

用星点法估值波面像差—II, 慧差

向 才 新

(中国科学院长春光学精密机械研究所)

提 要

本文指出: 根据星点像的不对称程度, 可以估值慧差的可能范围; 估值波面慧差的极限灵敏度为 $\lambda/25$; 直接用星点法不易准确测定慧差的几何值。

一、前 言

如在文献[1]中所指出的一样, 目前一般认为星点法也不能定量检测波面慧差的大小。另外, 近来国内广泛使用的优质镜头指标之一——“星点圆整”, 很有必要加以讨论。绝对的“星点圆整”是没有的。何种形像的星点像可以视作“圆整”? 是否必要作为评价一切优质光学系统的必要指标? 这些问题的实质是: 某种形像的慧差星点, 其波面像差是多少? 是否在公差容许范围内?

本文旨在从理论上探讨不同波面慧差值的星点像, 以期用星点法估值波面慧差的大小。

二、理 论 基 础

众所周知, 慧差越大, 其星点像愈趋向非对称化。在高斯像面处, 当波面慧差不太大, 慧差的星点像的能量分布由下式所决定^[2]:

$$\begin{aligned} [u(0, v, \varphi)]^2 = & \left\{ \frac{2J_1(v)}{v} \left(1 - \frac{\alpha_{031}^2}{16} \right) - \frac{J_2(v)}{v} \frac{\alpha_{031}^3}{60} \cos \alpha + \frac{J_3(v)}{v} \left[\frac{1}{40} + \frac{1}{5} \cos 2\varphi \right] \right. \\ & \times \alpha_{031}^2 + \frac{J_4(v)}{v} \left[-2\alpha_{031} \cos \varphi + \frac{\alpha_{031}^3}{105} (11 \cos \varphi + 2 \cos 3\varphi) \right] \\ & - \frac{J_5(v)}{v} \frac{\alpha_{031}^2}{8} - \frac{J_6(v)}{v} \alpha_{031}^3 \left[\frac{9}{280} \cos \varphi - \frac{3}{80} \cos 3\varphi \right] \\ & + \frac{J_7(v)}{v} \alpha_{031}^2 \left[\frac{9}{40} + \frac{3}{10} \cos 2\varphi \right] + \frac{J_8(v)}{v} \frac{3}{70} \alpha_{031}^3 \cos \varphi \\ & \left. - \frac{J_{10}(v)}{v} \alpha_{031}^2 \left(\frac{3}{112} \cos 3\varphi + \frac{3}{56} \cos \varphi \right) \right\}^2, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 v, φ 分别为像点的归一化极坐标和方位角; J_1, J_2, J_3, \dots 分别为一阶、二阶、三阶…… Bessel 函数; α_{031} 为慧差系数。

(1) 式中明显包含有慧差系数而没有相对孔径参量, 这就意味着: 星点像的能量分布与

被测镜头的相对孔径无关, 而仅与慧差值有关。相对孔径的改变只能使能量分布的几何图形作相似变化。因此, 当星点能量分布的等高线图与人眼的灵敏度已知时, 则有可能根据前者来判断实际星点的波差值的可能范围和极限灵敏度。

三、计算结果和波面慧差估值法

Kingslake^[3]、Nijboer^[4]、Nienhuis^[5]和 Maréchal^[6]等人计算了不同值波面慧差的星点像能量分布等高图。他们选用的波面慧差系数如表 1 所示。

表 1 Kingslake, Nijboer, Nienhuis 和 Maréchal 计算慧差星点像能量分布等高图时所采用的慧差系数

Table 1 Coma wave-front aberration coefficients for calculating the isophotes of comae adopted by Kingslake, Nijboer, Nienhuis and Maréchal

作 者	波 面 慧 差 系 数 (λ)				
Kingslake	0.65	3.2	6.4		
Nijboer	0.48	1.4			
Nienhuis	0.3	1	2.4	5	10
Maréchal	1	2			

同时, 他们对这些结果作了实验验证, 两者一致。

根据(1)式, 我们计算了 $\lambda/2n$ ($n=1, 2, 3, \dots, 16$) 波面慧差的一系列星点能量分布等高图。慧差分别为 $\lambda/4, \lambda/6, \lambda/8, \lambda/10$ 和 $\lambda/20$ 的计算部分等高线图如图 1 所示。图中所示能量等高线的标志值是原计算值的 1000 倍。

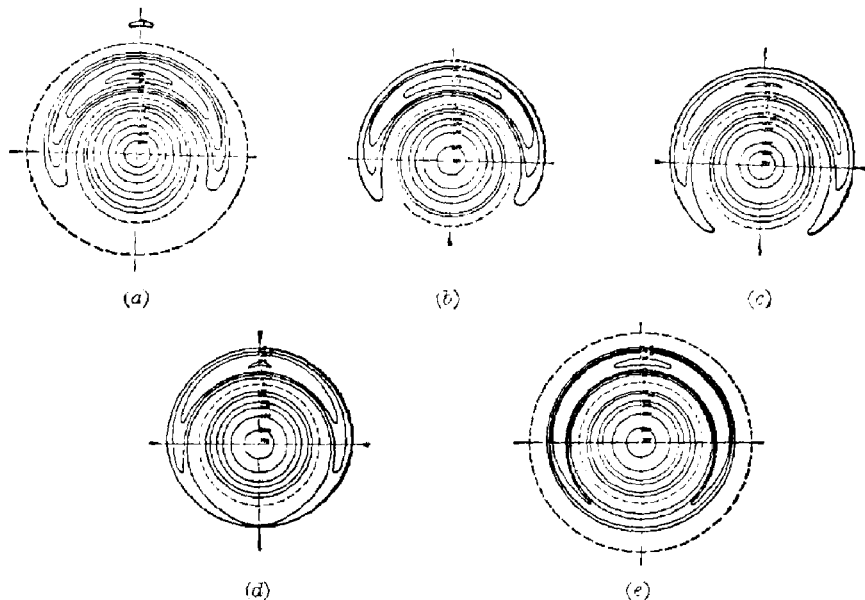


图 1 慧差为 $\lambda/4, \lambda/6, \lambda/8, \lambda/10$ 和 $\lambda/20$ 的等高图

Fig. 1 Isophotes for coma = $\lambda/4, \lambda/6, \lambda/8, \lambda/10$ and $\lambda/20$

图 2 可能观察到的慧差为 $\lambda/4$, $\lambda/6$, $\lambda/8$, $\lambda/10$ 和 $\lambda/20$ 的星点像Fig. 2 Star images observed possibly for coma = $\lambda/4$, $\lambda/6$, $\lambda/8$, $\lambda/10$, and $\lambda/20$

照相曝光量的大小, 人眼的差异和不同测试条件都可能获得有差异的星点像。Nijboer 曾注意到这一点^[3]。然而, 一般正常人在通常观测条件下, 观察同一星点像, 其差异不会很大。这也是我们提出用星点法估值波面慧差的理由。

无像差理想星点像的第一衍射圈能量分布等高线的最大值为 17, 第二衍射圈的最大值为 3.4^[5]。通常观察到一有限宽度的第一衍射圈。即人眼可能觉察到图 1 中等高线为 10 左右的能量值*。于是, 对波面慧差为 $\lambda/4$, $\lambda/6$, $\lambda/8$, $\lambda/10$ 和 $\lambda/20$ 的星点像, 可能观察到分别近乎如图 2 所示的图像。图 3 是波面慧差约为 $\lambda/20$ 的 $40\times$ 显微物镜的星点实摄像。

根据文献[3]、[4]、[5]、[6]的结果, 以及从图 1~图 3 看到: 若慧差愈大, 则: (1) 星点像的中心斑愈椭圆化; (2) 第一衍射圈的能量分布——能量值与衍射圈宽度愈是非对称化; (3) 出现其它更多的衍射带和斑。并且有如表 2 所列举的规律。

根据文献[3]、[4]、[5]、[6]的结果, 图 1~图 3 以及表 2 所归纳的慧差星点像的特征, 即可对实际观察到的慧差星点像, 估值其波面慧差的可能范围。例如: 波差值接近 $\lambda/4$ 时, 中心斑略呈椭圆形, 第一衍射圈缺口较大; 波差值小于 $\lambda/4$ 时, 中心斑呈圆形, 第一衍射圈有缺口或强度分布不对称; 波差值小于 $\lambda/10$ 时, 中心斑呈圆形, 第一衍射圈基本封

图 3 实际观察到的一个慧差约为 $\lambda/20$ 的 $40\times$ 显微物镜的星点像Fig. 3 An actual star image of coma $\approx \lambda/20$ for a $40\times$ microscope objective

表 2 不同波面慧差的诸星点像的特征

Table 2 Features of the star images for various comae

波面慧差系数	中心斑图像	第一衍射圈图像	第二、第三等其它衍射圈图像
$< \lambda/10$ (如图 1(e), 图 2(e))	圆形	封闭圆形, 但光强分布不对称	无, 或有很微弱衍射带
$\lambda/10$ (如图 1(d), 图 2(d))	圆形	封闭圆形, 但光强分布不对称, 宽度很不相等, 可能出现极微小缺口。	无, 或有很微弱衍射带
$\lambda/8$ (如图 1(c), 图 2(c))	圆形	缺口, 中心角: 60°	无, 或有很微弱衍射带
$\lambda/6$ (如图 1(b), 图 2(b))	圆形	缺口, 中心角: 120°	无, 或有很微弱衍射带
$\lambda/4$ (如图 1(a), 图 2(a))	稍欠圆	缺口, 中心角: 130°	可能有很短的第二衍射带
$\lambda/2$ (根据文献[5])	椭圆	缺口, 中心角: $150^\circ \sim 180^\circ$	有第二衍射带, 也可能有第三衍射带
$1 \sim 2\lambda$ (根据文献[5], [6])	显著椭圆	缺口, 中心角: $\geq 180^\circ$	二个以上衍射带
$2 \sim 3\lambda$ (根据文献[6])	显著椭圆	斑点化	有第二、三等衍射带
$> 3\lambda$ (根据文献[3])	显著椭圆	斑点化	有多个衍射带, 第二带斑点化
$> 5\lambda$ (根据文献[3])	显著椭圆	斑点化	有多个衍射带, 第二、三、四带斑点化

注: 此处所指中心角, 是第一衍射缺口两 endpoint 与中心斑中点的两联线间的夹角

* Kingslake 所拍摄的照片的曝光时间较短, 被摄等高线的能量最低值为 20。

闭;波差大于 $\lambda/4$ 时,中心斑明显呈椭圆形,有第二或第三等衍射圈出现。

由以上判据,当检测某种容许公差已知的光学系统时,对“星点圆整”的要求,可以赋予比较明确合理的表示,而不致无条件的绝对化,或含糊不清。

四、极限灵敏度

波面慧差愈小,则第二、第三等其它衍射带逐渐消失,第一衍射圈,即 $v=5$ 处,其图像愈趋向对称化。星点法估值波面慧差的灵敏度取决于人眼对慧差星点像第一衍射圈的子午(或弧矢)面内两对称位置处的可感能量差异。

在第一衍射圈处, $v=5$, $J_4(5)/5=J_3(5)/5$,但 $J_4(5)/5$ 较之 $J_5(5)/5$ 、 $J_7(5)/5$ 等大。因而当波面慧差很小,即 α_{031}^2 以上诸项可以略去不计时,由(1)式得到最佳像面处的第一衍射圈的振幅分布为

$$u(0, v, \varphi) = \frac{2J_1(5)}{5} - \alpha_{031} \cos \varphi \frac{2J_4(5)}{5} \quad (2)$$

由(1)式得到子午面内慧差星点像第一衍射圈对称位置处的波面振幅分别为

$$u_{\varphi=0} = \frac{2J_1(5)}{5} - \alpha_{031} \frac{2J_4(5)}{5}, \quad u_{\varphi=\pi} = \frac{2J_1(5)}{5} + \alpha_{031} \frac{2J_4(5)}{5} \quad (3)$$

考虑到 $\alpha_{031} \ll 1$ 时有 $(2J_1(5)/2) \gg (2J_4(5)/5)$,则由(3)式得到子午面内慧差星点图像第一衍射圈两对称位置处的对比值为

$$K(0, \pi) = \frac{u_{\varphi=0}^2 - u_{\varphi=\pi}^2}{u_{\varphi=0}^2 + u_{\varphi=\pi}^2} \doteq \frac{4\alpha_{031}(J_4(5)/5)}{2J_1(5)/5} \doteq 2.39\alpha_{031} \quad (4)$$

由(4)式知:随着波面慧差的减小,第一衍射圈子午面内两对称位置处的对比值也随之减小。当人眼对不相邻两点的对比敏感值为20%时,则由(4)式用星点法估测波面慧差的灵敏度为

$$\alpha_{031} \doteq 0.084 \quad (5)$$

(5)式的取值单位为弧度,将其换为波长单位后,则用星点法估值波面慧差值的灵敏度为

$$W_{\text{coma}} = 3\lambda/n = (3\alpha_{031}/2\pi)\lambda \doteq \lambda/25 \quad (6)$$

此结论也可由慧差星点像的能量分布等高图中的能量标志值推论得知。看来,用星点法估测波面慧差的灵敏度是高的,比之用这种方法估测波面球差,以及刀口法的灵敏度略许偏高。

五、用星点法不易准确测定慧差的几何值

由文献[3]、[4]、[5]、[6]的结果知:(1)高斯像点在中心斑内,但随着波面慧差的增加,处于中心斑内的不同位置处。(2)当波面慧差较小时,弧矢焦点处于中心斑内,随着慧差值的增加,逐渐离开中心斑而移至第一和第二衍射带处。(3)同样,子午焦点也随着波面慧差的增加,从第一衍射带移至其它衍射带。总之,这三点位置不易准确测定。特别是,星点图像的大小与星点孔以及被测系统的相对孔径的大小有关。因此,采用星点法不易准确测定慧差的几何值,同时也是很不方便的。

作者对韩昌元同志帮助编写计算程序, 余德英同志进行穿孔计算、王占仁同志协助制图, 表示衷心的感谢。

参 考 文 献

- [1] 向才新;《光学学报》, 1983, **3**, No. 1, 58.
- [2] A. Bouwers; *Achievements in Optics*, (Elsevier pub. Com. Inc., 1950), 114.
- [3] R. Kingslake; *Pro. Phys. Soc.*, 1948, **61**, No. 344 (Aug), 147.
- [4] B. R. A. Nijboer; *Physica*, 1943, **10**, No. 8 (Oct), 679.
B. R. A. Nijboer; *Physica*, 1947, **13**, No. 10 (Dec), 605.
- [5] K. Nienhuis; *Thesis, Gronigen*, (June), 1948.
K. Nienhuis; B. R. A. Nijboer; *Physica*, 1949, **14**, No. 9 (Jan), 590.
- [6] A. Marechal; *Handbuch der Physik*, Band 24 (Springer-Verlag, Berlin, 1956), 323.

Evaluation of the wave-front aberration by method of star-testing—Coma aberrations

XIANG CAIXIN

(Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

(Received 8 January 1982, revised 29 October 1982)

Abstract

This paper points out: (1) One can evaluate a possible range of coma aberration quantities according to the dissymmetry in star patterns; (2) The maximum sensitivity of coma aberration evaluation is about $\lambda/25$; (3) It is difficult to determine exactly an geometrical value of coma aberration by method of star-testing.