

对阿达玛变换光谱测量中 所缺数据的分析处理

张 炳 泉

(南开大学物理系)

提 要

对于阿达玛(Hadamard)变换光谱测量中缺少测量数据的情况,推导出估算值的误差公式。并得出结论:当缺少测量数据时,可随机地在已得的最大测量值和最小测量值之间取值以补足数据点,再由计算机解码,仍能以相当的精度获得所测光谱信息。

一、引 言

近年来,Harwit, Decker, Sloane等在阿达玛变换光谱(HTS)技术方面作了大量系统的工作^[1,2,3]。Harwit在文献[4]中提出五个关于HTS的未解决的问题,其中问题1提到,在未能测完全部读数而缺少一部分数据时,如何利用已测得的数据来获得光谱信息?他又在文献[3]中给出了丢失少量数据(5点和15点)时的一种数学处理方法(见文献[3]图6.13和6.14),并指出理论解释是比较困难的。本文从分析误差着手,从理论和实验二个方面证实了以下更具普遍意义的结论:当缺少测量数据时,可随机地在已得的最大测量值和最小测量值之间取值以补足数据点,再由计算机解码,这样仍能以相当的精度获得所测光谱信息。用此方法处理丢失少量数据的情形,获得了满意的结果;对于丢失大部分数据的情形,也能还原光谱的主要特征。

二、误差分析及结论

阿达玛变换光谱仪的测量值与未知光谱成分强度值之间的关系方程式为^[3]:

$$\eta = S\psi, \quad (1)$$

式中的 η 是 $n \times 1$ 阶的测量值矩阵, S 是 $n \times n$ 阶的模板编码矩阵, ψ 是 $n \times 1$ 阶的光谱成分强度值矩阵。由(1)式可知第 i 次测量值 η_i 为:

$$\eta_i = S_{i1}\psi_1 + S_{i2}\psi_2 + \cdots + S_{ij}\psi_j + \cdots + S_{in}\psi_n \quad (i=1, 2, \cdots, n)。 \quad (2)$$

因为 S 矩阵的阵元非0即1,而且每一行(或列)的元素是由 $\frac{n+1}{2}$ 个1和 $\frac{n-1}{2}$ 个0组成的,并且从(2)式看出,每个测量值 η_i 都包含有 $\frac{n+1}{2}$ 个未知光谱成分强度值,所以,丢掉一些测量值并不意味着全部丢掉了某些光谱成分的信息。

通常用 HTS 光谱仪作光谱测量时, 只要测量的光谱图不是单色光谱, 而是含有一些光谱成分的光谱图, 则对于模板的每个位置, 其各个开缝总要复盖多个谱线, 况且每一谱线往往还有一定宽度从而占据模板的不止一个缝位, 这就使得 (2) 式中的 n 个测量值在数值上不会悬殊很大。我们对用 HTS 测量各种光谱成分的测量数据进行分析, 发现每组测量值总是在某个极大值和某个极小值之间摆动, 并且数值相差不大。

从实验上得到测量值 η 后, 可代入 (1) 式进行求解, 根据 S 矩阵的性质, 可得到未知光谱成分强度值的解码公式为:

$$\psi = \frac{2}{n+1} (2S^T - J) \eta, \quad (3)$$

其中 J 是一个阵元皆为 1 的 $n \times n$ 阶矩阵。若模板的编码矩阵采用左循环序列结构, 则可证明有 $S^T = S$ 的性质, 因而 (3) 式可简化为:

$$\psi = \frac{2}{n+1} (2S - J) \eta. \quad (4)$$

假设在第 i 次测量时, 测量值 η_i 有一个测量误差 $\Delta\eta_i$, 使得测量值成为 $(\eta_i + \Delta\eta_i)$, 这时若仍按 (4) 式解码, 则可推导出第 j 个光谱成分的强度值 ψ_j 为:

$$\psi_j = \psi_j \pm \frac{2}{n+1} \Delta\eta_i \quad (j=1, 2, \dots, n). \quad (5)$$

当模板的编码矩阵 S 的阵元 $S_{ij}=1$ 时, (5) 式取“+”号; 当 $S_{ij}=0$ 时, 取“-”号。从 (5) 式又可导出第 j 个光谱成分强度值的误差为:

$$|\Delta\psi_j| = \frac{2}{n+1} \Delta\eta_i \quad (j=1, 2, \dots, n). \quad (6)$$

分析 (6) 式可知: (1) 某一测量值的误差引起所需求解的光谱成分强度值的误差是很小的, 只是测量值误差的 $\frac{2}{n+1}$ 倍, 而通常 n 都是比较小的。例如当 $n=255$ 时, $\frac{2}{n+1} = \frac{1}{128}$ 。

(2) 某个测量值的误差将对所有的光谱成分都带来少量影响, 其结果是增添光谱图的背景噪声。

显而易见, 当缺少某个测量值时, 方程式 (4) 是无法求解的。但从公式 (6) 受到启发, 我们可以任意取一个数值补上这个测量值而由 (4) 式解码。代入的这个数值与真实测量值必定有误差, 但是有理由认为, 真实值超出已得的最大测量值与最小测量值之间的可能性是非常小的, 所以应将代入值取在最大、最小二值之间。这样解码的结果, 光谱成分的强度值会有一个较小的误差, 但光谱的主要特征仍将保留。

基于以上分析, 在使用 HTS 光谱仪进行光谱测量的过程中, 如果由于某种原因 (停电、空中云彩遮住了测量物等), 在还没有得到所需的全部测量数据而测量中断时, 那么, 可以这样来处理。

结论: 当缺少测量数据时, 可随机地在已得的最大测量值和最小测量值之间取值以补足数据点, 再由计算机解码, 仍能以相当的精度获得所测的光谱信息。

三、实验结果

我们将一台一米 Ebert-Fastie 型光栅摄谱仪, 采用“消色散”装置, 改装成为 $n=255$ 的

单编码阿达玛变换光谱仪^[5], 光路示意图见图 1。用该仪器测量了汞灯 $1.3\mu\text{m}$ 附近的发射谱线。图 2 是将 255 个测量值按公式(4)在 DJS-6 计算机上解码后得到的光谱图。

将最后一个测量值改为原值的 2 倍(实际测量误差不会这样大)后再进行解码, 得到图 3 所示的光谱, 与图 2 比较没有什么区别。若将最后一个测量值改为原值的 20 倍后再进行解码, 得到如图 4 所示的光谱图, 这时谱线的特征仍明显保留, 不过在整体光谱范围内, 背景

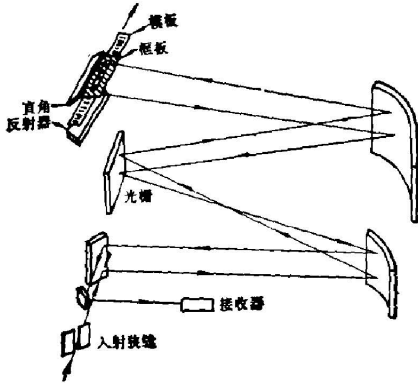


图 1 HTS 光谱仪光路示意图
Fig. 1 Optical schematic diagram of 255-slot Hadamard-transform spectrometer

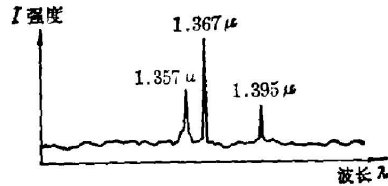


图 2 HTS 光谱仪测量汞灯 1.36μ 发射谱线的原始光谱图
Fig. 2 The original spectrum of the mercury emission line 1.36μ measured by the HTS

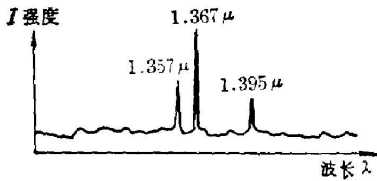


图 3 原始谱图的测量数据最后一个测量值加倍后解码得到的光谱图
Fig. 3 For the same spectrum as in Fig. 2 but obtained by the last reading being, doubled before decoding

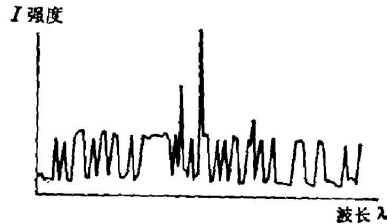


图 4 原始谱图的测量数据最后一个测量值增加 20 倍后解码得到的光谱图
Fig. 4 For the same spectrum as in Fig. 2, but obtained by the last reading being changed to 20 times before decoding

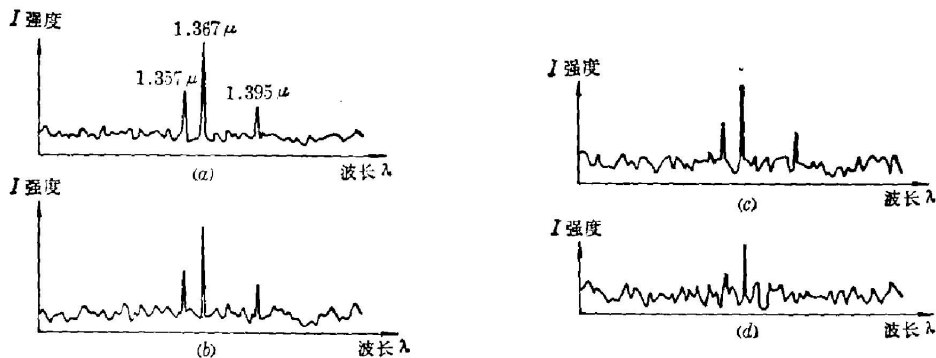


图 5 随机取值代替原始数据中的部分测量值后解得的光谱图
Fig. 5 For the same spectrum as in Fig. 2, but obtained by replacing a number of the readings by randomly chosen values before decoding

噪声起伏较大。

图 5 的 (a)、(b)、(c) 分别是缺少 30、55、75 个测量值, 按结论的办法, 随机取值补足数据后解码得到的光谱图。即使缺少大部分测量值(如图 5(d)), 在随机补给 175 个数值后, 进行解码所得到的光谱图, 光谱特征仍很明显, 只是背景噪声明显增大。

参 考 文 献

- [1] J. A. Decker, Jr., M. Harwit; *Appl. Opt.*, 1968, **7**, No. 11 (Nov), 2205.
- [2] M. Harwit, P. G. Phillips *et al.*; *Appl. Opt.*, 1970, **9**, No. 5 (May), 1149.
- [3] M. Harwit, N. J. A. Sloane; *Hadamard Transform Optics*, (Academic Press, 1979), 44.
- [4] M. Harwit, J. A. Decker Jr.; *Modulation Techniques in Spectrometry*, in E. Wolf (ed.), *Progress in Optics*, Vol. **12** (Amsterdam, 1974), 152.
- [5] E. O. 布赖特;《快速富里叶变换》, (柳群译, 上海科学技术出版社, 1979), 12.

Analysis and treatment of Hadamard transform measurement for the case of being data short

ZHANG BINGQUEN

(Department of Physics, Nankai University, Tianjin)

(Received 6 August 1982, revised 15 November 1982)

Abstract

The error of evaluation of Hadamard transform measurement for the case of being data short is analysed and a formula is deduced.

It comes the conclusion that when data are not complete one can make up the absent data by random values within the interval between the maximum and minimum readings of the data in hand, and decoding by computer, one can get the information of the spectrum in appropriate accuracy.