

# 燃气流红外空间扫描方程近似解

张家渠 程久生

(中国科学技术大学工程热物理系)

## 提 要

本文以  $\text{CO}_2(4.3\mu\text{m})$  为发射与吸收介质, 讨论轴对称燃气流低分辨率红外空间扫描方程的反演。使用洛仑茨线的随机谱带模型, 指数-倒数线强分布函数和 Curtis-Godson 近似表示透过率。建立了通过已知吸收气体浓度分布, 由辐射传递方程反演温度分布的迭代法。计算试验说明: 此迭代法较为简单, 收敛迅速, 计算精度高。分析说明在较低温度和使用较大波数时, 辐射强度误差对温度解的影响变小。推演得到由辐射传递方程和透过率方程求解吸收气体浓度分布的近似公式。此近似公式和温度迭代法组成了主动式红外空间扫描的近似反演。计算试验说明此反演法较为简单, 计算精度可满足工程测温的要求。

## 一、前 言

用红外扫描的方法沿着一组平行割线测量轴对称燃气流的辐射强度  $N(x)$  和透过率  $\tau(x)$ , 配合计算机可以得到它的温度分布  $T(r)$  和浓度分布  $n(r)$ 。高分辨率扫描法<sup>[1]</sup> 测量  $N(x)$  和  $\tau(x)$  的方法较成熟, 但扫描仪器复杂昂贵。采用低分辨率扫描仪器, 操作简单且价格低廉, 便于工程应用。然而它所测定的  $\bar{N}(x)$  和  $\bar{\tau}(x)$  是单色量在光谱间隔  $\Delta\nu$  上的平均。这就使得方程变得更为复杂。目前只能用回代法反演<sup>[2]</sup>, 在求解每个环的温度和浓度时, 都要作数值迭代, 计算复杂, 容易积累误差。

考虑到  $\text{CO}_2$  气体的  $4.3\mu\text{m}$  吸收带很强, 它与燃气中其它主要成分的吸收带不相重合, 所以本文以  $\text{CO}_2(4.3\mu\text{m})$  为吸收介质, 讨论低分辨率扫描的反演。把半径  $r$  视为一个变量, 分别求解温度和浓度。计算试验表明本方法简单迅速, 可以满足工程要求。

## 二、红外空间扫描方程和谱带模型参数

在忽略散射、背景辐射、燃气流以外的  $\text{CO}_2$  气体和黑体辐射强度  $N_b$  在  $\Delta\nu$  上的区别的情况下, 符合局部热平衡条件的燃气流的低分辨率辐射传递方程为

$$\bar{N}(x) = - \int_{-y_0}^{y_0} N_b \frac{\partial \bar{\tau}(x, y)}{\partial y} dy, \quad N_b = \frac{C_1 \nu^3}{\pi [\exp(C_2 \nu / T) - 1]}, \quad (1)$$

式中  $\nu$  为波数,  $C_1$ 、 $C_2$  为辐射常数,  $\bar{\tau}(x, y)$  为  $x$  光路从  $-y_0$  到  $y_0$  的透过率。使用洛仑茨线的随机模型和指数-倒数线强分布函数来表示  $\bar{\tau}$ 。在常压和通常燃气流温度下, 证明此模型和实验结果符合得很好<sup>[3]</sup>。当使用 Curtis-Godson 近似考虑光路的非均匀效应时<sup>[4]</sup>, 得到透过率的表达式为

$$\left. \begin{aligned} -\ln \bar{\tau}(x, y) &= \frac{\beta_e(x, y)}{\pi} \left\{ \left[ 1 + \frac{2\pi \bar{k}_e(x, y) u(x, y)}{\beta_e(x, y)} \right]^{1.2} - 1 \right\}, \\ u(x, y) &= \int_{-\nu_0}^{\nu} n(x, y') dy', \quad \bar{k}_e(x, y) = \frac{1}{u(x, y)} \int_{-\nu_0}^{\nu} \bar{k}(x, y') n(x, y') dy', \\ \beta_e(x, y) &= \frac{1}{u(x, y) \bar{k}_e(x, y)} \int_{-\nu_0}^{\nu} \beta(x, y') \bar{k}(x, y') n(x, y') dy', \\ \beta &= 2\pi\nu(1/d), \quad \nu = \nu_0(P+0.3n)(273/T)^{1.2}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中  $n$  是  $\text{CO}_2$  气体浓度,  $\beta$  和  $\bar{k}$  是谱带模型参数,  $P$  为总压,  $\nu_0$  为谱线半宽  $\nu$  在标准状态下的测定值<sup>[5]</sup>,  $(1/d)$  为谱线密度。一般国产仪器的  $\Delta\nu$  远大于  $\bar{k}$  和  $(1/d)$  数表的步长<sup>[6]</sup>。谱带模型参数公式<sup>[7]</sup>为

$$\bar{k} = (1/\Delta\nu) \sum_{i=1}^M S_i, \quad \beta = (2\pi\nu/\bar{k}) \left[ (1/\Delta\nu) \sum_{i=1}^M S_i \right]^2 \quad (3)$$

式中  $M$  为  $\Delta\nu$  内谱线总数,  $S$  是谱线强度。把  $\Delta\nu$  划分为  $\Delta\nu_j$  之和, 可以推得由数表换算任何  $\Delta\nu$  上的参数值的公式为

$$\bar{k} = (1/\Delta\nu) \sum_j \bar{k}_j(\Delta\nu_j), \quad (1/d) = (1/\bar{k}) \left\{ (1/\Delta\nu) \sum_j (\Delta\nu_j) [\bar{k}_j(1/d)] \right\}^2. \quad (4)$$

### 三、求解温度分布 $T(r)$

把方程(1)的积分变量置换为  $\bar{\tau}$ , 并使用积分中值定理后, 得出如下迭代方案和温度  $T$

$$N_b^{(k+1)} = N_b^{(k)} + \frac{\bar{N}(x) - \bar{N}(x)^{(k)}}{[1 - \bar{\tau}^{(k)}]^\delta}, \quad T^{(k+1)} = c_2\nu / \ln \left[ \frac{c_1\nu^3 + \pi N_b^{(k+1)}}{\pi N_b^{(k+1)}} \right], \quad (5)$$

其中, 上标  $(k)$  [或  $(k+1)$ ] 表示该量由  $T(r)$  的第  $k$  级 (或第  $k+1$  级) 近似值计算得到,  $\bar{N}(x)$  是光路上各点的温度增函数  $N_b$  值以  $(\partial\bar{\tau}/\partial y)$  为权重的叠加。 $(\partial\bar{\tau}/\partial y)$  和  $N_b$  越大的点,  $N_b$  在  $\bar{N}(x)$  中所占的比重越大, 由  $\bar{N}(x)$  求解这些点的温度时效果也越好。圆柱曲率使得大多数光路上最靠中心点的权重  $(\partial\bar{\tau}/\partial y)$  最大。文献[8]证实在球对称大气的类似情况下, 该点的  $(\partial\bar{\tau}/\partial y)$  值趋于正无穷大。大多数燃气流中心区域的温度和  $\text{CO}_2$  浓度都比外围高, 光路的  $\bar{N}(x)$  主要取决于光路中心的  $N_b$ 。本文采用每条光路只迭代中心点  $r=x$  的温度, 半径各节点同时在各光路上迭代, 不象回代法那样到外缘节点收敛后才迭代内缘节点, 这样就使计算大为简化。

如果温度和浓度不是单调变化, 在某个  $x=x_0$  光路上中心点的  $N_b$  在  $\bar{N}(x)$  中所占比例很小, 那么该点的逼近效果不会很好。但如果该光路其它各点的温度都已是真值, 光路的  $\bar{N}(x) - \bar{N}(x)^{(k)}$  就是由中心点的  $N_b - N_b^{(k)}$  引起的, 由  $\bar{N}(x)$  仍可有效地确定该点的温度。由图 1 看到  $r > x_0$  各点的温度只由  $x > x_0$  各光路确定, 这些节点收敛后  $r=x_0$  节点的温度可以有效地逼近。

$\delta$  是收敛因子,  $0 \leq \delta \leq 1$ 。燃气流光学厚度小, 已知的浓度分布含有的误差大时,  $\delta$  应取小值。当取

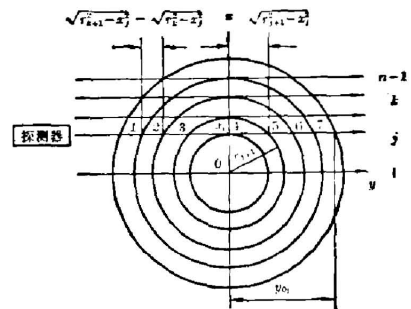


图 1 燃气流红外扫描  
Fig. 1 Infrared scanning of combustion flow

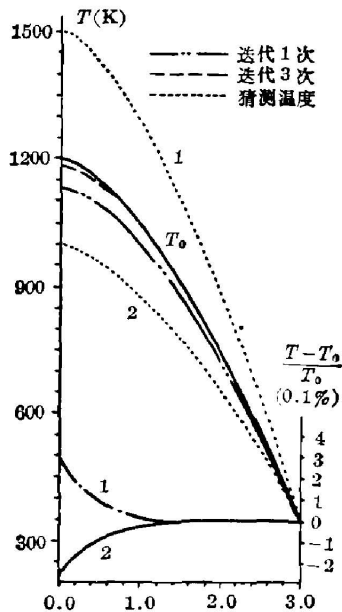


图2 温度计算试验结果(1)

Fig. 2 Results of numerical experiments on temperature (1)

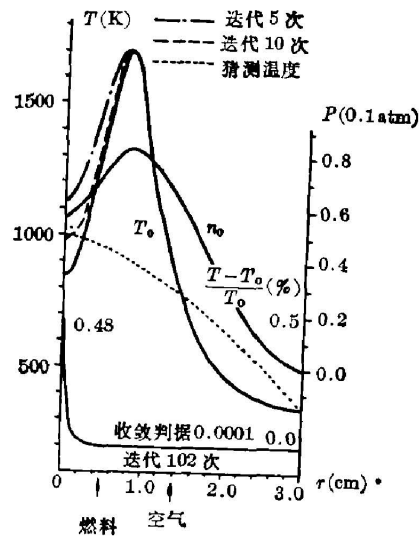


图3 温度计算试验结果(2)

Fig. 3 Results of numerical experiments on temperature (2)

$\delta = 1, \frac{1}{2}, \delta$  只控制迭代的修正量不影响迭代结果。

此迭代法用计算试验作了验证：假定一组原始温度和浓度分布  $T_0(r)$  和  $n_0(r)$ ，计算出  $\bar{N}(x)$  作为理想测量值，再把  $n_0$  作为已知，给出温度猜测曲线  $T_1(r)$  作为第一级近似进行迭代， $T_1(r)$  在边界上取已知的环境温度，收敛后把  $T(r)$  和  $T_0(r)$  进行比较。所用波数为  $2245 \text{ cm}^{-1}$ ，光谱间隔为  $130 \text{ cm}^{-1}$ 。 $\bar{N}(x)$  由(1)式用差分法计算。计算结果表明此迭代法迅速准确。图2的收敛判据为0.001，原始温度浓度曲线为图2的  $T_0$  和图5的  $n_0$ ，图2表示用猜测曲线2迭代一次和三次的曲线，迭代七次收敛。误差曲线3和4是分别以猜测曲线1和2迭代得到的。两例收敛时的误差均不到收敛判据的三倍，可以认为是截断所致，计算误差可以略去。图3的原始温度和浓度曲线都在曲率影响最小的中心区域出现极小值，它代表了最不利于迭代法的情况。计算证实：温度和浓度单调减少的外缘区域收敛迅速，中心区域在外缘收敛后才有效地逼近，最后的结果仍然是满意的。中心点误差最大，约为0.48%。比例的猜测温度和原始温度有很大的差别，但收敛曲线并不受猜测曲线的影响。

#### 四、 $\bar{N}(x)$ 的误差 $\Delta\bar{N}(x)$ 对温度解曲线的影响

图4是用  $\bar{N}(x) + \Delta\bar{N}(x)$  为测量值迭代得到的温度误差曲线 ( $n_0$  未变)。 $(\Delta T/T)$  的最大值约为  $(\Delta\bar{N}/\bar{N})$  的  $1/3$ ，温度解对  $\bar{N}(x)$  是稳定的。

如果  $\Delta\bar{N}(x)$  在全区域上同号，它所引起的透过率变化  $\Delta\bar{\tau}$  在全区域应具有相同的变化趋势，其微分的变化  $\Delta(\partial\bar{\tau}/\partial y)$  很小可以略去。对于大多数  $(\partial\bar{\tau}/\partial y)$  在光路中心点取最大值

的燃气流就有

$$\frac{\Delta \bar{N}(x)}{\bar{N}(x)} = \frac{\int_{-v_0}^{v_0} (\Delta N_b) (\partial \bar{\tau} / \partial y) dy}{\int_{-v_0}^{v_0} N_b (\partial \bar{\tau} / \partial y) dy} = \left( \frac{\Delta N_b}{N_b} \right)_{r=x},$$

足标表示该项取用  $r=x$  点的值。由此得到

$$\left( \frac{\Delta T}{T} \right)_{r=x} = \frac{\Delta \bar{N}(x)}{\bar{N}(x)} \left\{ \frac{T}{C_2 \nu} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{C_2 \nu}{T}\right) \right] \right\}_{r=x}, \quad (6)$$

采用维恩近似后  $(\Delta T/T)_{r=x} \propto T/C_2 \nu$ , 温度越高, 波数越小时,  $(\Delta \bar{N}/\bar{N})$  对  $(\Delta T/T)$  的影响越大。图 4 的虚线是根据 (6) 式计算的结果。对于较小的  $(\Delta \bar{N}/\bar{N})$ , 它的结果令人满意。

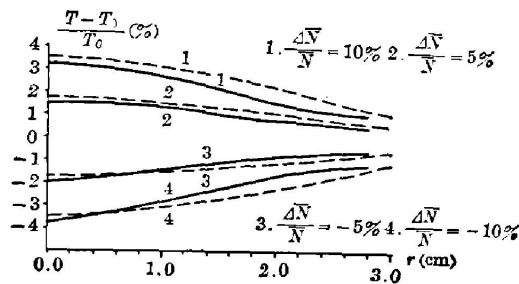


图 4 扫描误差  $\Delta \bar{N}$  引起的温度误差

Fig. 4 Temperature errors caused by scanning errors  $\Delta \bar{N}$

## 五、浓度分布近似公式和主动式扫描近似反演

假设整个光路为均匀整体。它的温度为  $\bar{T}_j$ , 吸收气体浓度为  $\bar{n}_j$ 。由  $\bar{N}_j = (1 - \bar{\tau}_j) N_b(\bar{T}_j)$  得到

$$\bar{T}_j = C_2 \nu / \ln \left[ \frac{C_1 \nu^3 (1 - \bar{\tau}_j) + \pi \bar{N}_j}{\pi \bar{N}_j} \right], \quad (7)$$

$j$  为光路标号。由  $\bar{T}_j$  得到谱带模型参数  $\bar{k}_j$  和  $(1/d)_j$ , 由 (2) 式解出

$$\bar{n}_j = \frac{-[2 \bar{k}_j y_{0j} + (B-1) \ln \bar{T}_j] + \sqrt{[2 \bar{k}_j y_{0j} - (B-1) \ln \bar{T}_j]^2 + 2(B-1) \bar{k}_j y_{0j} (\ln \bar{\tau}_j)^2 / a_{0j}}}{\Delta(B-1) \bar{k}_j y_{0j}} \quad (8)$$

$$a_{0j} = \nu_0 \sqrt{273 / \bar{T}_j} (1/d)_j,$$

近似地可以认为  $2y_{0j} \bar{n}_j$  即光路上吸收气体真实总量。如果把燃气流分为个数和扫描光路相同的均匀同心环, 则最外环浓度  $n_{n-1} = \bar{n}_{n-1}$ 。此后光路每向中心靠近一步, 光路上只引入一个未知环。用光路吸收气体总量减去各已知环对光路吸收气体的贡献  $2n_k (\sqrt{r_{k+1}^2 - x_j^2} - \sqrt{r_k^2 - x_j^2})$  (其中  $j < k < n$ ), 除以未知环程长  $2\sqrt{r_{j+1}^2 - x_j^2}$ , 就得到该环浓度  $n_j$

$$n_j = \frac{\left[ \bar{n}_j y_{0j} - \sum_{k=j+1}^{n-1} (\sqrt{r_{k+1}^2 - x_j^2} - \sqrt{r_k^2 - x_j^2}) n_k \right]}{\sqrt{r_{j+1}^2 - x_j^2}}. \quad (9)$$

此浓度近似公式非常简单。图 5 是它的计算试验结果, 其温度原始曲线如图 2 的  $T_0$ 。

$\bar{\tau}(x)$ 是令  $y=y_0$  由(3)式计算的。在求解浓度分布时,燃气流分成 15 个均匀环。边缘的  $n_0$  近于零,所以误差较小。

由(9)式求出浓度近似分布后,使用本文所述的迭代法可以十分简便地反演出温度分布。图 6 是反演计算试验的结果,最大误差出现在边缘,约为 2%。工程上开放燃气流边缘温度本来就不稳定,可以认为反演精度已满足工程要求。

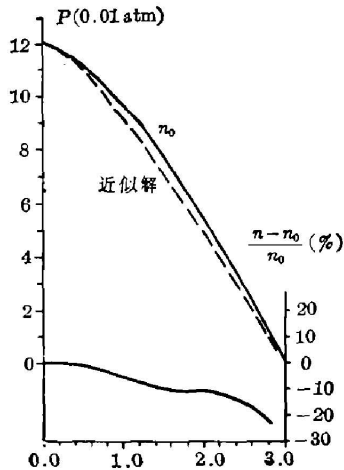


图 5 浓度计算试验结果

Fig. 5 Results of numerical experiments on concentration

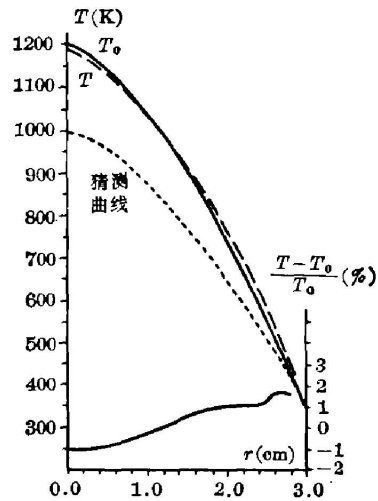


图 6 主动式扫描反演结果

Fig. 6 Inversion results of active scanning

## 六、结 论

(1) 借助于谱带模型方法,建立起一种由低分辨率辐射传递方程反演轴对称燃气流温度分布的迭代法。此法简单,计算精度高,可用于温度和浓度沿轴向分布的复杂燃气流。温度解曲线是稳定的。在较大波数和较低温度下,辐射强度误差对温度解的影响变小。

(2) 得到了由窄带透过率与辐射强度求解吸收气体浓度分布的近似公式。

(3) 使用浓度近似公式后再使用迭代法,可以由主动式扫描值反演出轴对称燃气流的温度分布,其误差在 2% 左右,足以满足工程测温要求。

这项工作曾得到中国科学院力学研究所吴承康研究员的指导和帮助,作者表示衷心感谢。

## 参 考 文 献

- [1] W. Herget; *NASA TMX-53711*, (1967).
- [2] L. E. Brewer, C. C. Linbaugh; *Appl. Opt.*, 1972, **11**, No. 5(May), 1200.
- [3] W. Malkmus; *J. O. S. A.*, 1967, **57**, No. 3(May), 323.
- [4] R. M. Goody; *«Atmospheric Radiation»*, (Oxford Press, London and New York, 1964), 236.
- [5] D. E. Burch *et al.*; *AFCLR-62-698*, (1962).

- [6] C. B. Ludwig *et al.*; *NASA SP-3080*, (1973), 377.  
[7] R. M. Goody; *«Atmospheric Radiation»*, (Oxford Press, London and New York, 1964), 135.  
[8] J. C. Gille, F. B. House; *J. Atm. Sci.*, 1971, **28**, No. 8 (Nov), 1427.

## Approximate solution of infrared spatial scanning equations for combustion gases flow

ZHANG JIAQU AND CHENG JIUSHENG

(Department of Engineering Thermophysics, University of Science and Technology of China)

(Received 21 June 1982, revised 22 December 1982)

### Abstract

The inversion of low resolution infrared scanning equations for a cylindrically symmetrical combustion gas flow is investigated with  $\text{CO}_2$  ( $4.3\mu\text{m}$ ) as emitting and absorbing medium. The Lorentz line random band model, exponential-tailed  $S^{-1}$  line strength distribution function and Curtis-Godson approximation are used to express the transmissivity. An iterative solution of the radiation transfer equation for the temperature profile is established assuming a known absorbing gas concentration distribution. Numerical experiments show the iteration is simple and converges quickly with a high calculation accuracy. The temperature solution is stable to the intensity. Analyses show the influence of intensity error on temperature solution could be expected weaker, if the temperature is lower and the wavenumber used is larger. An approximate formula to calculate the absorbing gas concentration profile from the radiation transfer equation and the transmissivity equation is derived. The inversion of the active infrared scanning equations is formed by combining the concentration formulae and the temperature iteration. Numerical experiments show the inversion is simple and accurate enough for the temperature measurement in engineering applications.