第3卷 第8期　　光 学 学 报　　Vol. 3, No. 8
1983年11月　　ACTA OPTICA SINICA　　November, 1983

锁模激光脉冲序列的量子理论

何 林 生
(中国科学院安徽光学精密机械研究所)

提 要

本文发展了一种描述锁模激光脉冲序列输出的全量子理论。采用"相干叠加"模型，即认为从多模相干态光场不同模吸收光子后的原子态是相干的，耦合形成相干组合态。考虑锁模激光各模式间相位关系。用多模相干态描述光场，应用预解算符和投影算符推导演化算符，使本方法可统一处理锁模激光脉冲序列输出及原子的共振多光子过程。

一、引 言

锁模激光器是研究非线性效应、多光子过程、超快速过程的强有力工具[1,2]。通常，锁模激光和物质相互作用的量子理论，大都采用福克态描述光场，不考虑光场各模式相位，或认为各模式相位随机。事实上，由于锁模激光各模式相位的非随机[4,5]，讨论光和物质相互作用时必须考虑各模式相位。

1978年Andrews[3]发展了另一种量子理论，用多模相干态描述光场，并考虑了模式相位，在互作用表象中，统一地描述锁模激光脉冲序列及其在非共振多光子电离过程中的应用。但该方法不能用于共振多光子过程。本文试图发展一种量子理论，以统一的形式讨论锁模激光输出及其和原子(非)共振多光子过程。

二、原子多光子过程相干叠加模型

设锁模激光共有$2l+1$个振荡模式，各模偏振相同，共线传播，相邻模的圆频率间隔为$\omega_d=\pi c/L$，其中L为腔长，c为光速。则任何一个模都可用k模所对应的圆频率ω_k唯一地描述，

$$\omega_k=\omega_0+k\omega_d \quad (-l\leqslant k\leqslant l), \tag{1}$$

式中ω_0是激光频谱中心圆频率。锁模激光各模的相位$\phi(k)$满足下列关系[6]：

$$\phi(k)=\omega_k t_m+\phi_0, \tag{2}$$

式中t_m和ϕ_0是常数。现在用多模相干态表征锁模激光场，

$$|r\rangle=\sum_{k=-l}^{l}|\alpha(k)\rangle, \tag{3}$$

$|\alpha(k)\rangle$是第k模的相干态。$|\alpha(k)\rangle$满足方程

收稿日期：1982年5月31日；收到修改稿日期：1983年2月24日

$$\boldsymbol{a}_k|\alpha(k)\rangle=\alpha(k)|\alpha(k)\rangle,\quad \alpha(k)=|\alpha(k)|\exp[-i\phi(k)],\tag{4}$$

式中 $\boldsymbol{a}_k$ 是第 k 模光子湮灭算符，$\alpha(k)$ 一般为复数。

1．"穿衣"原子(dressed atom)哈密顿算符

实验表明，激光器泵浦脉冲 $f(t)$ 相对于锁膜脉冲序列是时间 t 的慢变化函数。作为一种近似，可认为激光器腔内增益恒定，因此光场哈密顿算符 $\boldsymbol{H}_F$ 不随 t 变化，可在薛定谔表象中讨论光场和原子相互作用。

原子在强光场中形成"穿衣"原子，其哈密顿算符为

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{H}=\boldsymbol{H}_A+\boldsymbol{H}_F+\boldsymbol{H}_{AF},\\&\boldsymbol{H}_A=\sum_j|j\rangle\varepsilon_j\langle j|,\ \boldsymbol{H}_F=\sum_k a_k^+a_k\omega_k,\\&\boldsymbol{H}_{AF}=\boldsymbol{H}'=\sum_{i>j}\sum_k g_{ij}^\lambda|i\rangle\langle j|\omega_k^{\frac{1}{2}}(\boldsymbol{a}_k-\boldsymbol{a}_k^+),\\&g_{ij}^\lambda=i(1/2\epsilon_0V)^{1/2}\vec{\epsilon}_\lambda\cdot e\vec{r}_{ij}=-(g_{ij}^\lambda)^*,\end{aligned}\right\}\tag{5}$$

这里已令 $\hbar=1$，未考虑空间广度。$\boldsymbol{H}_A$ 为原子哈密顿算符，$\boldsymbol{H}_F$ 已略去光场零点能的哈密顿算符，$\boldsymbol{H}_{AF}$ 为原子和光场互作用哈密顿算符，$\boldsymbol{a}_k^+$ 和 $\boldsymbol{a}_k$ 为光场第 K 模光子产生算符和湮灭算符，e 为电子电荷，ϵ_0 为真空介电常数，V 为量子化体积，$\vec{\epsilon}_\lambda$ 为光偏振矢量，$e\vec{r}_{ij}$ 为偶极矩阵元，ω_k 为光子圆频率，ε_j 是原子本征态 $|j\rangle$ 的能量。

2．相干叠加模型

考虑光场各模相位所起的作用，选

$$|J^{(r)}\rangle=|j\rangle|r_j\rangle\tag{6}$$

集合为基矢，讨论原子的多光子过程。$|r_j\rangle$ 中的下标 j 表示光场与原子态 $|j\rangle$ 对应。

设"穿衣"原子在 t 时刻状态为 $|\psi(t)\rangle$，$|\psi(t)\rangle=|f\rangle|r_f\rangle$。因 $\boldsymbol{H}$ 不含 t，由薛定谔方程解出

$$|\psi(t)\rangle=\boldsymbol{U}(t)|\psi(0)\rangle=\boldsymbol{U}(t)|i\rangle|r_i\rangle,\ \boldsymbol{U}(t)=\exp[-i\boldsymbol{H}t],\tag{7}$$

式中 $U(t)$ 为演化算符。t 时刻原子终态为

$$|f\rangle=\langle r_f|\psi(t)\rangle。\tag{8}$$

设原子经多光子(包括单光子)过程，到达原子终态 $|f\rangle$，最后吸收的光子记为 K_f。若 $|f\rangle$ 是电离态，K_f 可以是多模相干态光场中任何模式；若 $|f\rangle$ 是束缚态，K_f 可以是其中若干模式。由于光场相干性，吸收不同 K_f 光子后的各原子态 $|f\rangle$ 是相干的[7]，(8)式应对不同的 K_f 相干叠加，耦合形成相干组合原子态 $|\varphi(t)\rangle$，

$$|\varphi(t)\rangle=\sum_{k_f}\langle r_f|\psi(t)\rangle,\tag{9}$$

光电离过程也不例外。可以认为原子吸收光子后，先保持为由自由离子和"自由"电子组成的松散状态(或"二聚物")，由 $|\varphi(t)\rangle$ 描述，然后(大于 10^{-15}sec)[8]电子才和离子完全分开。

原子从 $|i\rangle$ 态到 $|f\rangle$ 态的跃迁几率幅度为

$$\langle f|\varphi(t)\rangle=\sum_{k_f}\langle f|\langle r_f|\boldsymbol{U}(t)|r_i\rangle|i\rangle。\tag{10}$$

若原子终态 $|f\rangle$ 是简并的(或不区别精细、超精细结构，或是连续的)，则跃迁几率 $|\langle f|\varphi(t)\rangle|^2$ 必须对应原子所有终态求和，于是得到总的跃迁几率为

$$P(t)=\sum_f\left|\sum_{k_f}\langle f|\langle r_f|\boldsymbol{U}(t)|r_i\rangle|i\rangle\right|^2=\sum_f\left|\sum_{k_f}U_{FI}^{(r)}\right|^2。\tag{11}$$

由此可见，求跃迁几率 $P(t)$ 的关键归结为求演化算符 $U(t)$ 在 $|J^{(r)}\rangle$ 表象中的矩阵元 $U_{IF}^{(r)}(t)$。

3. 演化算符矩阵元 $U_{FI}^{(r)}(t)$

考虑共振多光子过程，运用预解算符 (resolvent operator) 和投影算符求解演化算符 $U(t)$。同时还可得到原子的能级位移——展宽算符，讨论原子在强光场中的能级位移和斯塔克展宽。

在复数域中，预解算符定义为[8]

$$\boldsymbol{G}(z)=(z-\boldsymbol{H})^{-1}, \tag{12}$$

$U(t)$ 通过 $G(z)$ 表示为

$$\boldsymbol{U}(t)=-\frac{1}{2\pi i}\oint \exp(-izt)\boldsymbol{G}(z)dz。 \tag{13}$$

这里不能直接遵循文献[8]的方法求 $G(z)$ 在 $|J^{(r)}\rangle$ 表象中的矩阵元，因多模相干态 $|r_j\rangle$ 不是 $\boldsymbol{H}_0=\boldsymbol{H}_A+\boldsymbol{H}_F$(或 $\boldsymbol{H}_F$)的本征态，且 $|r_j\rangle$ 是非正交、过完备的。所以只能把相干态 $|\alpha_j(K)\rangle$ 用光子数态 $|n_j(K)\rangle$ 展开，得到 $|J^{(r)}\rangle$ 表象和 $|J\rangle=|j\rangle|\{n_j(k)\}\rangle$ 表象之间的联系。这是因为 $\sum\limits_J|J\rangle\langle J|$ 是正交完备集 $\left(\sum\limits_J=\sum\limits_j\left\{\sum\limits_{n_j(k)=0}^{\infty}\right\}\right)$，$|J\rangle$ 是 $\boldsymbol{H}_0$ 的本征态，可运用预解算符和投影算符，先求 $\boldsymbol{G}(z)$ 在 $|J\rangle$ 表象中矩阵元 G_{FI}，再求矩阵元 $U_{FI}(t)$，然后求 $|J^{(r)}\rangle$ 表象中矩阵元 $U_{FI}^{(r)}(t)$，其中

$$|\{n_j(k)\}\rangle=|n_j(-l)\rangle|n_j(-l+1)\rangle\cdots|n_j(l)\rangle,\quad \left\{\sum_{n_j(k)=0}^{\infty}\right\}=\sum_{n_j(-l)=0}^{\infty}\ \sum_{n_j(-l+1)=0}^{\infty}\cdots\sum_{n_j(l)=0}^{\infty}。$$

由 Glauber 理论[9]，相干态可展开为

$$|\alpha_j(k)\rangle=\exp\left(-\frac{1}{2}|\alpha_j(k)|^2\right)\sum_{n_j(k)=0}^{\infty}\frac{\alpha_j(k)^{n_j(k)}}{[n_j(k)!]^{1/2}}|n_j(k)\rangle, \tag{14}$$

将(14)式代入(3)式，经过运算得到

$$\left.\begin{aligned}U_{FI}^{(r)}(t)=&\left\{\sum_{n_f(k)=0}^{\infty}\right\}\left\{\sum_{n_i(k)=0}^{\infty}\right\}\left(\prod_{k=-l}^{l}\alpha_f^*(k)^{n_f(k)}[n_f(k)!]^{-1/2}\alpha_i(k)^{n_i(k)}[n_i(k)!]^{-1/2}\right.\\&\times\exp[-|\alpha_f(k)|^2+|\alpha_i(k)|^2]U_{FI}(t),\\U_{FI}(t)=&\langle f|\langle\{n_f(k)\}|U(t)|\{n_i(k)\}\rangle|i\rangle。\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

按文献[8]的方法求得的 $G_{FI}(z)$ 具有共振结构，故 $U_{FI}(t)$，$U_{FI}^{(r)}(t)$，$P(t)$均具有共振结构，适用于研究共振多光子过程。

三、锁模激光脉冲序列输出

激光脉冲输出随 t 的变化通常是由光电效应测定的，可用光致电离模型描述[3]。若不考虑空间广延度和探测器宽带灵敏度响应，那末原子的单光子电离速率实际上反映了激光脉冲瞬时强度。

1. 单光子电离几率和电离速率表示式

上节结果迹适用于单光子电离过程。单光子电离过程的 $G_{FI}(z)$ 为[8]

$$G_{FI}(z)=\frac{H'_{FI}}{(z-\varepsilon_f+\omega_k+i\gamma_f)(z-\bar{\varepsilon}_i+i\Gamma_i)}。 \tag{16}$$

这里已将 $\sum_k n_i(k)\omega_k$ 并入 z 中；$\bar{\varepsilon}_i=\varepsilon_i+s_i$，$\varepsilon_i$ 和 s_i 为能态 $|i\rangle$ 的能量及其在光场中的位移，Γ_i 为其斯塔克展宽。一般情况下 $|i\rangle$ 是稳定态，自然线宽 $r_i\ll\Gamma_i$ 可忽略不计，ε_f 和 r_f 为电离态 $|f\rangle$ 的能量和自然线宽(因电离态稳定，故 r_f 极小)。

在旋转波近似(RMA)下，由(14)式在 $|J\rangle$ 表象中得

$$
\begin{aligned}
H'_{ML}&=\langle M|\sum_{i>j}\sum_k g_{ij}^{\lambda}\omega_k^{1/2}|i\rangle\langle j|\boldsymbol{a}_k|L\rangle\\
&=g_{ml}^{\lambda}\omega_{k_1}^{1/2}n_l^{1/2}(k_1)\langle\{n_m(k_1)\}'|\{n_l(k_1)\}'\rangle\delta_{n_m(k_1),n_l(k_1)-1},
\end{aligned}\tag{17}
$$

其中 $|\{n_p(k_1)\}'\rangle$ 表示 $|\{n_p(k_1)\}\rangle$ 中除去 k_1 模之福克态。将(16)和(17)式代入(13)式得

$$
\begin{aligned}
U_{FI}(t)=&\frac{g_{fi}^{\lambda}\omega_{k_1}^{1/2}n_i^{1/2}(k_1)}{\bar{\varepsilon}_{fi}-\omega_{k_1}+i\Gamma_{if}}\exp[-i(\bar{\varepsilon}_i-i\Gamma_i)t]\{\exp[-i(\bar{\varepsilon}_{fi}-\omega_{k_1}+i\Gamma_{if})t]-1\}\\
&\langle\{n_f(k_1)\}'|\{n_i(k_1)\}'\rangle\delta_{n_f(k_1),n_i(k_1)-1},
\end{aligned}\tag{18}
$$

式中 $\bar{\varepsilon}_{fi}=\varepsilon_f-\bar{\varepsilon}_i$，$\Gamma_{if}=\Gamma_i-r_f$。由(18)和(15)式得

$$
U_{FI}^{(r)}(t)=\frac{g_{fi}^{\lambda}\omega_{k_1}^{1/2}\alpha_i(k_1)}{\bar{\varepsilon}_{fi}-\omega_{k_1}+i\Gamma_{if}}\exp[-i(\bar{\varepsilon}_i-i\Gamma_i)t]\{\exp[-i(\bar{\varepsilon}_{fi}-\omega_{k_1}+i\Gamma_{if})t]-1\}。\tag{19}
$$

将(19)式代入(11)式，于是，在电离情况下，令 $r_f\to0$ 对终态 $|f\rangle$ 求和改为对终态能量 ε_f 积分。据根费米-戈尔登规则近似[3,10]，g_{fi}^{λ} 和终态密度 ρ_f 是 ε_f 的慢变化函数，可提到积分号外。由于 $\varepsilon_f>\varepsilon_I$ (电离能)时才发生电离；$\varepsilon_f<\varepsilon_I$ 时积分为零。积分下限可合理地扩展到 $-\infty$。故得电离几率 $P(t)$ 和电离速率 $R(t)$ 分别为

$$
\left.
\begin{aligned}
P(t)=&2\pi\rho_f|g_{fi}^{\lambda}|^2\sum_{k_1}\sum_{k'_1}\frac{\alpha^*(k_1)\alpha(k'_1)\omega_{k_1}^{1/2}\omega_{k'_1}^{1/2}}{\omega_{k_1}-\omega_{k'_1}+2i\Gamma_i}\\
&\times i\exp(-2\Gamma_it)\{\exp[-i(\omega_{k_1}-\omega_{k'_1}+2i\Gamma_i)]-1\}\Big|,\\
R(t)=&\frac{dP(t)}{dt}=2\pi\rho_f|g_{fi}^{\lambda}|^2\sum_{k_1}\sum_{k'_1}\alpha^*(k_1)\alpha(k'_1)\omega_{k_1}^{1/2}\omega_{k'_1}^{1/2}\exp(-2\Gamma_it)\\
&\times\Big\{\exp[-i(\omega_{k_1}-\omega_{k'_1}+2i\Gamma_i)t]+\frac{2i\Gamma_i}{\omega_{k_1}-\omega_{k'_1}+2i\Gamma_i}\\
&\times[1-\exp(-i(\omega_{k_1}-\omega_{k'_1}+2i\Gamma_i)t]\Big\}。
\end{aligned}
\right\}\tag{20}
$$

在上式的运算过程中，如同(4)式，$\alpha_j(k)$ 的下标 j 可略去。

测定锁模激光脉冲输出，一般经分光束并加以衰减，光强 I_0 较小，因而 Γ_i 较小，$\Gamma_i\ll\omega_d$，$\Gamma_it\ll1$。$\omega_{k_1}\simeq\omega_{k'_1}$ 时方括号中第二项趋于0；$\omega_{k_1}\neq\omega_{k'_1}$ 时 $|2i\Gamma_i/(\omega_{k_1}-\omega_{k'}+2i\Gamma_i)|\ll1$，故第二项可略去。

$$
\left.
\begin{aligned}
R(t)&=2\pi\rho_f|g_{fi}^{\lambda}|^2|J(t)|^2,\\
J(t)&=\sum_{k_1}|\alpha(k_1)|\omega_{k_1}^{1/2}\exp[-i\omega_{k_1}(t-t_m)]。
\end{aligned}
\right\}\tag{21}
$$

仿文献[3]的方法，可用光滑包络函数 $E(\omega)$ 表示 $J(t)$

$$
J(t)=\int_{-\infty}^{\infty}E(\omega)\,\mathrm{III}\left(\frac{\omega-\omega_0}{\omega_d}\right)\exp[-i\omega(t-t_m)]d\omega,\tag{22}
$$

式中 $E(\omega_{k_1})=|\alpha(k_1)|\omega_{k_1}^{1/2}/\omega_d$，$\mathrm{III}(x)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(x-k)$，称为 Shah 函数，$k$ 为整数。(22)式表明光脉冲振幅和频谱振幅满足傅里叶变换。但实际测量是光脉冲强度 $I(t)$ 和频谱强度 $I(\omega)$，下面将证明它们也近似满足傅里叶变换。

2. 高斯型情况

锁模激光(如钕玻璃激光和 YAG 激光)谱的轮廓和模式线型一般是高斯型

$$I(\omega)=I_0\exp\left[-a^2\left(\frac{\omega-\omega_0}{\varDelta}\right)^2\right]\sum_k\exp\left[-a^2\left(\frac{\omega-\omega_k}{\varDelta_k}\right)^2\right], \tag{23}$$

式中 $a^2=4\ln 2$, I_0 为频谱中心峰值强度, $2\varDelta$ 为谱带宽度, $2\varDelta_k$ 为模线宽。为方便起见, 设各模线宽相等。由(23)式, 每一模的频谱幅可表示为

$$I_0^{1/2}\exp\left[-\frac{a^2}{2}\left(\frac{\omega-\omega_0}{\varDelta}\right)^2\right]\exp\left[\frac{a^2}{2}\left(\frac{\omega-\omega_k}{\varDelta_k}\right)^2\right],\quad -l\leqslant k\leqslant l。$$

考虑到 III (x) 是 δ 函数叠加形式, 经过运算代入(22)式得

$$\begin{aligned}J(t)=I_0^{1/2}\,&\frac{2\pi\varDelta\varDelta_k}{a^2\omega_d}\exp[-i\omega_0(t-t_m)]\\&\times\sum_{q=-\infty}^{\infty}\exp\left(-\frac{\varDelta_k^2}{2a^2}q^2\right)\exp\left[-\frac{\varDelta^2}{2a^2}(t-t_m-q)^2\right],\end{aligned} \tag{24}$$

式中 q 是以周期 $T=2\pi/\omega_d$ 为单位的整数。(24)式表明, 锁模激光多模干涉结果产生一个中心圆频率为 ω_0 的集体振荡, 其振幅 $|J(t)|$ 亦随 t 快速变化。一般说, $I(t)\propto R(t)$, 故

$$\begin{aligned}I(t)&=AR(t)=k_0|J(t)|^2\\&=k_0I_0\left(\frac{2\pi\varDelta\varDelta_k}{\omega_d a^2}\right)^2\sum_{q=-\infty}^{\infty}\sum_{q'=-\infty}^{\infty}\exp\left[-\frac{\varDelta_k^2}{2a^2}(q^2+q'^2)\right]\\&\quad\times\exp\left\{-\frac{\varDelta^2}{2a^2}[(t-t_m-q)^2+(t-t_m-q')^2]\right\},\end{aligned} \tag{25}$$

系数 A 由测量条件决定。式中 $k_0=2\pi\rho_f|g_{\hat{k}}^{\lambda}|^2A$。容易证明在 $t=t_m+(q+q')/2$ 时 $I(t)$ 有极大值。因此 $I(t)$ 的包络由 $t=t_m+(q+q')/2$ 点确定

$$\begin{aligned}I(q,\ q')=k_0I_0\left(\frac{2\pi\varDelta\varDelta_k}{\omega_d a^2}\right)\exp\left[-\frac{\varDelta_k^2}{2a^2}(q^2+q'^2)\right]\exp\left[-\frac{\varDelta^2}{4a^2}(q-q')^2\right]\\(-\infty\leqslant q,\ q'\leqslant\infty)。\end{aligned} \tag{26}$$

当 $I(q,\ q')$ 为 q 和 q' 的连续函数时, 可以证明 $q'=q[1+2(\varDelta_k/\varDelta)^2]\simeq q$, 则 $I(q,\ q')$ 有极大值(因 $(\varDelta_k/\varDelta)\cong 10^{-3}\sim 10^{-4}$)。考虑到每个脉冲峰出现时刻满足同一形式等式 $q=t-t_m$, 于是(25)和(26)式分别变为

$$I(t)=k_0I_0\left(\frac{2\pi\varDelta\varDelta_k}{\omega_d a^2}\right)^2\exp\left[-\frac{\varDelta_k^2}{a^2}(t-t_m)^2\right]\sum_{q=-\infty}^{\infty}\exp\left[-\frac{\varDelta^2}{a^2}(t-t_m-q)^2\right], \tag{27}$$

$$I(t-t_m)=k_0I_0\left(\frac{2\pi\varDelta\varDelta_k}{\omega_d a^2}\right)\exp\left[-\frac{\varDelta_k^2}{a^2}(t-t_m)\right], \tag{28}$$

显然时谱最大值为 $k_0I_0(2\pi\varDelta\varDelta_k/\omega_d a^2)^2$, 其包络宽度 τ 和每个脉冲宽度 τ_q 分别为

$$\tau=a^2/\varDelta_k=4\ln 2/\varDelta_k,\quad \tau_q=a^2/\varDelta=4\ln 2/\varDelta。 \tag{29}$$

这和经典方法的结论相一致。锁模激光谱强度和时谱强度以傅里叶变换联系, 脉宽和谱带宽互为倒数, 脉冲序列包络宽度和模线宽互为倒数。

四、讨　　论

若多模激光器不是锁模(例如, 调 Q), 各模相位随机变化, 每个模对应于一个相位随机相干态[9], 则(21)式必须对相位平均, 考虑到 2π 周期内一般只有当 $k_1=k_1'$ 时才有 $\phi(k_1)=$

$\phi(k_1')$，故

$$\bar{R}_{\phi}(t)=2\pi\rho_f|g_{fi}^{\lambda}|^2\sum_{k_1}|\alpha(k_1)|^2\omega_{k_1}=2\pi\rho_f|g_{fi}^{\lambda}|^2 I(\omega), \tag{30}$$

$$\bar{I}_{\phi}(t)=k_0 I(\omega)=k_0\sum_k I(\omega_k), \tag{31}$$

(31)式表明，在这种情况下时谱强度和频谱强度之间不存在傅里叶变换关系，各模式之间互不干涉，光强不随 t 变化，显然，它不同于锁模激光器脉冲输出。

考虑到腔内增益近似正比于 $f(t)$ 变化(严格考虑 $f(t)$ 的影响是困难而复杂的。)，(31)式应修正为

$$\bar{I}_{\phi}(t)=k_0 f(t) I(\omega)。\tag{32}$$

此属调 Q 情况，相应地锁模激光输出应修正为

$$I(t)=k_0 I_0\left(\frac{2\pi\Delta\Delta_k}{\omega_d a^2}\right)^2 f(t)\exp\left[-\frac{\Delta_k^2}{a^2}(t-t_m)^2\right]\sum_{q=-\infty}^{\infty}\exp\left[-\frac{\Delta^2}{a^2}(t-t_m-q)^2\right]。\tag{33}$$

因此，一般 $f(t)$ 相对于 $\exp[-\Delta^2(t-t_m-q)^2/a^2]$ 是 t 的慢变化函数，对脉冲形状没有多少修正，而 $f(t)$ 相对于 $\exp[-\Delta^2(t-t_m)^2/a^2]$ 随 t 变化速度比较接近*，因而使时谱包络稍变窄，输出脉冲个数相应减少。

连续激光锁模，由于模宽 $2\Delta_k\to 0$，时谱包络宽度 $2\tau\to\infty$，因此每个脉冲峰趋向等高。这和实验现象相一致。

本文发展了一种量子理论。在薛定谔表象中用相干迭加模型讨论光场和物质相互作用，用多模相干态描述锁模激光场，并且考虑光场相位特点。通过光场相干态和福克态的联系，使光场传递给原子的相位信息不被丢失，通过运用预解算符和投影算符，使本方法能统一处理锁模激光脉冲输出、原子(分子)非共振多光子过程和共振多光子过程。

由上述讨论可知，$J(t)$ 只包含光场的物理量，所以 $J(t)$ 和 $I(t)$ 确实反映光场时间特性。锁模激光光强随 t 快速变化特征主要是由于光场各模式相位关系确定而产生干涉。

显然，本方法适用于描述单脉冲光场，如巨脉冲激光器的辐射[3]，当讨论光和物质相互作用时，不受激光带宽 2Δ 限制。

作者对甘子钊副教授和杨国桢副研究员的帮助和有益讨论；刘颂豪研究员的帮助；谭维翰副研究员审阅了全文并提出了宝贵意见，在此一并致谢。

参 考 文 献

[1] П. Г. Крюков; *Квантовая Электр.*, 1979, **6**, No. 7 (Июл), 1593.

[2] L. A. Lomper, G. Mainfray *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1976, **36**, No. 16 (19 Apr), 449.
L. A. Lompre, G. Mainfray *et al.*: *Phys. Rev.*, 1977, **15A**, No. 4 (Apr), 1604.
D. L. Andrews; *J. Phys*(*B*), 1977, **10**, No. 17 (1 Dec), L659.

[3] D. L. Andrews; *J. Phys.* (*B*), 1978, **11**, No. 15 (1 Aug), 2655.

[4] S. Carusotto, G. Fornaca *et al.*: *Phys. Rev.*, 1967, **157**, No. 5 (25 May), 1207.

[5] M. Crance; *J. Phys.* (*B*), 1979, **12**, No. 22 (28 Nov), 3655.

---

* 归一化激励函数可近似表示为 $f(t)=\begin{cases}\exp(t_m/T_1)[\exp(t_m/T_1)-1]^{-1}[1-\exp(-t/T_1)], & t\leqslant t_m\\ \exp[-(t-t_m)/T_2], & t>t_m。\end{cases}$，$f(t)$ 的宽度 $T\simeq(T_1+T_2)\ln 2$，只要 $\tau=4\ln 2/\Delta_k\simeq T$，则 $f(t)$ 和 $\exp[-\Delta_k^2(t-t_m)^2/a^2]$ 随 t 变化快慢差不多。

[6] E. M. Gormie, A. Yariv; *IEEE J. Q. E.*, 1967, **QE-3**, No. 6 (Jun), 222.
[7] M. Schubert, B. Wilhelmi; «*Progress in Optics Vol. 17*», (Ed. E. Wolf; North-Holland Publishing Company-Amsterdam Oxford, 1980).
[8] P. Lambropoulos; «*Adv. Atom and Molec. Phys. Vol. 12*», (Ed. D. R. Bathe and B. Bederson, Academic Pr., 1976).
[9] W. H. Louisell; «*Quantum Statistical Properties of Radiation*», (John Wiley & Sons, 1973).
[10] M. Sargent III, M. C. Scully *et al.*; «*Laser Physics*», (Addison-Wesley Publishing Company, 1974).

Quantum theory of the pulse train from mode-locked laser

HE LINSHENG
(*Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Hefei*)

(Received 31 May 1982, revised 24 February 1983)

Abstract

A quantum theory for pulse-train from the mode-locked laser has been developed. In the theory the author uses "coherent superposition" model, i. e. the atomic states are coherent after absorbed photons from different modes of a mode-locked laser. So the final atomic state should be coherently added. The resolvent operator and projector operation are used to derive the operator U. Considering the phase relationship between the modes, the light field are described by multi-mode coherent state. This method can be used to describe the resonant multi-photon processes that the pulse train from the mode locked laser interacting with atoms.