

非均匀 Wiggler 场自由电子 激光器的模拟计算*

王明常 周慧芬 王之江

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

提 要

本文计算了自由电子激光器产生 $10.6 \mu\text{m}$ 辐射的情况, 讨论了电流密度、激光光强、初始电子能量分布等参量的影响, 比较几组不同实验参量所获得的辐射结果。以此模拟计算来确定对电子束质量及 Wiggler 场各参量的要求、辐射增益预计为 $1\sim 3\%$ 。

一、引 言

虽然 Motz 在 1950 年就提出电子束通过周期磁场可以产生辐射的概念^[1], 但直到 1971 年 Madey 实验以后^[2], 自由电子激光器才引起人们极大的注意。它具有高效率、高功率和可调谐等一系列潜在的优点, 可能成为高能激光的主要候选者。

最初几年, 器件的效率一直很低, 大约在 0.3% 以下。近两年来, 由于理论和实验工作的发展, 器件效率有所突破。海军实验室获得了 2.5% 的效率^[3], 洛斯·阿拉莫斯实验室报导效率达 $3\sim 6\%$ ^[4]。在这期间, 通过理论计算做了大量的工作。为了解释实验现象而建立起来的理论模型大约分这样几类: (1) 以斯坦福大学的 Madey 为代表的量子理论; (2) 以 Arizona 大学的 Hopf 及海军实验室的 Sprangle 为代表, 用等离子体物理方法处理的动力学理论; (3) 以斯坦福大学的 Colson 为代表的单粒子运动理论; (4) 以 Kroll, Morton 与 Rosenbluth 为代表的(简称为 KMR 理论)非均匀磁场的加速器理论。

考虑单个电子的计算方法虽然简单, 但和实际上的真实电子束相差很远, 尤其不能反映电子的能量分布对辐射的影响。我们认为辐射是电子的集体贡献, 因此利用加速器物理学家的通用概念, 通过电子在周期磁场中减速以产生辐射, 希望在位相稳定曲线“势阱”(bucket)中俘获更多的电子以获得高效率。

二、电子运动方程

自由电子激光器是由相对论电子束、磁场和激光辐射场三部分组成的, 描述电子运动的方程为^[5]

$$\frac{d\gamma}{dz} = -\frac{e_s a_\omega}{2\gamma} \sin \psi, \quad (1)$$

收稿日期: 1983年3月9日

* 本文曾在 '83 ICL(中国, 广州)上宣读。

$$\frac{d\psi}{dz} = K_\omega - \frac{K_s}{2\gamma} \left[1 + \frac{a_\omega^2}{2} + \frac{e_s a_\omega}{K_s} \cos \psi - \frac{e_s^2}{2K_s^2} \right] + \frac{d\phi}{dz} \quad (2)$$

描述辐射场变化的方程为

$$\frac{de_s}{dz} = \frac{e}{mc^2} \frac{z_0 a_\omega}{2} \frac{J}{\gamma} \langle \sin \psi \rangle_{\text{势阱}}, \quad (3)$$

$$\frac{d\phi}{dz} = \frac{e^2}{mc^2} \frac{z_0 a_\omega}{2e_s} \frac{J}{\gamma} \langle \cos \psi \rangle_{\text{势阱}} \quad (4)$$

电子位相为

$$\psi = K_s z + \int K_\omega dz - \omega_s t + \varphi, \quad (5)$$

其中, z 为时刻 t 的电子位置, ϕ 为电子进入 Wiggler 场时信号场的位相。电子的稳定位相曲线“势阱”方程为*

$$P(\psi, \psi_r) = \sqrt{\frac{e_s a_\omega}{2K_\omega}} [\cos \psi + \cos \psi_r - (\pi - \psi - \psi_r) \sin \psi_r]^{1/2} \quad (6)$$

自由电子产生激光辐射的关键的一步是要求电子束、信号场和 Wiggler 磁场之间接近同步, 由方程 (2) 看出, 若电子能量接近共振能量

$$\gamma_r = \left[\frac{K_s}{2K_\omega} \left(1 + \frac{a_\omega^2}{2} \right) \right]^{1/2}, \quad (7)$$

则 ψ 的变化很慢。上述公式中符号: $\gamma = [1 - (v^2/c^2)]^{-1/2}$ 为电子相对论质量与静止质量之比; $e_s = (eE_s/mc^2)$ 为归一化激光场 (m^{-1}); $b_\omega = (eB_\omega/mc^2)$ 为归一化 Wiggler 场 (m^{-1}); $a_\omega = (b_\omega/K_\omega)$ 为无量纲常数。它可写作 $a_\omega = 0.093337 B_\omega (\text{kG}) \lambda_\omega (\text{cm})$, B_ω 、 λ_ω 分别为 Wiggler 场的场强和周期, E_s 、 λ_s 分别为激光电场和波长, $I_s = E_s^2/2z_0$ 为入射激光强度 (W/m^2), γ_r 、 ψ_r 分别为共振电子的能量和位相, $z_0 = 377 (\Omega)$ 为自由空间阻抗, $\Delta\gamma = \gamma_{\max} - \gamma_{\min}$ 为入射电子的能量发散 (mc^2), $\langle \sin \psi \rangle_{\text{势阱}}$ 、 $\langle \cos \psi \rangle_{\text{势阱}}$ 分别为对“势阱”中的电子取平均值, J 为电子束流密度 (A/m^2)。

在场的幅度变化不太剧烈的情况下, 方程 (1)~(4) 可以描述任何电子在 Wiggler 场中的运动。我们关心的是在整个自由电子激光放大器运转过程中保持位相不变的那些电子, 即所谓共振电子。在共振状态下, 激光增益只与被“势阱”俘获的电子数成正比, 而处于“势阱”以外的电子对激光场的增长没有贡献。

共振电子的 $(d\psi_r/dz) = 0$, 则由方程 (1) 可求得共振电子能量变化的解析解。

$$\gamma_r^2(0) - \gamma_r^2(z) = \frac{e}{mc^2} \sqrt{2z_0 I_s} a_\omega \sin \psi_r \cdot z, \quad (8)$$

公式表明, 共振能量的减少与入射光强, Wiggler 场及增益距离成正比。

我们根据现有实验条件选择一组最佳参数编制了解微分方程组 (1)~(4) 的计算程序, 代入初始条件及初始数值, 进行数值计算。程序经过不断的修正, 最后得到与 Szöke^[9] 一致的结果, 确保程序无误。以此为基础, 模拟计算了不同实验条件下电子的分布及辐射场的变化, 讨论了各种参量变化对自由电子激光器性能的影响, 给出对电子束质量的要求。

* 在计算程序中只考虑聚束在“势阱”(bucket)中电子的贡献; 且全部采用 MKS 单位。

三、结果及讨论

表 1 是我们计算的五组典型参量的数值及结果。同时计算 Wiggler 场中 500 个电子的一维弹道来模拟自由电子激光器的运转。图 1 表示前四组参量入射光强随距离变化的计算结果。

第 V 组参量数值取自 Szöke 设计的一台高功率 $385 \mu\text{m}$ 自由电子激光放大器。也计算了 10 米的距离, 在共振电子的减速、入射功率的增长以及“势阱”面积增大等各方面结果完全一致。根据 Brau^[10]对 ψ_r 优化选择的讨论, 取 $\psi_r = 0.4$ 。

第 I 组参量值是匹配不好的典型。初始均匀分布的电子在飞行一段距离后并不聚束, 因此不产生辐射。入射激光强度随着距离的增加而不断下降。

第 II 组只是增加入射光强, 其它参量值同上。这时, 在进行 1 米距离后电子分布已聚束。入射光强开始一段不断下降, 在 $z = 0.8 \text{ m}$ 处为极小值, 后来开始增加。经过 2 米距离后增益还是很低的。

第 III 组是匹配较好的典型参量值。2 米距离的总增益达 7.4%。图 2(a)、(b) 和 (c) 分别给出 500 个电子在初始距离 ($z = 0$)、中间位置 ($z = 1 \text{ m}$) 以及 Wiggler 场末端 ($z = 2 \text{ m}$) 的能量和位相的关系。从图 2 可以看出, 初始均匀分布的电子在 $z = 1 \text{ m}$ 处已很好聚束, 在 $z = 2 \text{ m}$ 处共振电子减速, 从 $\gamma_r = 40$ 降为 $\gamma_r = 39.7$ 。

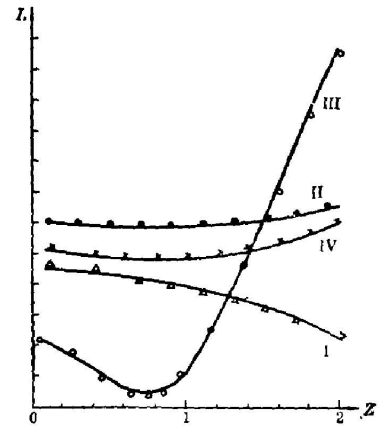


图 1 几组参数的入射光强随距离变化的计算结果

Fig. 1 Computed results of incident beam intensity varied with distance for several groups of parameters

表 1 模拟计算的五组典型参量数值

Table 1 Five groups of typical parameters for simulating calculations

I	II	III	IV	V
0.4×10^{-1}	0.4×10^{-1}	0.26×10^{-1}	0.26×10^{-1}	0.87×10^{-1}
0.106×10^{-3}	0.106×10^{-4}	0.106×10^{-4}	0.106×10^{-4}	0.385×10^{-3}
0.32×10^3	0.32×10^4	0.32×10^5	0.32×10^4	0.1×10^7
0.99	0.99	0.7805	0.7805	1.40
5.9976	24.9976	5.9976	5.9976	4.398
53.2	53.2	40	40	15
0.01	0.01	0.01	0.01	0.027*
0.1250×10^{11}	0.1250×10^{12}	0.1250×10^{11}	0.1250×10^{11}	0.672152×10^{10}
0.124932×10^{11}	0.217138×10^{12}	0.123861×10^{11}	0.124989×10^{11}	0.646248×10^{10}
0.124781×10^{11}	0.217196×10^{12}	0.134608×10^{11}	0.125095×10^{11}	0.266398×10^{12}

* 原文 $\Delta 8 = 0.4$, 现除以 8。

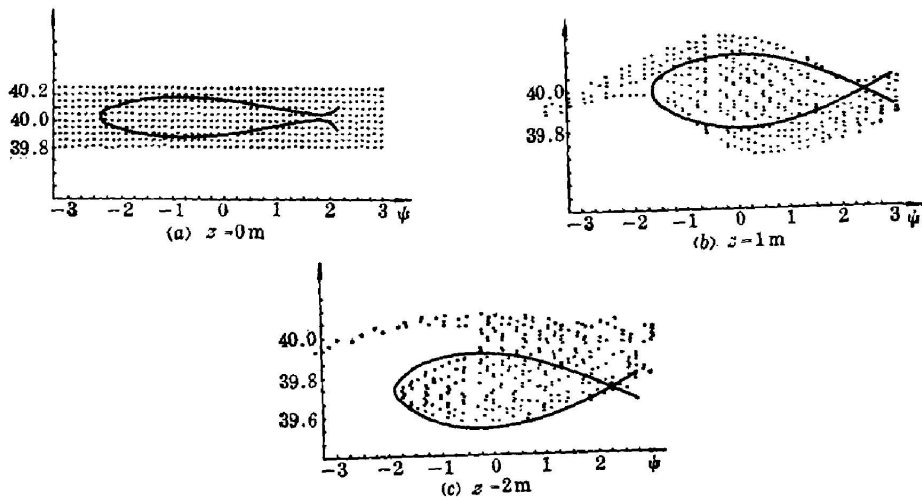


图2 500个电子在位相-能量空间的分布

Fig. 2 Phase-energy spatial distribution of 500 electrons

第IV组只是将束流减少,其它参量值相同。这时电子分布又不聚束,激光几乎没有增益。提高入射光强可以弥补电子束流的减少。

由公式(6)可知,“势阱”的大小和光强有关。选择初始激光强度使最大的“势阱”高度等于 4γ , 即

$$e_s|_{z=0} = \frac{K_\omega (\Delta\gamma)^2}{a_\omega \{ \cos \psi_r - [(\pi/2) - \psi_r] \sin \psi_r \}} \quad (9)$$

电子束能量的发散 $\Delta\gamma = \gamma_{\max} - \gamma_{\min}$ 。公式(9)将在电子束质量与入射光强之间建立起联系。

图2(a)表示电子初始能量与位相空间分布关系的曲线图。位相在 $-\pi$ 和 π 之间,能量在 $\gamma_{\max} = 40.2$ 和 $\gamma_{\min} = 39.8$ 之间电子是均匀分布的。图2(b)表示电子在1米处开始聚束。一些电子被减速,另一些电子被加速。这意味着在自由电子激光放大器中,开始阶段既可能存在吸收,也可能存在放大,取决于各参量的匹配。图2(c)表示在2米距离处,电子束已被聚束,而且减速的电子数大于加速的电子数,即表示产生净激光放大。

四、非均匀 Wiggler 场的设计

方程(8)中,令 $L=z$, 并因 $|\sin \psi_r| \ll 1$, 则得

$$\frac{e}{mc^2} \sqrt{2z_0 I_s} \cdot \bar{a}_\omega \cdot L \geq \gamma_r^2|_{z=0} - \gamma_r^2|_{z=L}$$

其中, \bar{a}_ω 是 a_ω 随 z 变化的平均值。公式表明,可以根据预期的 γ 的变化值算出对 Wiggler 场长度 L 及光功率密度值 I_s 的要求。

由图1看出,电子在射入 Wiggler 场后,经过一段距离才开始聚束。此时电子的位相剧烈变化,电子的能量并不减少,而入射激光却有衰减。在我们模拟计算的具体情况下,这段距离约从 $z=0$ 至 $z=0.8$ m, 称聚束段。

聚束电子在以后的距离被“势阱”俘获，并且减速，产生相干辐射。满足共振条件的电子，其共振位相可由公式 (1) 求得

$$\frac{d\gamma_r}{dz} = -\frac{e_s a_w}{2\gamma_r} \sin \psi_r, \quad (11)$$

即共振电子的位相不随 z 变化，只是 γ 值随 z 的增加而下降。

对于一个均匀 Wiggler 场，电子的能量减少后就不再满足共振条件，所以效率较低。采用非均匀的 Wiggler 场，改变其参量以使减速电子仍能处处满足共振条件。这正是洛斯·阿拉莫斯实验室获得高效率的主要原因。

由公式 (7) 看出，为保证激光波长 K_s 不变，根据模拟计算求得的 γ 随 z 的变化，可以分三种情况改变 Wiggler 场的参量：

1. K_w 不变，改变 B_w 。则

$$a_w(z) = a_w(0) \left(1 - \frac{z}{L}\right) + a_w(L) \frac{z}{L};$$

2. B_w 不变，改变 K_w 。则

$$\lambda_w(z) = \lambda_w(0) \left(1 - \frac{z}{L}\right) + \lambda_w(L) \frac{z}{L};$$

3. a_w 不变，同时改变 K_w 、 B_w 。

改变周期，磁块的几何尺寸需要经常改变，很不容易办到。我们采用改变场强的办法来获得非均匀 Wiggler 场。 $B_w(z)$ 的具体函数形式需由实验测得的电子能量变化来决定。理论计算值见图 3 曲线，其中曲线 (a) 为在 Wiggler 场不同距离处电子能量的变化分别为 $z=0, 1, 2, 3$ 米，相应于 $\gamma=41.76, 41.55, 41.44, 41.38$ ；曲线 (b) 为辐射光强 I_s 随 Wiggler 场的距离的变化情况。

为了提高辐射增益的数值，在电子束束流较低的情况下，提高入射光强以增加泵浦作用。通过大量计算的筛选，我们确定了一组严格匹配的数值，作为实验的设计基础。具体参数为：Wiggler 磁场周期 $\lambda_w=0.28 \times 10^{-1}\text{m}$ ；中心场强 $B_w=3\text{kGuass}$ ；激光场入射功率 $P=20\text{MW}$ ；功率密度 $I_s=0.735 \times 10^{13}\text{W/m}^2$ ；电子束束流密度 $J=0.32 \times 10^5\text{A/m}^2$ ；能量 $\gamma=41.76$ ，仔细调节电子束能量以达到同步。具体实验时需进一步修正。经过 3 米长的 Wiggler 磁场，辐射强度 $I_s(z=3\text{m})=0.764 \times 10^{13}\text{W/m}^2$ 。增益值为 3%。考虑到束斑不匹配等因素的影响，仍可达 1% 以上。

$\Delta\gamma$ 的选择和初始能量 γ 有关，所以在表 1 中 $\Delta\gamma$ 一项以 γ 归一，表示电子束能谱的发散度。这是电子束质量优劣的一个重要参量，我们选取 $\Delta\gamma/\gamma$ 是根据现有可能性及国外实验数据，在 0.01 附近，如选在 0.02 以上，则增益显著下降。

衷心地感谢谭维翰、赵东焕及华东计算所叶华裕等同志在计算方面给予的帮助。

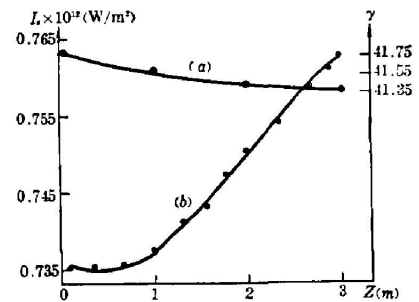


图 3 在严格共振情况下，辐射光强和电子能量随 Wiggler 场距离的变化
Fig. 3 Radiation light intensity and electron energy varied with wiggler distance at critical resonance

参 考 文 献

- [1] H. Motz; *J. Appl. Phys.*, 1951, **22**, No. 5 (May), 527.
- [2] J. M. Madey; *J. Appl. Phys.*, 1971, **42**, No. 5 (Apr), 1906.
L. R. Elias *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1976, **36**, No. 13 (29 Mar), 717.
- [3] R. K. Parker *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1982, **48**, No. 4 (25 Jan), 238.
- [4] C. A. Brau; *Laser Focus*, 1982, **18**, No. 1 (Jan), 60.
- [5] F. A. Hopf *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1976, **37**, No. 20 (15 Nov), 1342.
- [6] P. Sprangle *et al.*; *Phys. Quant. Electron.*, 1980, Vol. 7, 207.
- [7] W. B. Colson *et al.*; *ibid.*, 377.
- [8] N. M. Kroll *et al.*; *ibid.*, 89.
- [9] D. Prosnitz, A. Szoke; *ibid.* 571.
- [10] C. A. Brau *et al.*; *ibid.*, 647.

Computer simulation of free-electron lasers with variable Wigglers*

WANG MINGCHANG ZHOU HUIFEN AND WANG ZHIJIANG
(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

(Received 9 March 1983)

Abstract

In this article KMR theory is used to calculate the free-electron laser at $10.6\mu\text{m}$ and the effects of current density, laser intensity and energy distribution of initial electron beam are discussed. The results of computer simulation is given to compare several groups of different experimental parameters. It can be used to guide the design on free-electron lasers, to determine the requirements on electron beam quality and Wiggler parameter. The gain of the radiation is expected to be 1~3%.

* This paper was presented at '83 ICL (Guangzhou, China)