

强迫水冷激光反射镜形变研究

王哲恩 钱 铮

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

提 要

本文研究了在连续高功率激光辐照下,强迫水冷反射镜的形变。导出了反射镜的形变方程,并给出了方程的解析解及镜体材料形变品质因数。计算分析了在20kW激光功率辐照下,各种尺寸镜体的镜面形变量及其分布和对谐振腔的影响。

一、引 言

由于高功率连续激光器的发展,对耐受高能密度,具有尽可能低的光学畸变的激光反射镜的研究设计日益为人们所重视。激光反射镜表面涂层技术的不断发展,使镜面的反射率达到99%或更高,但在一般情况下,镜面吸收的能量流密度仍在 $10^3 \sim 10^4 \text{ W/cm}^2$ 。通常,为提高反射镜的抗热破坏能力,一般采用良好导热性能的材料作为反射镜基体,并对基体予以强迫水冷,尽可能多地带走吸收光能产生的热。但由此在镜体中形成剧烈的温度梯度,导致镜体热畸变,并且为了提高冷却效果的强迫水冷也对镜体产生较大的压力形变。当把反射镜作为谐振腔镜,特别是多折腔的主反射镜和转折腔镜时,这些形变足以影响激光器的腔参数,破坏腔(特别是多镜腔)的最佳设计,使损耗增加,模体积缩小,调整容限降低,从而导致输出光功率和激光束质量的下降。文献[1]~[3]分别就激光辐照引起的形变及其对腔参数的影响作了讨论。

本文研究在多模连续激光束辐照下,强迫水冷反射镜的温度场分布及相应的热形变和压力形变的分布情况。

二、反射镜热传导方程及解

强迫水冷激光反射镜在连续激光辐照下,因吸收光能,镜体将传导一定热量。考虑到吸收的辐照光能在镜面表层(几百个 \AA)转换成热形式,且镜背侧为冷却水保持的恒温边界。在忽略镜面的热交换,并假定镜体周界绝热条件下,镜体的稳态温度场分布 $T(r, z)$ 可由如下边值方程组的解给出^[4]:

$$\left. \begin{aligned} (\partial^2 T / \partial r^2) + (\partial T / r \partial r) + (\partial^2 T / \partial z^2) &= 0, & (\partial T / \partial r) |_{r=R} &= 0, \\ (k \partial T / \partial z) |_{z=-h} &= A \cdot p(r), & T(r, 0) &= T_0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

方程组中 k 为镜体材料热传导率; A 为镜面吸收率; $p(r)$ 为辐照激光束在镜面的强度分布; h 为镜体厚度。

应用分离变量法^[4],该边值问题方程的解为

$$T(r, z) = T_0 - \frac{2}{kR^2} \int_0^R A \cdot p(r) r dr \cdot z - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \int_0^R A \cdot p(r) J_0\left(\frac{x_n^{(1)}}{R} r\right) r dr}{kx_n^{(1)} R [J_0(x_n^{(1)})]^2} \cdot \frac{\text{sh}\left(\frac{x_n^{(1)}}{R} z\right)}{\text{ch}\left(\frac{x_n^{(1)}}{R} h\right)} J_0\left(\frac{x_n^{(1)}}{R} r\right), \quad (2)$$

式中 J_0 为零阶贝塞耳函数; $x_n^{(1)}$ 为一阶贝塞耳函数第 n 个根。

设激光输出模式为高阶多模,可认为输出光束强度分布沿径向均匀^①。并假设辐照光位于圆反射镜正中,则镜面上的光强分布为

$$p(r) = \begin{cases} Q_0/\pi R_0^2 & (r < R_0), \\ 0 & (r > R_0), \end{cases} \quad (3)$$

式中 R_0 为辐照光束半径, Q_0 为辐照功率。将(3)式代入(2)式,得到了在均匀激光辐照下,反射镜基体的温度场分布

$$T_m(r, z) = T_0 - \frac{Q_0 A z}{\pi k R^2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 A Q_0 J_1\left(\frac{x_n^{(1)}}{R} R_0\right)}{\pi k R_0 [x_n^{(1)}]^2 [J_0(x_n^{(1)})]^2} \cdot \frac{\text{sh}\left(\frac{x_n^{(1)}}{R} z\right)}{\text{ch}\left(\frac{x_n^{(1)}}{R} h\right)} J_0\left(\frac{x_n^{(1)}}{R} r\right). \quad (4)$$

图1和图2分别给出了 $R=35\text{ mm}$, 镜体厚度, $h=10\text{ mm}$, 吸收率为2%的黄铜基体强迫水冷反射镜在1kW连续激光辐照下,镜面的温度分布及镜面最高温度与镜体厚度关系的应用计算机计算的结果。

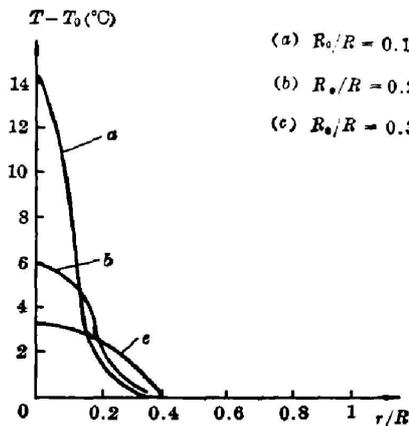


图1 镜面温度分布

Fig. 1. The temperature distribution on the mirror surface

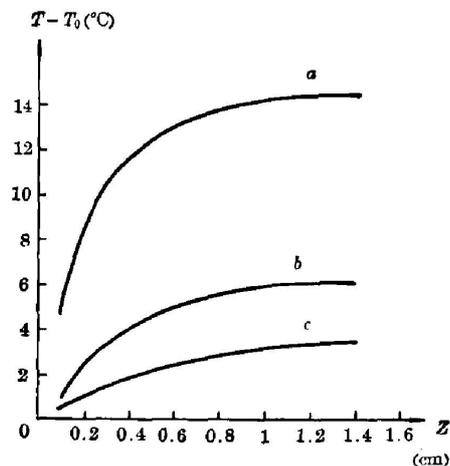


图2 镜面最大温升与镜体厚度的关系

Fig. 2. Maximum temperature rise on the mirror surface as a function of the mirror thickness

① 在高增益、低损耗、主反射镜曲率较小的稳腔中,输出光斑强度分布大致均匀。

三、反射镜形变方程

考虑到在镜面的分布及背侧冷却水的分布均为轴对称,因此应力与极角 φ 无关,仅为 r 的函数,剪应力 $\tau_{r\varphi}$ 则由于对称等于零。于是根据广义虎克 (Hooke) 定律,圆柱坐标系下的反射镜应力-形变关系可写作^[5]

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= z(d^2w/dr^2) = (\sigma_r - \mu\sigma_\varphi)/E + \alpha T, \\ \varepsilon_\varphi &= -(z/r)(dw/dr) = (\sigma_\varphi - \mu\sigma_r)/E + \alpha T, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

方程组中, w 为轴向位移; E 为杨氏模量; μ 为泊松比; α 为线胀系数。

考虑应力对整个镜体的合成。膜应力 n_r 、 n_φ 及弯矩 m_r 、 m_φ 和 $m_{r\varphi}$ 对镜体微元的作用分别由图 3 可见,因而得到

$$\left. \begin{aligned} n_r &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_r dz, & n_\varphi &= 0, \\ m_r &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_r z dz, & m_\varphi &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\varphi z dz, & m_{r\varphi} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

将 (5) 式代入 (6) 式得到膜应力, 弯矩与轴向位移的关系为:

$$\left. \begin{aligned} n_r &= -[(1+\mu)/(1-\mu^2)]\alpha h E n_T, \\ m_r &= -E h^3/12(1-\mu^2) [(d^2w/dr^2) + (\mu/r)(dw/dr) + \alpha(1+\mu)m_T], \\ m_\varphi &= -E h^3/12(1-\mu^2) [(dw/dr) + (\mu/r)(d^2w/dr^2) + \alpha(1+\mu)m_T], \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中 $n_T = \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} T dz$, $m_T = \frac{1}{h^2} \int_{-h/2}^{h/2} T \cdot z dz$ 。当该微元在径向和轴向的力矩平衡时(见图 3), 忽略高阶微量, 于是得到

$$\frac{dm_r}{dr} + \frac{m_r - m_\varphi}{r} = q_r, \quad \frac{d}{dr} (r q_r) + r n_r \frac{dw}{dr} + p r = 0, \quad (8)$$

式中 q_r 为剪应力。将方程组 (7) 代入方程组 (8), 忽略膜应力对形变的影响, 得到强迫水冷激光反射镜的形变微分方程

$$D \nabla^2 \nabla^2 w = P - (1+\mu) D \alpha \nabla^2 m_T, \quad (9)$$

式中 ∇^2 为拉普拉斯算符, D 为弯曲刚度, P 为镜体背侧冷却水压。

四、边界条件的影响

对辐照光束位于圆反射镜正中的强迫水冷镜, 则作用在上面的载荷为轴对称, 因而边界条件也是轴对称的, 故镜体的变曲必为轴对称。在这种条件下, 形变位移 w 与极角无关, 仅为 r 的函数, 于是方程 (9) 可改写成

$$D \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left\{ r \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dw}{dr} \right) \right] \right\} = P - (1+\mu) D \alpha \nabla^2 m_T. \quad (10)$$

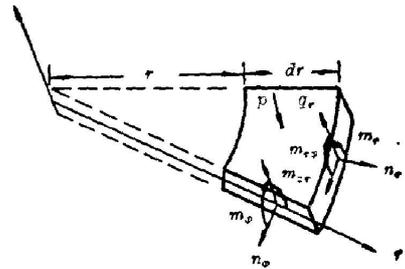


图 3 推导反射镜镜体微元平衡条件示意图

Fig. 3 The schematic diagram for deducing the balance condition on an elementary volume of the reflecting mirror

上式经四次积分后求得其通解

$$w(r) = C_1 + C_2 r^2 + C_3 \ln(r/R) + C_4 r^2 \ln(r/R) + w_p(r), \quad (11)$$

式中 $w_p(r)$ 为与 (9) 式右端项对应的特解。下面从弹性力学观点考虑镜体的边界条件对解的影响。

1. 固定边缘

如果镜体边缘为刚体所固定，由弹性力学可知，沿着边缘的挠度和中面的斜率必等于零，即 $w(r)|_{r=R} = 0$, $(dw(r)/dr)|_{r=R} = 0$ 。由此求得形变方程解

$$w_0(r) = \frac{3p(1-\mu^2)}{16Eh^3} (R^2 - r^2)^2 + (1+\mu)\alpha \left[\left(\frac{r^2}{R^2} - 1 \right) \int_0^R m_T(\tau) \tau d\tau \int_r^R \frac{\int_0^\xi m_T(\tau) \tau d\tau}{\xi} d\xi \right]. \quad (12)$$

2. 简单支承边缘

当激光镜体边缘只作简单支承时，沿边缘的挠度和弯矩都必须等于零，即

$$w(r)|_{r=R} = 0, \quad -\frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} \left[(d^2w/dr^2) + (\mu/r)(dw/dr) + (1+\mu)\alpha m_T \right] |_{r=R} = 0.$$

于是得相应的解为

$$w_s(r) = \frac{3p(1-\mu^2)}{16Eh^3} \left[(R^2 - r^2)^2 + \frac{4R^2(R^2 - r^2)}{1+\mu} \right] + (1+\mu)\alpha \left[\frac{1-\mu}{1+\mu} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \int_0^R m_T(\tau) \tau d\tau + \int_r^R \frac{\int_0^\xi m_T(\tau) \tau d\tau}{\xi} d\xi \right]. \quad (13)$$

将 (12)、(13) 式分别与 (4) 式、(7) 式联立求解，获得强迫水冷激光反射镜边缘固定和简单支承工作状况下的形变方程解析表达式：

$$w_0(r) = \frac{3p}{16h^3 Q_{pd}} (R^2 - r^2)^2 + \frac{24AQ_0 R^2}{\pi R_0 h^3 Q_{kd}} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{ch\left(\frac{hx_n^{(1)}}{2R}\right) \left[\frac{Rh}{x_n^{(1)}} ch\left(\frac{hx_n^{(1)}}{2R}\right) - 2\left(\frac{R}{x_n^{(1)}}\right)^2 sh\left(\frac{hx_n^{(1)}}{2R}\right) \right]}{ch\left(\frac{x_n^{(1)}}{R} h\right)} \times \frac{J_1\left(\frac{x_n^{(1)}}{R} R_0\right)}{J_0(x_n^{(1)})^2 (x_n^{(1)})^4} \left[J_0(x_n^{(1)}) - J_0\left(\frac{x_n^{(1)}}{R} r\right) \right], \quad (14)$$

$$w_s(r) = \frac{3p}{16h^3 Q_{pd}} \left[(R^2 - r^2)^2 + \frac{4R^2(R^2 - r^2)}{1+\mu} \right] + \frac{24AQ_0 R^2}{\pi R_0 h^3 Q_{kd}} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{ch\left(\frac{hx_n^{(1)}}{2R}\right) \left[\frac{Rh}{x_n^{(1)}} ch\left(\frac{hx_n^{(1)}}{2R}\right) - 2\left(\frac{R}{x_n^{(1)}}\right)^2 sh\left(\frac{hx_n^{(1)}}{2R}\right) \right]}{ch\left(\frac{x_n^{(1)}}{R} h\right)} \times \frac{J_1\left(\frac{x_n^{(1)}}{R} R_0\right)}{J_0(x_n^{(1)})^2 (x_n^{(1)})^4} \left[J_0(x_n^{(1)}) - J_0\left(\frac{x_n^{(1)}}{R} r\right) \right], \quad (15)$$

式中引进的 $Q_{pd} = E/(1-\mu^2)$ 定义为压力形变品质因数， $Q_{kd} = k/(1+\mu)\alpha$ 定义为热形变品质因数。

五、讨 论

由形变方程解析解(14)、(15)式看出,水冷激光反射镜的镜面形变由两部分组成。方程右端的第一项为冷却水压导致之形变;第二项为吸收光辐射功率引起之形变。在光辐照功率,辐照分布,水压大小,镜体尺寸不变的情况下,形变量只受镜体材料本身特性的影响,即由 Q_{pd} 和 Q_{hd} 决定。为准确起见,对简单支承边缘可引进最大压力形变品质因数 $Q'_{ps} = 4 / [(1 - \mu^2) + 4(1 - \mu)]$ 。由此,可通过品质因数,根据对形变的要求,对候选激光镜体材料作出评价。表 1 给出了部分镜体材料的品质因数。其中碳化硅的形变品质因数显著优于其它材料,对于半导体材料如 Ge 和 Si 单晶,由于其泊松系数与作用力的方向有关,我们只考查热品质因数中热导率和线胀系数的比值(见表 2)。表中也列出金属铜和黄铜的 k/α 比值,以便比较。由于半导体 Si 的热膨胀系数很小,热传导也不错,所以选用半导体 Si 作为高功率激光反射镜基体,其性能优于一般的金属材料。此外,由于半导体 Si 的光学加工工艺较碳化硅材料简单得多,因此半导体硅将是碳化硅镜体材料的强烈竞争者。

表 1 典型激光反射镜基体材料比较

Table 1 Comparison of key material for laser mirror

材 料 参 数	碳化硅	铜	铝	铝	黄 铜
热传导率 $k[W \cdot (cm \cdot ^\circ C)^{-1}]$	4	3.99	1.34	2.2	1.1
线胀系数 $\alpha(10^{-6}C^{-1})$	3.5	16.7	5.0	23.9	20.6
泊松比 μ	0.3	0.42	0.28	0.33	0.4
密度 $d(g \cdot cm^{-3})$	3.2	8.9	10.2	2.7	8.43
杨氏模量 $E(10^3 g \cdot cm^{-2})$	49.3	12.0	32.9	7.2	10.5
热形变品质因数 $Q_{hd}(10^5 W \cdot cm^{-1})$	8.8	1.7	2.1	0.7	0.4
压力形变品质因数 $Q_{pd}(10^8 g \cdot cm^{-2})$	54.18	14.57	35.70	3.08	12.5

表 2 锗、硅半导体材料的 k/α 比值

Table 2 Comparison of k/α for semiconductor Ge and Si

	锗	硅	铜	黄 铜
热传导率 $k[W \cdot (cm \cdot ^\circ C)^{-1}]$	0.59	1.43	3.99	1.1
线胀系数 $\alpha(10^{-6}C^{-1})$	5.7	2.53	16.7	20.6
$k/\alpha(10^5 W \cdot cm^{-1})$	1.04	5.85	2.39	0.53

图 4 系入射光功率为 1kW, 冷却水压为 0.9atm 时 $R=35mm$, 镜厚 $h=10mm$, 吸收率 = 2% 的黄铜基体反射镜镜面形变分布。图中虚线 a 、 d 分别为热形变和压力形变的实际测量值^[6], 实线 b 、 c 、 e 分别为简单支承边缘压力形变、热形变和固定边缘压力形变的理论计算值。显然,热形变在镜面分布的理论计算值与实验测得的值相符合;但压力形变的测量值处于简单支承与固定边缘理论计算值之间。这可解释为实际使用的激光反射镜,其边缘支承条件处于简单支承和固定边缘之间,它取决于镜体与背侧冷却水套的具体结合结构。图 5 为镜面最大热形变与入射功率的关系,图中实线 b 、 d 分别为 $a=0.72cm^2$, $3.61cm^2$ 时的理论计算值,虚线 a' 、 c' 分别为 $a=0.72cm^2$, $3.61cm^2$ 时的实验测量值。显然,最大热形

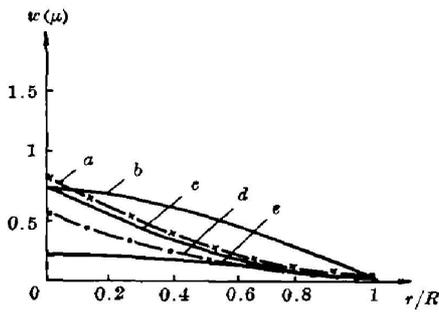


图 4 镜面形变分布
Fig. 4 The distortion distribution on the mirror surface

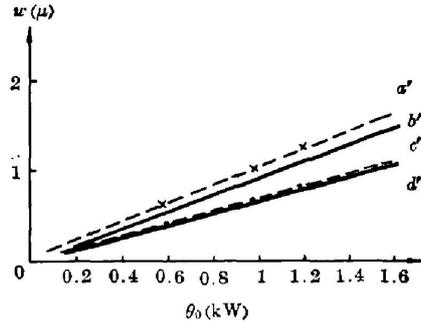


图 5 镜面最大热形变与入射功率的关系
Fig. 5 The maximum thermal distortion on the mirror surface vs the irradiation power

变量与入射光功率成线性关系, 理论计算值与实验值相吻合。

从上述分析说明热形变对激光腔参量的影响是相当严重的, 尤其是对腔内功率密度极高的高功率 CW CO₂ 激光器。若万瓦级输出功率激光腔的输出耦合为 40%, 则腔内光功率可达 20~25 kW。采用国内一般通用的黄铜基体反射镜, 其反射率一般为 98% 以上。镜的直径为 100 mm, 厚度 h 为 10 mm 和 20 mm, 入射功率为 20 kW 的光斑截面积限制在 12.57 cm² (光斑半径为 20 mm), 当背侧冷却水压为 2 atm 时, 平面镜镜面热形变分布 (曲线 b ; $h=10$ mm, 曲线 d ; $h=20$ mm) 和总形变分布 (曲线 a ; $h=10$ mm, 曲线 c ; $h=20$ mm) 应用计算机计算的结果如图 6 所示, 从曲线 a 可以看到, 镜面总形变分布是不均匀的。镜面中心处的最大形变量高达 20 μm 以上。在直径 30 mm 内的中心区域, 镜面平均形变所对应的凸球面镜曲率半径为 21.3 m。在内径为 30 mm, 外径为 50 mm 的环形区内, 形变变化特别严重, 所对应的平均曲率半径 (凸球面) 为 8.5 m, 这可解释为光辐照区交界处 ($r \geq R_0$) 光辐照突然消失所致。如果采用由曲率半径为 25 m 的球面反射镜和平板输出镜构成的稳腔, 则在上述激光功率辐照下, 热形变和压力形变将使镜面由凹变凸, 即由稳定腔转化为不稳定腔。除此之外, 镜面不同区域对应的不同曲率也导致光斑发生畸变, 方向性变劣。

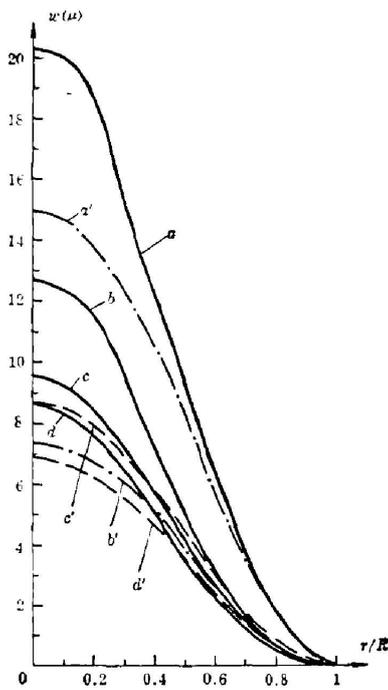


图 6 几种情况下的镜面形变量及其分布
Fig. 6 Distortion and its distribution on the mirror surface in several cases

在高功率 CO₂ 激光器中, 也通常采用类似图 7 的 π 型折叠腔。图中 M_1 为主反射镜, M_2

根据 (15) 式, 缩小镜面直径或扩大光束尺寸也将减少形变量。图 6 中的曲线 c' 和 d' 分别为镜面直径缩小到 $\phi 70$ mm 和镜厚为 10 mm 时的总形变和热形变分布; 曲线 a' 和 b' 为光束截面由 12.57 cm² (光斑半径为 20 mm) 扩大到 28.27 cm² (光斑半径为 30 mm) 时的总形变和热形变分布。

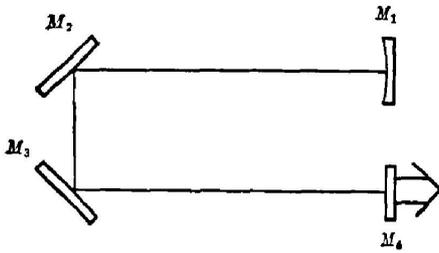


图7 π 型折叠腔
Fig. 7 The π -type folding resonant cavity

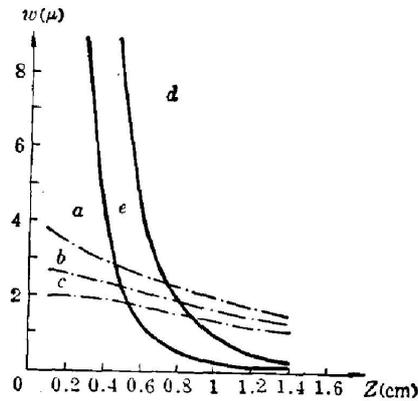


图8 镜面最大热形变和最大压力形变与镜体厚度的关系
Fig. 8 The maximum thermal distortions and pressure distortion on the mirror surface vs the mirror thickness

和 M_3 为平面转折镜, M_4 为平面输出镜。在高功率激光作用下, M_2 和 M_3 以及 M_1 都发生类似的形变, M_2 和 M_3 由平变凸不但进一步破坏谐振腔的稳定性, 而且由于 45° 角离轴光束的作用, 像散将使光斑畸变加剧。

图8给出入射功率为 1 kW , 冷却水压为 1 atm , $\phi 70\text{ mm}$, 吸收率为 2% 的黄铜基体镜面热形变和压力形变与镜体厚度的关系。在图8中曲线 a 、 b 、 c 分别表示辐射光斑 (R_0/R) 为 0.1 、 0.2 和 0.3 时, 热形变对镜面的影响随镜体厚度的增加而减弱。曲线 d 、 e 分别为简单支承边缘和固定边缘压力形变与厚度的关系, 它表明在镜体达到一定厚度后, 形变趋于一个稳定值。由此可见, 在辐照光斑及镜面尺寸给定后, 镜厚也可大致确定, 但也不能过厚, 否则镜体表面温度将上升, 而镜体导热系数、线胀系数等都将随温度而变化。这些都导致材料品质因数变劣, 造成镜面形变的增加。

减小形变量的最佳途径是改善镜体的材料。如果把镜体的材料由黄铜换成碳化硅, 则由表1看出, 其热品质因数将提高22倍, 压力品质因数也将提高3倍以上, 这时图6中曲线 a 所示的最大形变量仅为 $2\text{ }\mu\text{m}$ 左右, 中心区(直径 3 cm)所对应的凸球面曲率半径为 187 m 左右, 其对光束和腔的作用基本可以忽略。

六、结 论

本文导出的形变方程解与实验测量结果相符合。运用本文的结果可直接估算强迫水冷反射镜各种材料的镜体的镜面热形变及压力形变量, 并给出各种候选反射镜基本材料的形变品质因数, 便于选取合适的材料作为镜体。显然碳化硅和硅单晶材料是目前承受高功率激光的最优候选者。本文着重讨论的在 20 kW 功率激光辐照下, 各种尺寸镜体镜面的形变量及其分布, 对设计高功率谐振腔具有一定的实际意义。

参 考 文 献

- [1] V. V. Apollonov *et al.*; *Sov. J. Q. E.*, 1975, **5**, No. 2 (Aug), 216.
[2] 张新昌等;《激光》, 1981, **8**, No. 1 (Jan), 5.
[3] C. A. Klein; *Optical Engineering*, 1979, **18**, No. 6 (Oct/Nov), 591.
[4] 梁昆森;《数学物理方法》, (人民教育出版社, 1978年7月第二版), 364.
[5] 王啓德;《应用弹性理论》, (机械工业出版社, 1966年6月)。
[6] 王哲恩, 钱铮;《激光》, 1982, **9**, No. 3 (Mar), 167.

Investigation on deformation of water-cooled laser mirrors

WANG ZHEEN AND QIAN ZHENG

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

(Received 27 August 1982, revised 5 January 1983)

Abstract

The optical distortion on water-cooled laser mirror surface under the action of a high-power CW laser beam has been discussed. The deformation equations of laser mirrors are deduced and an analytic solution is obtained. The definition of distortion quality factors for mirror material are also given. The theory is in good agreement with our experimental results.