

三能级原子双模激光的非谐振运转

朱诗尧

(山西省科技情报研究所)

提 要

本文用量子理论导出二模偏调相等情况下三能级系统双模激光运动主方程。讨论了偏调对激光运转的影响。有偏调时,除增益及饱和系数改为与偏调量有关的等效量外,还增加双光子过程的作用。偏调的作用在接近阈值运转时明显,在远高于阈值时将逐步趋于消失。

近年来多模激光理论受到了广泛的研究^[1~5]。三能级双模激光的量子理论处理,都是在共振情况下进行论证^[1,2]。本文采用全量子理论导出在偏调相等情况下它的运动主方程,并讨论了偏调对激光运转的影响。

一、运动方程

考虑如图1所示的非谐振三能级原子——激光系统。令 R_a 、 R_b 、 R_c 分别表示对 $|a\rangle$ 、 $|b\rangle$ 、 $|c\rangle$ 能级的泵浦率,用 γ 表示衰退常数。处于激发态 $|a\rangle$ 的原子可以跃迁到 $|b\rangle$ 而发出一个频率为 Ω_1 的光子,或跃迁到 $|c\rangle$ 发出一个频率为 Ω_2 的光子。但由于腔的选模, $\Omega_1 - (\omega_a - \omega_b) = \Delta_1 \neq 0$, $\Omega_2 - (\omega_a - \omega_c) = \Delta_2 \neq 0$ 。

设场是线偏振的,沿 z 方向传播。相互作用哈密顿量在相互作用下为

$$V^I = g_1 \exp(-i\Delta_1 t) a_1 A_a^\dagger A_b + g_2 \exp(-i\Delta_2 t) a_2 A_a^\dagger A_c + H. C., \quad (1)$$

其中 g_i 是原子场的耦合常数, a_1 (a_2), a_1^\dagger (a_2^\dagger) 是模1(模2)的消灭和产生算符, A_i^\dagger , A_i 是原子对应能级的产生和消灭算符, Δ_1 (Δ_2) 是模1(模2)与对应原子跃迁频率之差,即相对于共振的偏调量。以下假定两个模的偏调相等,即 $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$ 。

令 ρ_f 表示场密度矩阵, $\rho_{n_1, n_2; m_1, m_2}$ 是它的矩阵元, $\rho_{a, a_1, a_2; b, m_1, m_2}$ 是原子场总系统的密度矩阵元。

$$\dot{\rho}_f = \dot{\rho}_f^{(a)} + \dot{\rho}_f^{(b)} + \dot{\rho}_f^{(c)} + \dot{\rho}_f^{(d)}, \quad (2)$$

其中 $\dot{\rho}_f^{(a)}$ ($a = a, b, c$) 表示由于对 $|a\rangle$ 能级的泵浦而引起的场密度算符的变化率, $\dot{\rho}_f^{(d)}$ 表示由损耗引起的场密度算符的变化率。

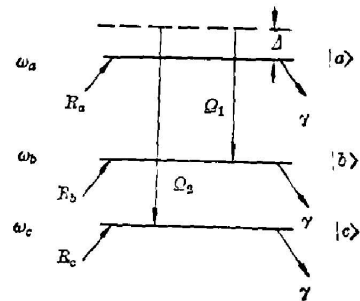


图1 三能级原子系统

Fig. 1 Three-level atomic system

经过繁杂的运算得*

$$\begin{aligned} \dot{p}^{(b)}(n_1, n_2) = & \frac{A_1'(n_1+1)p(n_1+1, n_2)}{1+(\Delta/\gamma)^2 + [B_1(n_1+1)/A_1] + [B_2(n_2+1)/A_2]} \\ & - \frac{A_1'n_1p(n_1, n_2)}{1+(\Delta/\gamma)^2 + (B_1n_1/A_1) + [B_2(n_2+1)/A_2]} \\ & + \frac{3A_1'(n_1+1) \left\{ \frac{B_2n_2}{A_2} \left[1 + \frac{(\Delta/\gamma)^2}{3} + \frac{B_1(n_1+1)}{4A_1} + \frac{B_2n_2}{4A_2} \right] \right\} p(n_1+1, n_2-1)}{\left[1 + \left(\frac{\Delta}{\gamma} \right)^2 + \frac{B_1(n_1+1)}{A_1} + \frac{B_2n_2}{A_2} \right] \left\{ \left[1 + \frac{B_1(n_1+1)}{4A_1} + \frac{B_2n_2}{4A_2} \right] + \left(\frac{\Delta}{\gamma} \right)^2 \right\}} \\ & - \frac{\frac{3A_1'n_1}{4} \left[\frac{B_2(n_2+1)}{A_2} \right] \left[1 + \frac{(\Delta/\gamma)^2}{3} + \frac{B_1n_1}{4A_1} + \frac{B_2(n_2+1)}{4A_2} \right] p(n_1, n_2)}{\left[1 + \left(\frac{\Delta}{\gamma} \right)^2 + \frac{B_1n_1}{A_1} + \frac{B_2(n_2+1)}{A_2} \right] \left\{ \left[1 + \frac{B_1n_1}{4A_1} + \frac{B_2(n_2+1)}{4A_2} \right] + \left(\frac{\Delta}{\gamma} \right)^2 \right\}} \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $A_1' = 2R_b \left| \frac{g_1}{\gamma} \right|^2$, $\frac{B_1}{A_1} = 4 \left| \frac{g_1}{\gamma} \right|^2$, $\frac{B_2}{A_2} = 4 \left| \frac{g_2}{\gamma} \right|^2$, 以及 $p^{(b)}(n_1, n_2) = \rho_{n_1, n_2; n_1, n_2}^{(b)}$

经同样的计算可得 $\dot{p}^{(a)}(n_1, n_2)$ 和 $\dot{p}^{(c)}(n_1, n_2)$ 。

场损耗引起的场密度算符对角元素的变化为^[1,2]:

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{n_1, n_2; n_1, n_2}^{(b)} = \dot{p}^{(b)}(n_1, n_2) = & c_1(n_1+1)p(n_1+1, n_2) + c_2(n_2+1)p(n_1, n_2+1) \\ & - c_3n_1p(n_1, n_2) - c_3n_2p(n_1, n_2). \end{aligned} \quad (4)$$

将这些方程代入(2)式得运动主方程:

$$\begin{aligned} \dot{p}(n_1, n_2) = & - \frac{A_1(n_1+1)p(n_1, n_2)}{1+(\Delta/\gamma)^2 + [B_1(n_1+1)/A_1] + [B_2(n_2+1)/A_2]} \\ & - \frac{A_2(n_2+1)p(n_1, n_2)}{1+(\Delta/\gamma)^2 + [B_1(n_1+1)/A_1] + [B_2(n_2+1)/A_2]} \\ & + \frac{A_1n_1p(n_1-1, n_2)}{1+(\Delta/\gamma)^2 + (B_1n_1/A_1) + [B_2(n_2+1)/A_2]} \\ & + \frac{A_2n_2p(n_1, n_2-1)}{1+(\Delta/\gamma)^2 + [B_1(n_1+1)/A_1] + (B_2n_2/A_2)} \\ & + \frac{A_1'(n_1+1)p(n_1+1, n_2)}{1+(\Delta/\gamma)^2 + [B_1(n_1+1)/A_1] + [B_2(n_2+1)/A_2]} \\ & - \frac{A_1'n_1p(n_1, n_2)}{1+(\Delta/\gamma)^2 + (B_1n_1/A_1) + [B_2(n_2+1)/A_2]} \\ & + \frac{\left[\frac{3A_1'n_2B_2(n_2+1)}{4A_2} \right] \left[1 + \frac{(\Delta/\gamma)^2}{3} + \frac{B_1(n_1+1)}{4A_1} + \frac{B_2n_2}{4A_2} \right] p(n_1+1, n_2-1)}{\left[1 + \left(\frac{\Delta}{\gamma} \right)^2 + \frac{B_1(n_1+1)}{A_1} + \frac{B_2n_2}{A_2} \right] \left\{ \left[1 + \frac{B_1(n_1+1)}{4A_1} + \frac{B_2n_2}{4A_2} \right] + \left(\frac{\Delta}{\gamma} \right)^2 \right\}} \\ & - \frac{\left[\frac{3A_1'n_1B_2(n_2+1)}{4A_2} \right] \left[1 + \frac{(\Delta/\gamma)^2}{3} + \frac{B_1n_1}{4A_1} + \frac{B_2(n_2+1)}{4A_2} \right] p(n_1, n_2)}{\left[1 + \left(\frac{\Delta}{\gamma} \right)^2 + \frac{B_1n_1}{A_1} + \frac{B_2(n_2+1)}{A_2} \right] \left\{ \left[1 + \frac{B_1n_1}{4A_1} + \frac{B_2(n_2+1)}{4A_2} \right] + \left(\frac{\Delta}{\gamma} \right)^2 \right\}} \end{aligned}$$

* 读者若对其中繁杂的计算有兴趣,可直接与作者联系。

$$\begin{aligned}
& + \frac{A_2''(n_2+1)p(n_1, n_2+1)}{1+(\Delta/\gamma)^2 + [B_1(n_1+1)/A_1] + [B_2(n_2+1)/A_2]} \\
& - \frac{A_2''n_2p(n_1, n_2)}{1+(\Delta/\gamma)^2 + [B_1(n_1+1)/A_1] + (B_2n_2/A_2)} \\
& - \frac{\frac{3A_2''n_2B_1(n_1+1)}{4A_1} \left[1 + \frac{(\Delta/\gamma)^2}{3} + \frac{B_1(n_1+1)}{4A_1} + \frac{B_2n_2}{4A_2} \right] p(n_1, n_2)}{\left[1 + \left(\frac{\Delta}{\gamma} \right)^2 + \frac{B_1(n_1+1)}{A_1} + \frac{B_2n_2}{A_2} \right] \left\{ \left[1 + \frac{B_1(n_1+1)}{4A_1} + \frac{B_2n_2}{4A_2} \right]^2 + \left(\frac{\Delta}{\gamma} \right)^2 \right\}} \\
& + \frac{\frac{3A_2''n_1B_1(n_2+1)}{4A_1} \left[1 + \frac{(\Delta/\gamma)^2}{3} + \frac{B_1n_1}{4A_1} + \frac{B_2(n_2+1)}{4A_2} \right] p(n_1-1, n_2+1)}{\left[1 + \left(\frac{\Delta}{\gamma} \right)^2 + \frac{B_1n_1}{A_1} + \frac{B_2(n_2+1)}{A_2} \right] \left\{ \left[1 + \frac{B_1n_1}{4A_1} + \frac{B_2(n_2+1)}{4A_2} \right]^2 + \left(\frac{\Delta}{\gamma} \right)^2 \right\}} \\
& + c_1(n_1+1)p(n_1+1, n_2) + c_2(n_2+1)p(n_1, n_2+1) \\
& - c_1n_1p(n_1, n_2) - c_2n_2p(n_1, n_2), \tag{5}
\end{aligned}$$

其中

$$\left. \begin{aligned}
A_1 &= 2R_0 |g_1/\gamma|^2, & A_2 &= 2R_0 |g_2/\gamma|^2, & A_1' &= 2R_0 |g_1/\gamma|^2, \\
A_1'' &= 2R_0 |g_2/\gamma|^2, & B_1/A_1 &= 4 |g_1/\gamma|^2, & B_2/A_2 &= 4 |g_2/\gamma|^2, \\
p(n_1, n_2) &= \rho_{n_1, n_1, n_1, n_2}(t).
\end{aligned} \right\} \tag{6}$$

二、偏调作用的讨论

考虑激光振荡中一种普遍的特殊情况, $R_b = R_c = 0$ 。令 $|g_{ie}|^2 = |g_i|^2 [\gamma^2 / (\gamma^2 + \Delta^2)]$, 则相应

$$A_{ie} = 2R_0 |g_{ie}/\gamma|^2 = A_i \gamma^2 / (\gamma^2 + \Delta^2), \quad B_{ie} = 4 |g_{ie}/\gamma|^2 A_{ie} = B_i [\gamma^2 / (\gamma^2 + \Delta^2)]^2. \tag{7}$$

A_{ie} 称为等效增益系数, B_{ie} 称为等效饱和系数。利用(7)式及条件 $R_b = R_c = 0$, 主方程(5)可简化为

$$\begin{aligned}
\dot{p}(n_1, n_2) &= - \frac{A_{1e}(n_1+1) + A_{2e}(n_2+1)}{1 + [B_{1e}(n_1+1)/A_{1e}] + [B_{2e}(n_2+1)/A_{2e}]} p(n_1, n_2) \\
& + \frac{A_{1e}n_1p(n_1-1, n_2)}{1 + (B_{1e}n_1/A_{1e}) + [B_{2e}(n_2+1)/A_{2e}]} \\
& + \frac{A_{2e}n_2p(n_1, n_2-1)}{1 + [B_{1e}(n_1+1)/A_{1e}] + (B_{2e}n_2/A_{2e})} \\
& + c_1(n_1+1)p(n_1+1, n_2) + c_2(n_2+1)p(n_1, n_2+1) \\
& - c_1n_1p(n_1, n_2) - c_2n_2p(n_1, n_2). \tag{8}
\end{aligned}$$

此方程与共振情况下的主方程完全一致^[1], 只是增益系数和饱和系数分别为等效量所代替。因此共振情况下的讨论在偏调情况下也完全适用。 A_{ie} 与 A_i 相差一个 $\mathcal{L} = \gamma^2 / (\gamma^2 + \Delta^2)$ 因子, B_{ie} 与 B_i 相差一个 \mathcal{L}^2 因子。这也是很自然的, 因为增益系数反映的是线性效应, 而饱和系数反映的是二次效应。

在双模激光运转中, 阈值条件为^[1]

$$\left. \begin{aligned} \frac{A_{1e}}{c_1} \frac{1}{1+(B_{2e}H_2\bar{n}_1/A_{2e})} &= 1 \quad (\text{对模 1}), \\ \frac{A_{2e}}{c_2} \frac{1}{1+(B_{1e}H_1\bar{n}_2/A_{1e})} &= 1 \quad (\text{对模 2}), \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其中 \bar{n}_1 和 \bar{n}_2 分别为模 1 和模 2 的光子统计分布曲线的峰值位置。 H_1 和 H_2 是与光子统计分布有关的参数。

当两个模都在近阈值运转, 上两式化为

$$A_{1e} \approx c_1 (\text{模 1}); \quad A_{2e} \approx c_2 (\text{模 2}), \quad (10)$$

即

$$A_1 \approx c_1 (\gamma^2 + \Delta^2) / \gamma^2, \quad A_2 \approx c_2 (\gamma^2 + \Delta^2) / \gamma^2. \quad (11)$$

(11) 式说明与共振情况相比, 阈值提高了 $(\gamma^2 + \Delta^2) / \gamma^2$ 倍。

在 $B_1/A_1 = B_2/A_2 = B/A$ 和 $c_1 = c_2 = c$ 条件下, 有^[2,3]

$$\bar{N} = \overline{n_1 + n_2} = (A_e B_e) [(A_e - c) / c] = (A/B) [(A/C) - 1 - (\Delta^2 / \gamma^2)], \quad (12)$$

其中 \bar{N} 为光子统计分布曲线 $P(N) = P(n_1 + n_2)$ 的峰值位置。

与共振情况相比, 多了一项 $(-A\Delta^2/B\gamma^2)$, 可见在近阈值情况下, 偏调产生的影响是较大的。

在泵浦很强, 远高于阈值时

$$\bar{N} = \overline{n_1 + n_2} = A^2/BC. \quad (13)$$

这与共振情况下的结果完全一致。这说明偏调对运转的影响随泵浦的升高而减小, 最后完全消失。这也是很自然的, 因为在近阈值时饱和项几乎不起作用, 主要是增益项起作用。随着泵浦的增加, 饱和项的作用将逐步明显。由于增益系数以 \mathcal{L} 因子减小, 而饱和系数以 \mathcal{L}^2 因子减小, 因此随着泵浦的增加, 它们的减小作用逐步相互抵销。当泵浦远高于阈值时, 它们的作用完全抵销。因而偏调的影响也消失。

在一般情况下(即 B_e 和 R_e 不为零), 主方程(5)式中第一至第六项, 第九和第十项经过与上文完全类似的处理, 即可得与共振情况下完全相似的项。其中 A_i 和 B_i 分别用相应的等效量 A_{ie} 和 B_{ie} 代替。第七、第八、第十一和第十二项情况稍有不同。这四项完全类同, 这里选择其中的一项(第十二项)为例进行讨论。经过变换可得

$$\frac{\frac{3}{4} A_{2e}''(n_2+1) \frac{B_{1e}}{A_{1e}} n_1}{1 + \frac{B_{1e}}{A_{1e}} n_1 + \frac{B_{2e}}{A_{2e}} (n_2+1)} \cdot \frac{\frac{1 + (\Delta/\gamma)^2}{1 + (\Delta/\gamma)^2} \frac{3}{4} + \frac{B_{1e}n_1}{4A_{1e}} + \frac{B_{2e}(n_2+1)}{4A_{2e}}}{\left[\frac{1}{(\Delta/\gamma)^2 + 1} + \frac{B_{1e}n_1}{4A_{1e}} + \frac{B_{2e}(n_2+1)}{4A_{2e}} \right]^2 + \frac{(\Delta/\gamma)^2}{[1 + (\Delta/\gamma)^2]^2}}, \quad (14)$$

变换后, 前一个因子与共振时形式上相同, 但后一个因子与共振时形式上不同。在近阈值时, $(B_{1e}n_1/A_{1e}) \ll 1$ 和 $[B_{2e}(n_2+1)/A_{2e}] \ll 1$ 。作泰勒展开并略去二次幂及二次幂以上的高价项, 上述后一个因子化为

$$\begin{aligned} & [1 - (B_{1e}n_1/4A_{1e}) - B_{2e}(n_2+1)/4A_{2e}] \\ & \times \{1 + (\Delta/\gamma)^2/3 [1 + (B_{1e}n_1/2A_{1e}) + B_{2e}(n_2+1)/2A_{2e}]\}, \end{aligned} \quad (15)$$

这说明在近阈值运转, 除需要将增益系数及饱和系数改换为等效量外, 第七、八、十一、十二项还要乘上一个大于 1 的因子, $1 + (\Delta/\gamma)^2/3 [1 + (B_{1e}n_1/2A_{1e}) + B_{2e}(n_2+1)/2A_{2e}]$ 。可以看

出偏调大, 这个因子也大。相对地高于阈值(仍在近阈值), 这个因子也大, 即这些项的作用存在一个增加的因素。文献[1]已指出, 这些项表示双光子过程。因此在偏调时, 双光子过程的作用要比等效共振情况下的双光子过程作用大。偏调时, 单光子过程减小, 而双光子过程有着一个增加的因素。因此在运转中, 双光子过程的作用将会相对地显著一些(与共振运转相比)。与双光子过程有关的一些现象, 例如文献[1]中提到的先起振的淬灭, 也将更为明显。当运转在远高于阈值时, $B_{1e}n_1/A_{1e}$ 和 $B_{2e}(n_2+1)/A_{2e}$ 都远大于 $(\Delta/\gamma)^2$ 的作用可以不计。此时偏调的影响将消失。

三、结 论

本文导出了两个模相等偏调情况下双模激光运动主方程, 并讨论了偏调对激光运转的影响, 在近阈值运转时, 偏调有较大的影响, 在高阈值运转时, 偏调会增加双光子过程的作用。而双光子项在双模激光的运转中(例如模式竞争, 先起振的淬灭)起着一种特殊的作用。因此可以预期, 在偏调时这些作用将表现得更为明显。

参 考 文 献

- [1] S. Y. Chu, D. C. Su; *Phys. Rev. (A)*, 1982, **25**, No. 6 (Jun), 3169.
- [2] S. Singh, M. S. Zubary; *Phys. Rev.*, 1980, **21**, No. 1 (Jan), 231.
- [3] S. T. Chu; *Phys. Rev.*, 1982, **26**, No. 6.
- [4] K. Ostuka; *IEEE J. Q. E.*, 1978, **QE-14**, No. 12 (Dec), 1007.
- [5] M. Szymanski; *Appl. Phys.*, 1981, **24**, No. 1 (Jan), 13.
- [6] M. Sargent, M. O. Scully *et al.*; *«Laser Physics»*, (Addison-Wesley Pub. Comp. Inc., 1974), Ch. 17.

Nonresonant operation of a two-mode laser in three level atomic system

ZHU SHIXAO

(Institute of Scientific and Technical Information, Shanxi Province)

(Received 26 March 1982, revised 13 September 1982)

Abstract

The master equation of a nonresonant two-mode laser in three level atomic system with equal detune for each mode is deduced. The influences of the detune over the laser operation are discussed. It is found that the gain and saturation coefficients are reduced by factors \mathcal{L} and \mathcal{L}^2 separately. The influence of the detune is appreciable at slightly above the threshold operation and is fading away far above. The effect of the two-photon process is comparatively enhanced in detune case.