

# 利用四反射镜环形反馈系统消除乘积干扰

张以谟 谢功伟

(天津大学精密仪器工程系)

## 提 要

本文提出了利用四反射镜环形反馈系统对二灰阶物和连续灰阶物进行消乘积工作的原理; 讨论了一些影响系统消乘积能力的有关因素; 给出了一部分曲线和实验结果照片。

从七十年代中期开始, 随着高质量被动光学系统的出现, 光学反馈技术的研究和应用得到了较快的发展。美国学者 S. H. Lee, 西德学者 E. Händler 等相继建立了不同形式的光反馈系统, 在理论和实验两方面探讨了光反馈技术在消卷积模糊, 对比度控制, 解偏微分方程, 超分辨技术, 象的非带限复元, 消二灰阶乘积干扰, 带通滤波器等方面的应用<sup>[1~6]</sup>。本文深入研究了光反馈技术在消除连续灰阶乘积干扰方面的作用, 讨论了消乘积的一些有关问题。

由于光学反馈系统可以方便、灵活地改变输出的对比度, 因此可利用这个原理作消乘积工作。

用来消乘积的环形反馈系统的工作原理图见图1, 其中, 高反射率反射镜  $M_2, M_3, M_4$  和反射率较高、透射率较低的分束镜  $M_1$  组成反馈腔, 在反馈腔中, 实线为正向通道, 斜线为

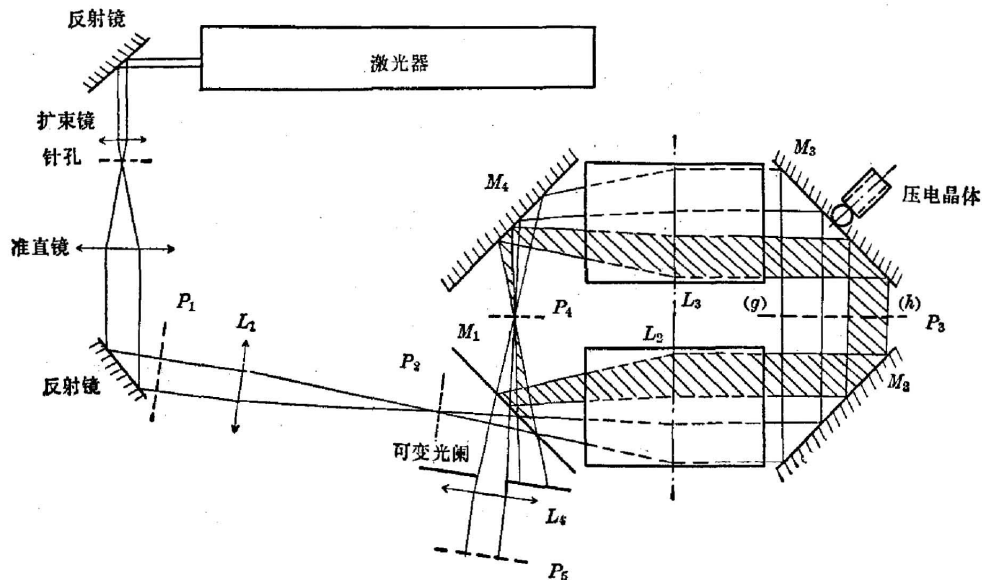


图1 用来消乘积的四反射镜环形反馈系统

Fig. 1 A Four mirrors closed loop feedback system for solving multiplication

反向通道,  $L_1, L_2, L_3, L_4$  皆为傅氏变换物镜,  $P_1$  为输入面,  $P_5$  为输出面,  $P_3$  为中间象平面, 可放置空间滤波器, 经过推算可得上述环形反馈系统的综合传递函数为:

$$f(x, y) = \gamma \frac{g(x, y)}{1 - \alpha g(x, y)h(x, y)\exp(i\varphi)} \quad (1)$$

其中,  $g(x, y)$  为正向通道的空间滤波器,  $h(x, y)$  为反向通道的空间滤波器,  $\alpha$  为损耗因子,  $\gamma$  为常数。通过控制  $M_3$  后面的压电晶体的位移形变可以使位相因子  $\varphi$  在  $0^\circ \sim 360^\circ$  内发生连续变化, 进而使传递函数连续改变。

消乘积的原理如下: 设在一张输入图象透明片上重迭着一个干扰函数, 并设此干扰函数是已知的, 在反向通道的中间象平面上置入干扰函数的负象作为空间滤波器, 使其与输入干扰匹配, 将正向通道开路, 适当调整压电晶体的位移, 使位相因子发生变化, 便可除去输入中的干扰信号, 将有用信息突出, 达到消乘积的目的。下面分两种情况进行讨论。

## 一、干扰函数为二灰阶物

设与输入  $O(x, y)$  相乘的干扰函数  $A$  只有两个光强透过率  $t_1^2, t_2^2$ 。且  $t_1^2 > t_2^2$ , 并设其对比度为:

$$C_1 = (t_1^2 - t_2^2) / (t_1^2 + t_2^2), \quad (2)$$

单独将  $A$  置于图 1 中的输入平面  $P_1$  上, 在  $P_3$  平面置入  $A$  的负象  $h$  作为空间滤波器, 使负象  $h$  与  $A$  匹配, 设与  $t_1, t_2$  相对应的  $h$  的透过率为  $t_4, t_3$ , 其对比度为:

$$C_2 = (t_3^2 - t_4^2) / (t_3^2 + t_4^2). \quad (3)$$

将正向通道开路, 即:  $g(x, y) = 1$ , 并略去不影响计算结果的常数因子  $\gamma$ , 则输入中振幅透过率为  $t_1$  的这部分经过反馈系统的作用后, 其输出为:

$$I_1 = |t_1 f|^2 = t_1^2 / (1 - 2\alpha t_4 \cos \varphi + \alpha^2 t_4^2). \quad (4)$$

同理, 输入中振幅透过率为  $t_2$  的另一部分经系统作用后的输出为:

$$I_2 = |t_2 f|^2 = t_2^2 / (1 - 2\alpha t_3 \cos \varphi + \alpha^2 t_3^2). \quad (5)$$

如果调节  $\varphi$ , 使(4)式和(5)式相等, 即:

$$t_1^2 / (1 - 2\alpha t_4 \cos \varphi + \alpha^2 t_4^2) = t_2^2 / (1 - 2\alpha t_3 \cos \varphi + \alpha^2 t_3^2), \quad (6)$$

则干扰将被抑制, 此时若有一有用信息  $O(x, y)$  与  $A$  迭加, 则在输出

$$I = |O \cdot A \cdot f|^2 = |O|^2 |A f|^2$$

中,  $|A f|^2$  已变成灰度均匀的衬底, 从而将  $O(x, y)$  解出, 即消除了乘积干扰。当满足上述条件, 并借助于(2)、(6)式, 通过计算可得消除乘积干扰的条件为:

$$C_1 = [2\alpha \cos \varphi (t_3 - t_4) - \alpha^2 (t_3^2 - t_4^2)] / [2 - 2\alpha \cos \varphi (t_3 + t_4) + \alpha^2 (t_3^2 + t_4^2)]. \quad (7)$$

其中,  $C_1$  称为系统可处理的对比度。

图 2 是  $C_2$  为不同定值时,  $C_1$  和  $\varphi$  的相应的关系曲线, 分析图 2 可知, 对于某一固定的  $C_2$  值, 当  $\varphi = 0^\circ$  时, 系统所能处理的干扰信号对比度的数值为最大, 从而系统所能处理的输入对比度的数值也就最大, 随着  $\varphi$  的增加, 系统所能处理的以上数值逐渐减小。

下面给出三个实验结果照片, 图 3 是一个干扰信号和一个“学”字相乘在一起, 经处理后

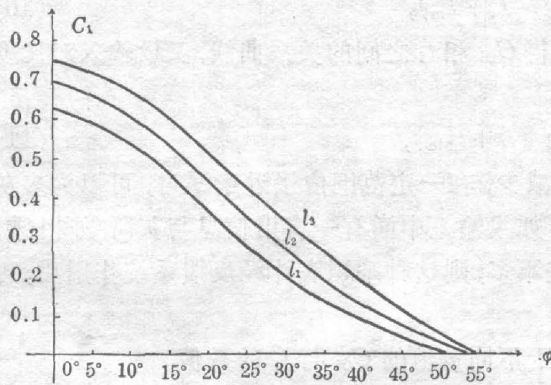


图2 对二灰阶物消乘积干扰的关系曲线  
Fig. 2 The curves of suppression of two grey scale disturbance

$l_1: C_2=0.43, l_2: C_2=0.538, l_3: C_2=0.667,$   
 $t_3^2=1, \alpha=0.75$

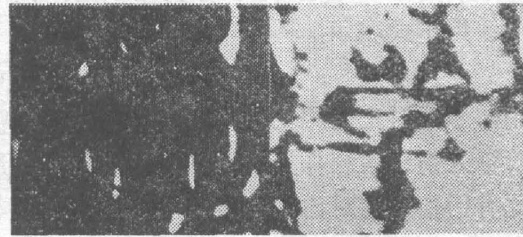


图3 单文字消乘积干扰  
(a) 有乘积干扰的照片; (b) 消干扰后的结果  
Fig. 3 Suppression of multiplicative disturbance for single word  
(a) disturbed object; (b) processed object

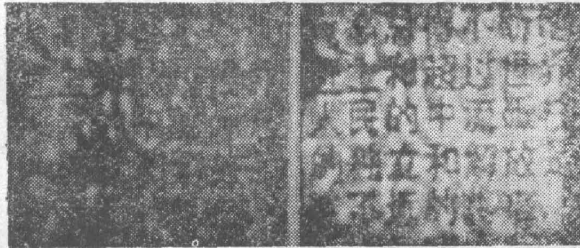


图4 多文字消乘积干扰  
(a) 有乘积干扰的照片; (b) 消干扰后的结果  
Fig. 4 Suppression of multiplicative disturbance for multiple letters  
(a) disturbed object; (b) processed object

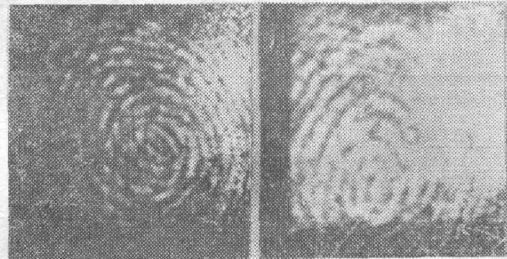


图5 重叠指纹的分离  
(a) 重叠指纹照片; (b) 去掉其中一个指纹后的结果  
Fig. 5 Separation of multiplicative finger-print  
(a) multiplicative finger-print; (b) processed object

恢复了原信息“学”字,图4是被乘积干扰覆盖的多文字经系统处理后恢复了原信息的照片,图5是两个重叠指纹经系统处理后将其中一个指纹恢复原样的照片。

## 二、干扰函数为多灰阶物

设输入为多灰阶物,其中含有振幅透过率:  $t_1, t_2, \dots, t_i, \dots$ , 作为空间滤波器的输入的负象的振幅透过率满足如下条件:

$$t_{ni} = K t_i^{-\gamma n} \quad (i=1, 2, 3, \dots), \tag{8}$$

其中  $K$  为常数,依实验条件而定<sup>[6]</sup>,  $\gamma \geq 1.7$ , 输出中的光强分布为:  $I_1, I_2, \dots, I_i, \dots$ , 它们分别与输入中的振幅透过率  $t_1, t_2, \dots, t_i, \dots$ , 一一对应,输出光强可由下式算得:

$$I_i = |O \cdot f|^2 = t_i^2 / (1 - 2\alpha t_{ni} \cos \varphi + \alpha^2 t_{ni}^2), \tag{9}$$

设输入中数值最小的光强透过率为  $t_{\min}^2$ , 输出中与其相对应的光强为  $I_m$ , 且设输出对比度为:

$$C_{0i} = (I_t - I_m) / (I_t + I_m), \quad (10)$$

则当  $\varphi$  为某一定值时, 依 (8), (9) 等式, 可求得  $C_{0i}$  和  $t_i^2$  之间的关系曲线, 又设输入对比度曲线用下式表示:

$$C_i = (t_i^2 - t_{\min}^2) / (t_i^2 + t_{\min}^2), \quad (11)$$

则与输入对比度相比较, 当输出对比度大幅度减少, 在一定范围内接近于零时, 可以为多灰阶输入物经系统作用后变成灰度均匀的衬底。如果输入中尚有一有用信息与灰阶物相乘, 此有用信息的对比度与多灰阶物的对比度相差不多, 则这种乘积底片经反馈系统作用后, 可将有用信息解出。

表 1 给出了当  $\gamma_n = 2$ ,  $t_{\min} = 0.32$  时, 对应于不同  $\varphi$  值的  $C_{0i}$  与  $t_i^2$  的数值。

表 1

$t_i^2$	0.1225	0.16	0.25	0.36	0.49	0.64	0.7225	0.9025
$C_i$	0.089	0.22	0.42	0.55	0.65	0.72	0.75	0.796
$(\varphi = 2.56^\circ)$ $C_{0i}$	-0.217	-0.3482	-0.3744	-0.3117	-0.2268	-0.1357	-0.089	0
$(\varphi = 9.96^\circ)$ $C_{0i}$	-0.17	-0.282	-0.296	-0.2342	-0.1395	-0.0456	0	0.09
$(\varphi = 12.5^\circ)$ $C_{0i}$	-0.1468	-0.2486	-0.25	-0.186	-0.09	0	0.047	0.137
$(\varphi = 17.5^\circ)$ $C_{0i}$	-0.0987	-0.17	-0.16	-0.085	0	0.1074	0.15	0.24
$(\varphi = 21.5^\circ)$ $C_{0i}$	-0.07	-0.117	-0.09	0	0.0899	0.1862	0.2319	0.317
$(\varphi = 25.9^\circ)$ $C_{0i}$	0.0256	0.045	0	0.09	0.1899	0.2842	0.3279	0.4083

图 6 是  $C_{0i}$  与  $t_i^2$  的关系曲线。分析曲线可以看出, 当  $\varphi$  为某一值, 例如  $\varphi = 17.5^\circ$  时, 与输入对比度曲线相比较, 输出对比度在一定范围内迅速减小, 可近似地看成灰度比较均匀的光场。

图 7 给出了当  $\gamma_n = 1.7$ ,  $t_{\min}^2 = 0.1$  时, 对应于不同  $\varphi$  值的输出对比度  $C_{0i}$  和输入  $t_i^2$  的关系曲线。

图 8 和图 9 是以上原理的实验结果照片, 图 8 中, (a) 为多灰阶输入片, (b) 为经系统处理后灰度比较均匀的输出片。图 9 中, (a) 为两个多灰阶人头象乘积的输入片, 用其中的一个侧向人头象的负片作为空间滤波器, 调  $\varphi$  到适当值, 经系统处理后可得到另一个人头象的复原, 见图 9(b)。

下面给出消乘积的一些有关问题的进一步分析。

### 1. 消乘积的渐变过程

进一步分析上述的原理和实验结果, 可以知道, 消乘积干扰的过程是个渐变过程。回顾公式 (4)、(5)、(6), 且设:

$$C_0 = (I_1 - I_2) / (I_1 + I_2), \quad (12)$$

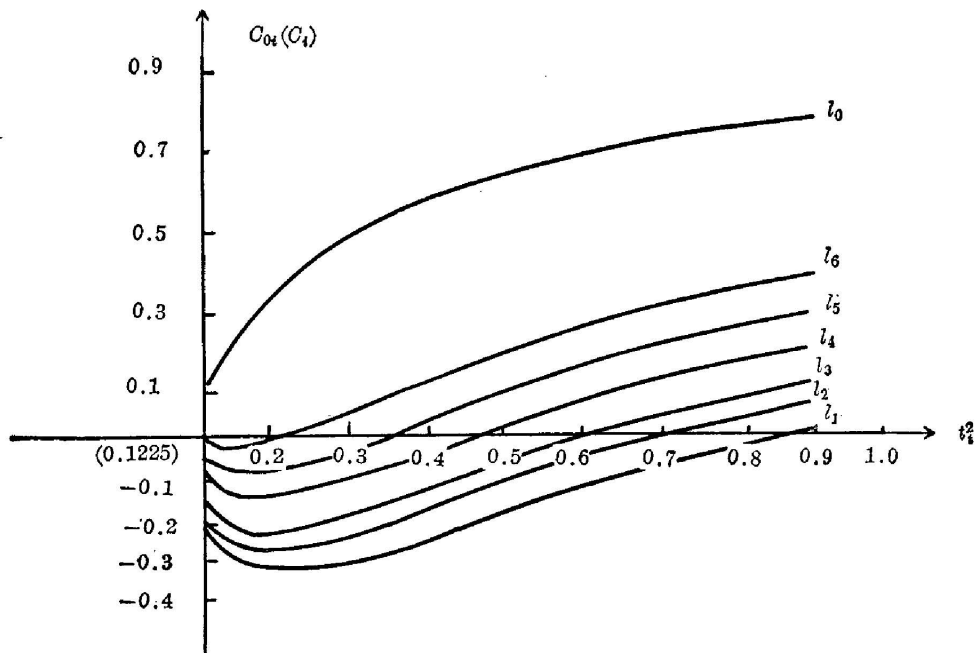


图 6 连续灰阶物消乘积干扰的关系曲线(I)

$K=0.0944, t_{min}=0.32, \alpha=0.75, l_0$ : 输入对比度曲线,  $l_1: \varphi=2.56^\circ, l_2: \varphi=9.96^\circ,$   
 $l_3: \varphi=12.5^\circ, l_4: \varphi=17.5^\circ, l_5: \varphi=21.5^\circ, l_6: \varphi=25.9^\circ$

Fig. 6 The curves of suppression of continuous grey scale disturbance (I)

$K=0.0944, t_{min}=0.32, \alpha=0.75, l_0$ : curve of input contrast,  $l_1: \varphi=2.56^\circ,$   
 $l_2: \varphi=9.96^\circ, l_3: \varphi=12.5^\circ, l_4: \varphi=17.5^\circ, l_5: \varphi=21.5^\circ, l_6: \varphi=25.9^\circ$

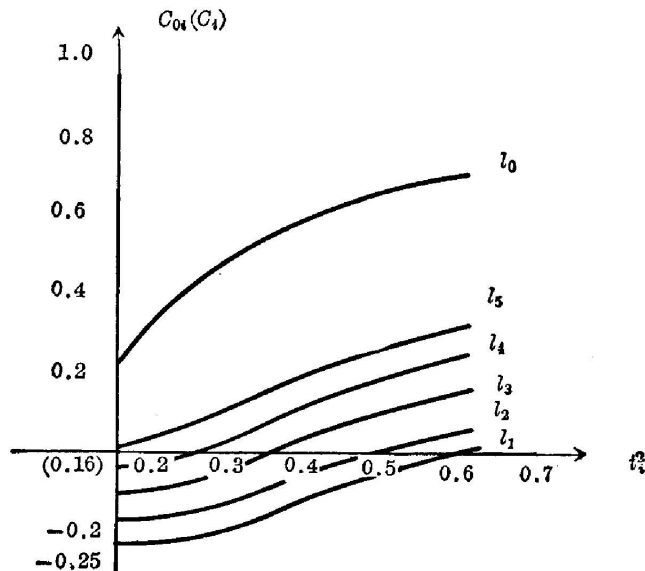


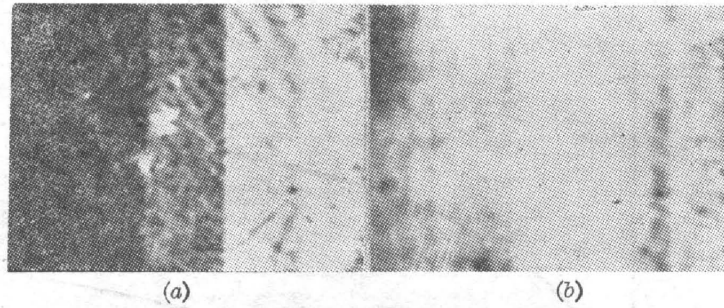
图 7 连续灰阶物消乘积干扰的关系曲线(II)

$K=0.1248, t_{min}=0.32, \alpha=0.75, l_0$ : 输入对比度曲线,  $l_1: \varphi=2^\circ,$   
 $l_2: \varphi=10.5^\circ, l_3: \varphi=16.6^\circ, l_4: \varphi=21.86^\circ, l_5: \varphi=26^\circ$

Fig. 7 The curves of suppression of continuous grey scale disturbance (II)

$K=0.1248, t_{min}=0.32, \alpha=0.75, l_0$ : curve of input contrast,  $l_1: \varphi=2^\circ,$   
 $l_2: \varphi=10.5^\circ, l_3: \varphi=16.6^\circ, l_4: \varphi=21.86^\circ, l_5: \varphi=26^\circ$





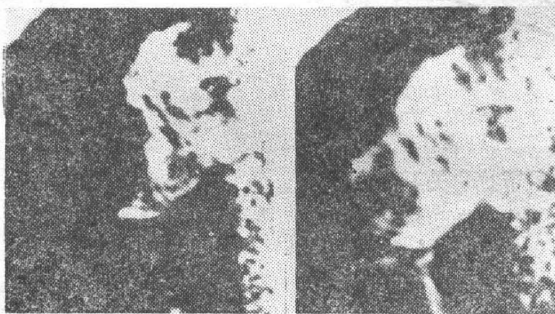
(a) (b)

图 8 对连续灰阶物的处理

(a) 连续灰阶输入片; (b) 经系统处理后的结果

Fig. 8 Processing of continuous grey scale object

(a) continuous grey scale input; (b) processed object



(a) (b)

图 9 对连续灰阶物乘积片的处理

(a) 连续灰阶物乘积输入片; (b) 经系统处理后的结果

Fig. 9 Processing of multiplicative input of continuous grey scale objects

(a) multiplicative input of continuous grey scale objects; (b) processed object

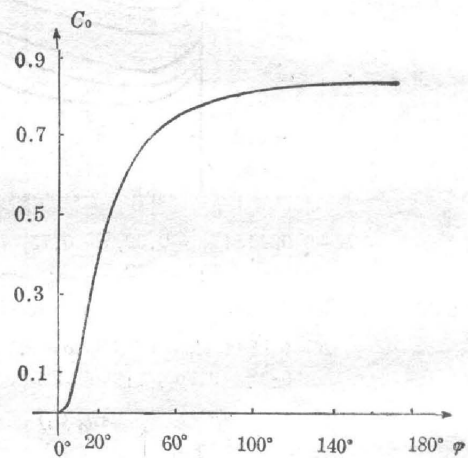


图 10 描绘消乘积变化过程的关系曲线

Fig. 10 Curve for describing the variation of process of solving multiplication

$t_1^2=0.71, t_2^2=0.1, t_3^2=1, t_4^2=0.2$

可知, 调节  $\varphi$ ,  $C_0$  将发生变化, 对于某个  $\varphi$  值, 当  $I_1=I_2$ , 即  $C_0=0$  时, 乘积中的干扰将消失, 变成灰度均匀的衬底; 对于另一  $\varphi$  值, 当  $I_1 \neq I_2$ , 即  $C_0 \neq 0$ , 且  $C_0$  的值最大, 也就是输出中干扰信号的对比度最大时, 输出中 useful 信息被淹没的程度为最深。  $C_0$  的变化, 将表征输出中干扰信号对比度的变化,  $C_0$  和  $\varphi$  的关系可以用来描述消乘积的渐变过程。图 10 是  $C_0$  和  $\varphi$  的关系曲线。

图 11 给出了将有用信息“光”字和任意型干扰信号的乘积底片输入到光学反馈系统后, 当  $\varphi$  改变  $180^\circ$  的过程中输出的变化情况。



图 11 描绘消乘积变化过程的实验结果照片

Fig. 11 Experimental photographs of describing the variation of process of solving multiplication

由以上这组照片可以看出, 当  $\varphi$  连续改变时, 由于输出中干扰信号的对比度由零开始, 连续增加, 有用信息“光”字经历了一个由清楚到模糊的渐变过程。

### 2. 损耗系数 $\alpha$ 对系统处理能力的影响

如果系统能把对比度较高的干扰信号变成灰度均匀的衬底, 那就意味着能处理对比度较高的有用信息, 即系统的处理能力较强, 而影响系统这一能力的重要因素之一就是损耗系数  $\alpha$ 。

现以  $\varphi=0^\circ$  为例, 分析(7)式可知, 当空间滤波器固定不变, 而  $\alpha$  改变时,  $C_1$  也随之而变, 即系统所能处理的干扰信号的最大对比度值在改变。 $\alpha$  和  $C_1$  的曲线关系见图 12。

由图 12 可知, 随着  $\alpha$  的增大, 系统所能处理的干扰信号的对比度也在增大; 而当  $\alpha=0.5$  时, 系统只能处理对比度为 0.4 以下的干扰信号, 这在实用中已经没有多大意义。当  $\varphi$  和  $C_2$  为其它定值时, 同理可得与上述相同的结论。

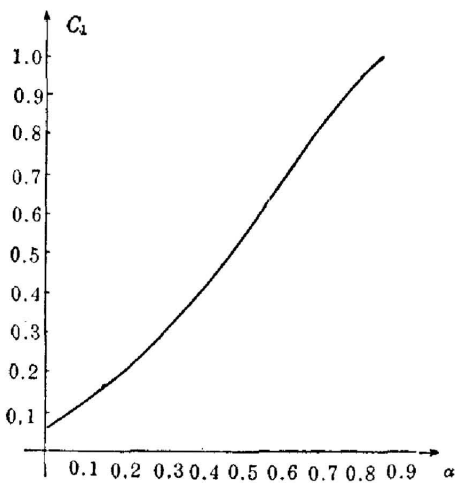


图 12 损耗系数  $\alpha$  和输入对比度  $C_1$  之间的关系曲线  
 Fig. 12 The characteristics of loss parameter vs input contrast  
 $t_3^2=1, t_2^2=0.2, \varphi=0^\circ$

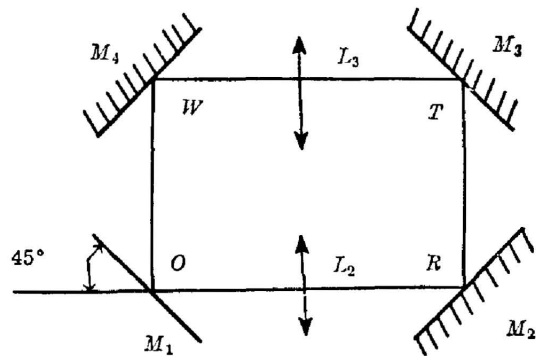


图 13 反馈腔的几何图形  
 Fig. 13 Diagram of feedback cavity

### 3. 系统调整精度与系统分辨率的关系

在反馈系统中, 由于多次反馈循环的缘故, 系统的调整精度对系统的分辨率有极大影响。下面给出粗略分析。

图 13 为反馈腔的几何图形, 在理想情况下, 即  $L_2$  和  $L_3$  前后焦点之距离  $s$  相等, 且两者的前后焦点互相重合, 又假设分束镜  $M_1$  的厚度为零, 则当入射光线与分束镜成  $45^\circ$  角的方向入射时, 其过透镜中心的光线轨迹在反馈腔内必形成闭合矩形, 并且此矩形周长的一半  $l$  和  $s$  相等。

现假设由于调整精度不够, 虽然  $L_3$  的后焦点和  $L_2$  的前焦点在  $P_4$  面重合, 但  $L_2$  的后焦点和  $L_3$  的前焦点  $F_3$  之间存在  $\Delta x$  的距离。若把输入物  $y$  置于图 1 中的  $P_1$  面上, 则  $y$  在正向通道上的第一个中间象  $y_1$  成在  $L_2$  的后焦点  $F_2'$  上, 再经过多次反馈循环后,  $y$  将在  $P_3$  面附近的正、反向通道上形成许多象, 将上述反馈腔内反复成象的过程展成直线形式, 且看成近轴成象得到示意图 14, 现以正向通道上的  $L_3$  的前焦面的位置为原点, 可推得经过  $n$  次反馈循环后,  $y_1$  的象与  $F_3$  的距离为:

$$x_{n+1} = -(2n+1)\Delta x, \tag{13}$$

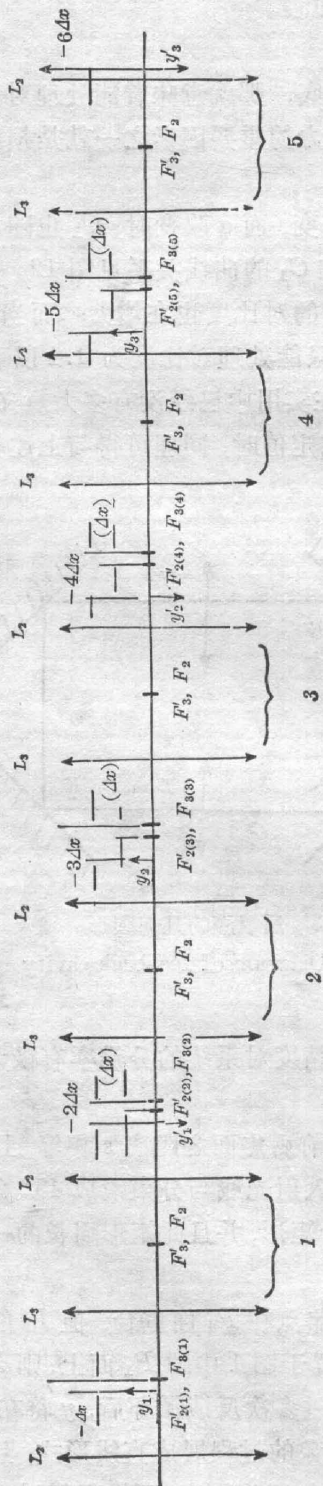


图 14 调整误差存在时的成象过程

Fig. 14 The process of formation of image while adjustment error is existed

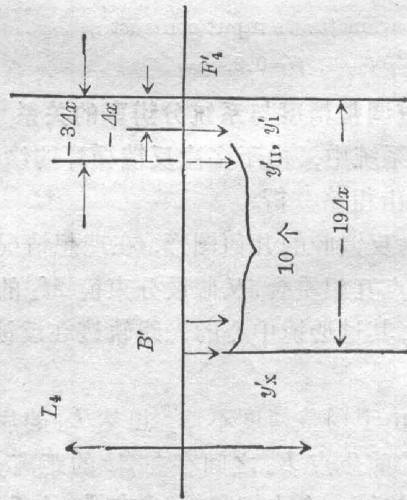


图 15 调整误差存在时的输出

Fig. 15 The output while adjustment error is existed



(a) (b)

图 16 调整误差消除前后的实验结果照片

(a) 调整误差存在时的输出;  
(b) 调整误差消除后的输出

Fig. 16 The experimental photographs while adjustment error is existed and eliminated

(a) The photograph of output while adjustment error is existed; (b) The photograph of output while adjustment error is eliminated



若按  $n=9$  来计算, 则依(13)式,  $y_1$  的 9 个象  $y_2, y_3, \dots, y_{10}$ , 与  $F_3$  之距离分别为  $-3\Delta x, -5\Delta x, \dots, -19\Delta x$ 。设图 1 中的  $L_3, L_4$  组成无焦系统, 则  $y_1-y_{10}$  在输出面  $P_5$  前形成互不重叠的 10 个输出象  $y'_1-y'_{10}$ , 示意图见图 15。若输入  $y$  为点物, 则在  $P_5$  面接收到的是 10 个弥散斑的混和。今设傅氏变换物镜的有效利用孔径为  $\Phi=24\text{ mm}$ ,  $f'=1000\text{ mm}$ , 输入  $y$  是频率为 5 pair of line/mm 的光栅底片, 即每一亮线条的宽度为 0.1 mm, 则经过简单计算可知, 当  $\Delta x > 0.22\text{ mm}$  时, 此光栅经反馈系统作用后的输出将模糊不清。当入射光线与  $M_1$  的夹角略小于  $45^\circ$  时(见图 1), 可仿上法推得基本相同的结果, 可见系统的调整精度对系统的分辨率有极大影响, 较之常规光学处理系统, 这种影响要大许多倍。

若将一张 40 多字的底片输入系统, 将正反向通道皆开路, 在  $P_5$  面拍照, 则在系统调整精度提高前后, 输出结果有很大差别。图 16 的 (a) 是系统存在  $\Delta x$  的调整偏差时的输出照片, 这时的输出是许多输出象投影的混合; (b) 是反复精调光路后, 各输出象严格重合的输出结果照片。由此可见, 反馈系统的调整偏差将使系统的分辨率急剧下降。

本文前半部分给出了重迭指纹分离和多文字消模糊的实验结果照片皆是在反复精调光路, 基本消除  $\Delta x$  偏差情况下拍得的。

### 参 考 文 献

- [1] D. P. Joblonowski and S. H. Lee; *Appl. Phys.*, 1975, **8**, (May), 51.
- [2] P. De Santis; *Optica Acta*, 1976, **23**, No. 7 (Jan), 505.
- [3] Neal C. Gallagher, Jr; *Appl. Opt.*, 1976, **15**, No. 4 (Apr), 882.
- [4] E. Händler and U. Röder; *Opt. Commun.*, 1977, **23**, No. 3 (Dec), 352.
- [5] Poohsan N. Tamura and James C. Wyant; *SPIE/OSA*, 1976, 74, image processing 57.
- [6] Jack Cederquist and S. H. Lee; *Opt. Soc. Am.*, 1981, **71**, No. 6 (Jun), 643.
- [7] J. W. 顾德门; 《傅里叶光学导论》, (科学出版社, 1976), 176.
- [8] 同[7], 174.

## Suppression of multiplicative disturbance by four mirrors closed loop feedback system

ZHANG YIMO AND XIE GONGWEI

(Department of Precision Instrument Engineer, Tianjin University)

(Received 4 May 1984; revised 4 July 1984)

### Abstract

In this paper, the principle of solving multiplication of two grey scale image and continuous grey scale image by four-mirrors closed loop feedback system are given. The discussion of some important factors affecting the capability of resolving multiplication of this system is presented. Some curves and experimental result photographs are shown.