  $\epsilon_0$  的依赖关系。我们看到这些标度长度都随  $\epsilon_0$  的增大而减小, 但它们的意义是不同的。

由于  $L_b = C_s t_b$ , 这意味着达到稳态所需要的时间随着入射光强度的增大而减小。当达到稳态所需要的时间  $t_b$  比激光脉宽长时, 就不会形成稀疏平台型密度分析结构。事实上, 由于  $t_b$  (或  $L_b$ ) 与上密度架密度  $N_2$  由(19)式联系着, 因而达到稳态所需要的时间与入射光场强的依赖关系, 也可以看作形成稀疏平台型结构,  $N_2, \epsilon_0$  应满足的条件。我们按所得的公式计算得到的稀疏平台型结构区域与文献 [1] 中稀疏平台区域相符合。这说明了把自相似解作为一种初始分布是合理的。

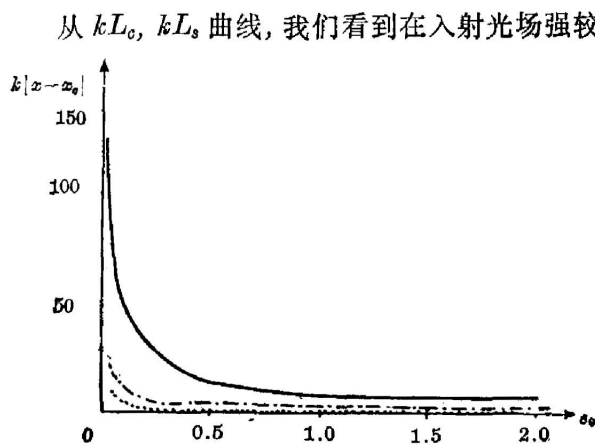


图3 间宽  $k|x-x_0|$  对入射光场强  $\epsilon_0$   
Fig. 3 Plot of separate broadness  $k|x-x_0|$  versus incident field intensity  $\epsilon_0$

从  $kL_c, kL_s$  曲线, 我们看到在入射光场强较小 ( $\epsilon_0 < 1$ ) 时, 声速点处密度标度长度比临界密度还小, 随着  $\epsilon_0$  的增大, 临界密度处的标度长度减小得比声速点处更快。同时, 我们还看到,  $kL_c, kL_s$  随  $\epsilon_0$  的减小快慢在低强度区与高强度区并不是相同的。在低强度区 ( $\epsilon_0 < 0.4$ ),  $kL_c \sim \epsilon_0^{-14}$ , 与文献 [3] 对弱场 ( $\epsilon_0 < 0.1$ ) 得到的结果接近, 在  $\epsilon_0 > 0.4$  范围,  $kL_c \sim \epsilon_0^{-18}$ , 接近 Lee 得到的结果  $kL_c \sim I_0^{-1}$ 。

利用我们的理论结果, 还可以得到上、下密度平台到临界面的间宽,  $|x_2 - x_c|, |x_1 - x_c|$ , 临界点与声速点间的间宽  $|x_s - x_c|$  对入射光场强的依赖关系。

图 3 的点虚线表示  $|x_2 - x_c|$  与入射光场强  $\varepsilon_0$  的依赖关系。实线表示  $|x_1 - x_0|$  与入射光场强  $\varepsilon_0$  的依赖关系。虚线表示  $|x_s - x_c|$  与入射光场强的依赖关系, 可以清楚地看到, 随着入射光场强  $\varepsilon_0$  的增大, 间宽减小。

总之, 从所得的场结构的表达式, 可以获取大量的信息。它们唯一地由入射光的场强  $\varepsilon_0$  决定。应该指出, 我们得到的场结构的解析形式并不是完全自洽的, 因为它是以  $N = N_{0s}$  代入场方程求得的, 由于有质动力修正的密度分布将会重新通过场的波动方程影响场结构, 因而可能进一步修正 (14) 式, 但可以看出, 由于上密度平台的场强及其导数为零, 所修正的主要是临界密度附近及低密度区, 由我们的结果, 知道临界密度附近的密度近似线性分布, 其标度长度  $L_0$  亦是已知的, 而对线性分布, 其解仍有熟悉的 Airy 函数形式, 因而修正后的场其特点不变, 仅仅标度长度作相应的变化, 至于低密度区, 可以根据修正后的密度分布用 W. K. B 方法求场的修正, 仍具有驻波的特点, 所变化的仅是波节和波峰的位置。更何况我们的结果不仅在定性上, 而且在定量上与用数值计算得到的结果相一致, 因而可以利用这些公式分析整个冕区的各种物理过程。

### 参 考 文 献

- [1] D. Jones *et al.*; *Phys. Fluids*, 1981, **24**, No. 2 (Feb), 310.
- [2] K. Lee *et al.*; *Phys. Fluids*, 1977, **20**, No. 1 (Jan), 51.
- [3] Kent Estabrook and W. L. Kruer; *Phys. Fluids*, 1983, **26**, No. 7 (Jul), 1888.
- [4] Clair Ellen Max; "*Interaction Laser-Plasma*", (Roger Balian and Jean-Claude Adam Editors, North-Holland Publishing company Amsterdam. New York. Oxford. 1982), 304.
- [5] "*Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*", (Edited by Milton Abramowitz and Irene A. Stegun. Wash, US GPO, 1964), 363.
- [6] P. Mulser and C. Van Kessel; *Phys. Rev. Lett.*, 1977, **38**, No. 16 (Apr), 902.
- [7] V. L. Ginzburg; "*The Propagation of Electromagnetic Waves in Plasmas*", (Second edition, Pergamon Press, Oxford, New York, Toronto Sydney Braunschweig, 1970), 428.

## Electric field structure and density profile in the stationary laser plasma

SHEN WENDA

(Department of Physics, Shanghai University of Science and Technology)

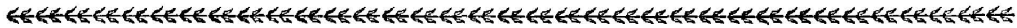
ZHU SHITONG

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

(Received 5 May 1984)

### Abstract

The analytic expressions for electric field intensity and plasma scaling length in stationary laser plasma in the case of normal incidence have been derived. The dependence of the time taken to reach stable state on the incident intensity has been revealed. These results are in good agreement with experiments and computer simulation.



### 第一届全国光学材料测试学术报告会

中国光学学会主办、光学材料委员会组织召开的第一届全国光学材料测试学术报告会,于1984年7月17日至22日,在我国吉林省延边朝鲜族自治州首府延吉市举行。来自12个省市30个单位51位代表出席了会议。会上交流的论文廿五篇,并进行了分组讨论。

论文的主要内容有:1. 光学材料光学均匀性测试方法的改进;2. 光学材料折射率、光吸收,应力等光学参数的测试研究;3. 光学材料物化性能参数的测试研究;4. 晶体的光学缺陷研究;5. 新型晶体的功能特性测试研究;6. 光导纤维和光学薄膜的性能测试研究以及新的测试方法和微处理机应用的研究。

这次会议反映出我国光学材料的测试技术面临着实用化要求的挑战;光学材料质量关把得好坏,全看测试技术过得了关与否。当前没有一个统一的测试标准,就很难评定材料的质量等级。随着经济改革和新技术革命的发展,光学材料正面临着质量、性能、品种和应用的大发展。从而光学材料测试技术也面临着急待改革和提高。现有的常规测试必须规范化,测试方法和条件必须进行改革,应向高精度极限性能的自动化测试迈进。现有光学材料的质量提高,要求深入开展材料缺陷的测试研究。材料的工作波长的开拓和新的功能材料的探索,需要建立新的测试方法和条件。新的光学材料的开发必然与测试工作紧密相关,因此我国光学材料测试工作这一薄弱环节,急待加强和改进。

为了加强光学材料测试技术的学术交流,以期促进这一领域的发展,光学学会光学材料专业委员会决定成立光学材料测试专业组。

会议讨论并建议,第二届光学测试学术会议由中国科学院安徽光机所主办,将于1985年10月在安徽合肥举行。

(乙 民)