

漫射板系列的散斑

程 路

(南开大学物理系)

提 要

在文献[1]的简化统计模型的基础上讨论了由漫射板(σ_w 可从0到 ∞)系列造成的散斑的主要统计特征。导出了最后输出面上的信噪比公式。

一、导 言

关于单片漫射元件造成的散斑的统计性质,已由不少作者进行了讨论,例如,对于强漫射板($\sigma_w \gg \lambda$),有 Goodman^[2]和 Dainty^[3]的文章;对于弱漫射板,有 Asakura and Ohtsubo^[4]、Welford^[5]和 Goodman^[6]的文章。但迄今尚未见到对于漫射元件系列所造成的散斑的讨论。

讨论漫射元件系列所造成之散斑的性质,其理论和实际意义是很明显的。首先,任何光学系统(特别是全息透镜系统)中,每个透射或反射元件的表面及折射率都不是严格平滑的,原则上讲均应视为漫射板。于是,在考虑整个系统的噪声时就必然涉及到漫射元件系列的散斑问题。例如,霍裕平等^[8,9]曾探讨了用全息透镜系列实现一般光学变换的问题,他们得出如下结论:只要允许采用足够多的全息透镜,则能够以任意精度实现一般的么正变换。这个结论显然是在无噪声的前提下得出的。那么自然就提出这样的问题,若考虑到每片全息透镜实际上都存在散斑噪声,则对透镜的数目有何限制?又如,文献[10]曾讨论了利用散斑测量球形表面的光洁度的方法,并在该文献的图10中插入了一片半反射板 P 。由于 P 本身也是漫射元件(待测件为高光洁度时, P 的漫射性尤其不可忽略),那么在处理中如何扣除 P 对该数影响的因素,这就须将 P 与待测件视为漫射元件系列来考虑。

对于激光束经漫射表面反射后造成的散斑,文献[1]曾提出一个简化统计模型,本文讨论由漫射元件系列造成的散斑的主要特征,并给出最终输出面上信噪比的公式。该式既适用于弱漫射板,亦适用于强漫射板(即适用范围为 $0 < \sigma_w < \infty$)。

二、波场经过一片漫射板后其随机位相之描述

为简明起见,本文只讨论位相型漫射元件,即假定其振幅透过率之模恒为1。设漫射板 D (图1)上位置 (ξ, η) 处的厚度和折射率的理想值分别为 $\bar{t}(\xi, \eta)$ 和 $\bar{n}(\xi, \eta)$,相应的真实值分别为 $t(\xi, \eta)$ 和 $n(\xi, \eta)$ 。令

收稿日期: 1982年3月20日

$$\Delta n(\xi, \eta) = n(\xi, \eta) - \bar{n}(\xi, \eta), \quad \Delta t(\xi, \eta) = t(\xi, \eta) - \bar{t}(\xi, \eta)。 \quad (1)$$

由于实际上乘积 $\Delta n \Delta t$ 远小于 λ , 故在以下推导中将其忽略。

相干波从 D 之左侧入射, 设其表达式为 $W_0(\xi, \eta) = a_0(\xi, \eta) e^{i\varphi_0(\xi, \eta)}$ 。通过 D 后该场变为(省写自变量 ξ, η):

$$W = a_0 e^{i(\bar{\varphi} + \Delta\varphi)}, \quad (2)$$

其中

$$\bar{\varphi} = \varphi_0 + \frac{2\pi}{\lambda} \bar{n} \bar{t}, \quad \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (\bar{n} \Delta t + \bar{t} \Delta n)。 \quad (3)$$

关于 Δt 和 Δn 的统计性质, 通常认为它们满足下列条件:

- (1) Δt 和 Δn 相互统计独立;
- (2) Δt 和 Δn 皆与 a_0 和 φ_0 无关;
- (3) Δt 和 Δn 皆呈正态分布, 即

$$\left. \begin{aligned} p_t(\Delta t) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_t} \exp(-\Delta t^2 / 2\sigma_t^2), \\ p_n(\Delta n) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp(-\Delta n^2 / 2\sigma_n^2), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中 σ 表示随机变量的标准偏差。

由(3)和(4)式可以导出 $\Delta\varphi$ 的概率密度为

$$p_\varphi(\Delta\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\varphi} \exp(-\Delta\varphi^2 / 2\sigma_\varphi^2), \quad (5)$$

其中

$$\sigma_\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\bar{n}^2 \Delta t^2 + \bar{t}^2 \Delta n^2}。 \quad (6)$$

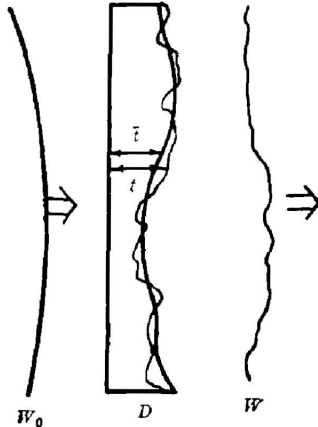


图 1

三、典型散斑场通过一片漫射板后造成的散斑

相干波通过一片强漫射板 ($\sigma_\varphi \gg \lambda$) 后生成的散斑, 与统计学中的典型随机游动 (random walk) 相对应, 即该场之随机位相在区间 $(0, 2\pi)$ 内作均匀概率分布。Goodman^[2] 对此已有详细讨论。今设典型散斑场 $W_0^{(0)}$ 入射在漫射板 D_1 上(图 2), 则经过 D_1 后将有另一随机位相 φ_1 添加在 $W_0^{(0)}$ 原来的随机位相 φ_0 上。由于 φ_1 与 φ_0 统计无关, 故 $\varphi = \varphi_0 + \varphi_1$ 仍在 $(0, 2\pi)$ 内作均匀概率分布, 即面 Σ_1 上的场 $W_1^{(1)}$ 仍为典型散斑场, 而与 D_1 是否强漫射板无关。

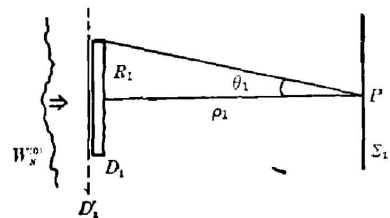


图 2

散斑场 $W_1^{(1)}$ 与 $W_0^{(0)}$ 的期望强度之间的关系可按下述步骤推导。先假定 D_1 为无限大 (全平面 D_1), 则 $W_0^{(0)}$ 之全部能量将皆到达全平面 Σ_1 ; 这意味着 $W_0^{(0)}$ 和 $W_1^{(1)}$ 的平均能量相等, 这是因为典型散斑场的平均光强将在全接收面域上作均匀统计分布。现因 D_1 实际为有限大, 故平面 D_1 仅有一部分对 Σ_1 上之 P 点作贡献, 这部分位于下式之立体角内:

$$\Omega_1 = 2\pi \int_0^{\theta_1} \sin \theta d\theta = 2\pi (1 - \cos \theta_1)。 \quad (7)$$

于是, $W^{(1)}$ 的期望光强与 $W^{(0)}$ 的期望光强之比为

$$r_{1,0} = \frac{2\pi(1 - \cos\theta_1)}{2\pi} = (1 - \cos\theta_1). \quad (8)$$

由于 $W^{(1)}$ 仍为相干波场, 故 Σ_1 上散斑的自相关长度之期望值为(见文献[2])

$$\sigma_{11} = \lambda \frac{\rho_1}{R_1}, \quad (9)$$

其中 ρ_1 是 D_1 到 Σ_1 的距离, R_1 是 D_1 之半径(假定各漫射板均呈圆形)。

四、漫射板系列的散斑

令 D_1, D_2, \dots, D_z (图 3)为一列漫射元件, 相干波 $W^{(0)}$ 由左射入。令 $L_j (j=1, 2, \dots, z)$ 为与 D_j 相应的理想元件($\sigma_p=0$), Σ_z 为最终输出面。

首先考察入射波 $W^{(0)}$ 经一片漫射板 D_1 后的波场到达 D_2 左侧的面 Σ_1 时的情况。

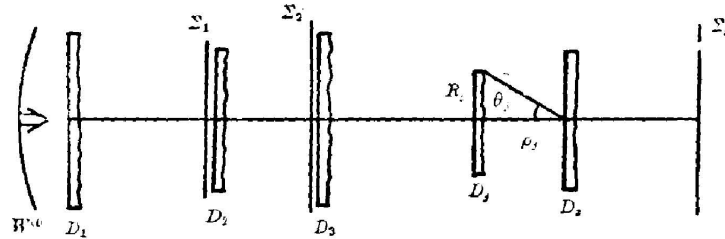


图 3

根据文献[1]、[7], 平面 Σ_1 上的场 $W^{(1)}$ 可表示为两项之和:

(1) 信号场 $W_s^{(1)}$, 即 $W^{(1)}$ 的期望值, 它等于一个入射场 $u_1 W^{(0)}$ 经过理想元件 L_1 后造成的场。

(2) 噪声场 $W_n^{(1)}$, 它等于由一个入射场 $\sqrt{1-u_1^2} W^{(0)}$ 经过一个强漫射板后生成的典型散斑场。

上述 u_1 等于一个具有一定线质量密度分布的圆弧之质心到该弧的几何圆心的距离, 该弧之圆半径取为 1, 且其线密度分布 $m_1(\varphi)$ 等于漫射板 D_1 的 $p_{1\varphi}(\varphi)$, $m_1(\varphi) = p_{1\varphi}(\varphi)$, (这里将 $\Delta\varphi$ 亦写为 φ)。于是

$$u_1 = \int_{-\infty}^{\infty} m_1(\varphi) \cos \varphi d\varphi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{1\varphi}} e^{-\varphi^2/2\sigma_{1\varphi}^2} \cos \varphi d\varphi = e^{-\frac{1}{2}\sigma_{1\varphi}^2}, \quad (10)$$

因而

$$\sqrt{1-u_1^2} = \sqrt{1-e^{-\sigma_{1\varphi}^2}}, \quad (11)$$

其中 $\sigma_{1\varphi}$ 是与 D_1 对应的 σ_p 值。

若用算符 G_j 表示由 L_j 和从 L_j 到 Σ_j 的自由空间共同造成的光学变换, 则场 $W_s^{(1)}$ 可写为如下形式:

$$W_s^{(1)} = G_1(u_1 W^{(0)}) = u_1 G_1 W^{(0)}. \quad (12)$$

另一方面, 由于入射到 D_1 上的场的平均光强为

$$I_0 = \frac{1}{\pi R_1^2} \iint_{(D_1)} W^{(0)} W^{(0)*} ds, \quad (13)$$

于是,按照第三节所述,噪声场 $W_s^{(1)}$ 的期望光强应为

$$\mathcal{E}[W_s^{(1)} W_s^{(1)*}] = (1 - u_1^2) (1 - \cos \theta_1) I_0, \quad (14)$$

这个典型散斑场通过 D_2, D_3, \dots, D_z 后,将在 Σ_z 上产生一个典型散斑场;按照(14)式,该散斑场之期望强度为

$$\sigma_{11} = I_0 (1 - u_1^2) \prod_{j=1}^z (1 - \cos \theta_j). \quad (15)$$

$W_s^{(1)}$ 通过 D_2 后,其信号部分成为

$$W_s^{(2)} = G_2(W_s^{(1)}) = u_1 u_2 (G_2 G_1) W^{(0)}, \quad (16)$$

且随之又产生一个新的典型散斑场,其期望强度为 $I_0 u_1^2 (1 - u_2^2) (1 - \cos \theta_2)$,该场再依次经过 D_3, D_4, \dots, D_z 后,在 Σ_z 上形成的典型散斑场之期望强度为

$$\sigma_{z1} = I_0 \left(\prod_{j=1}^{z-1} u_j^2 \right) (1 - u_z^2) \prod_{j=2}^z (1 - \cos \theta_z). \quad (17)$$

$W_s^{(2)}$ 经 D_3 后又将产生新的典型散斑场……。循此步骤推演下去。最后,得出 Σ_z 上的信号场为

$$W_s^{(z)} = \left(\prod_{j=1}^z u_j \right) (G_z G_{z-1} \dots G_1) W^{(0)}, \quad (18)$$

以及诸如(15)、(17)式的 z 个典型散斑场 σ_{11} 。由于各 σ_{11} 间互不相关,故 z 个散斑场在 Σ_z 上应以强度相加。于是, Σ_z 上的噪声光强为

$$\mathcal{N}^{(z)} = \sum_{k=1}^z \sigma_{k1} = I_0 \sum_{k=1}^z \left\{ (1 - u_k^2) \prod_{j=1}^{k-1} u_j^2 \prod_{j=k}^z (1 - \cos \theta_j) \right\}. \quad (19)$$

由(18)式得出信号光强为

$$S^{(z)} = |W_s^{(z)}|^2 = \prod_{j=1}^z u_j^2 |G_z G_{z-1} \dots G_1 W^{(0)}|^2. \quad (20)$$

从以上两式可以看出,噪声只与 u_j (因而 σ_{11}) 有关,而与理想元件所执行的变换 G_j 无关;而信号场则与 u_j 和 G_j 都有关系。

由(18)~(20)式又可得出结论: Σ_z 上的最终输出场 $W^{(z)} = W_s^{(z)} + W_n^{(z)}$ 的统计性质可用一个典型随机游动加上一个相因素(phasor)来处理(其方法在[2]中已有叙述)。而 Σ_z 上散斑场的自相关长度则为

$$\sigma_{z1} = \lambda \frac{\rho_z}{R_z}, \quad (21)$$

五、一个简单情况

假定入射波为 TEM_{00} 模激光波,且

$$\left. \begin{aligned} R_1 = R_2 = \dots = R_z = R, \\ \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_z = \rho, \\ \sigma_{1\phi} = \sigma_{2\phi} = \dots = \sigma_{z\phi} = \sigma_{\phi} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

并假定 L_j 均为平行平板。入射光径 L_1, \dots, L_z 后,将在 Σ_z 上形成高斯光斑,设此光斑之半

径为 r 。当 $\sigma_s = 0$ 时, 高斯光斑中心的强度 I_s 应满足等式 $I_s \int_0^\infty e^{-2t^2/r^2} dt = I_0$, 这里 I_0 可认为是光斑的平均光强。

为简单起见, 设 $r=1$, 于是

$$I_s = 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} I_0. \quad (23)$$

I_s 即为理想信号强度。由于实际元件并非是 L_j 而是漫射板 D_j , 实际信号将比 I_s 减弱一个因子 $\prod_{j=1}^z u_j^2 = u^{2z}$, 其中 $u = e^{-\frac{1}{2}\sigma_s^2}$ 。于是, Σ_z 上的信号强度为

$$S^{(z)} = 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-z\sigma_s^2} I_0. \quad (24)$$

另一方面, 按照 (19) 式和 (22) 式, Σ_z 上的噪声期望强度为

$$\begin{aligned} \mathcal{N}^{(z)} &= I_0 \{ (1 - e^{-\sigma_s^2}) (1 - \cos \theta)^z + (1 - e^{-\sigma_s^2}) e^{-\sigma_s^2} (1 - \cos \theta)^{z-1} \\ &\quad + (1 - e^{-\sigma_s^2}) e^{-2\sigma_s^2} (1 - \cos \theta)^{z-2} + \dots + (1 - e^{-\sigma_s^2}) e^{-(z-1)\sigma_s^2} (1 - \cos \theta) \} \\ &= I_0 (1 - e^{-\sigma_s^2}) (1 - \cos \theta)^z \sum_{j=0}^{z-1} \left(\frac{e^{-\sigma_s^2}}{1 - \cos \theta} \right)^j. \end{aligned} \quad (25)$$

由 (24) 式和 (25) 式遂得最终输出面上的信噪比等于

$$SNR^{(z)} = 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-z\sigma_s^2} / \left\{ (1 - e^{-\sigma_s^2}) (1 - \cos \theta)^z \sum_{j=0}^{z-1} \left(\frac{e^{-\sigma_s^2}}{1 - \cos \theta} \right)^j \right\}. \quad (26)$$

作为具体例子, 取 $\bar{l} = 1 \text{ mm}$, $\sigma_s = 3 \times 10^{-3} \text{ mm}$, $\bar{n} = 1.5$, $\sigma_n = 3 \times 10^{-5}$, $\rho = 100 \text{ mm}$, $R = 20 \text{ mm}$, $\lambda = 0.6 \times 10^{-3} \text{ mm}$ 。由公式 (6) 得

$$\sigma_s = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\bar{n}^2 \sigma_l^2 + \bar{l}^2 \sigma_n^2} = 0.566.$$

由公式 (10) 得 $u^2 = e^{-\sigma_s^2} = 0.726$ 。由于 $\theta = \arctan(R/\rho)$, 故 $1 - \cos \theta = 0.0194$ 。利用公式 (26) 算出的 $SNR^{(z)}$ 作为 z 的函数值列于下表:

z	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$SNR^{(z)}$	218	114	69	45	30	21	15	10	7.3	4.0

参 考 文 献

- [1] 程路;《物理学报》, 1978, **27**, No. 6 (Nov), 651.
- [2] J. W. Goodman; *in C. J. Dainty ed; Laser Speckles and Related Phenomena*, (Springer-Verlag, 1975), 9~75.
- [3] J. C. Dainty; *in E. Wolf ed; Progress in Optics, Vol XIV*, (Amsterdam, 1977), 1~46.
- [4] T. Asakura, J. Ohtsubo; *Optik*, 1976, **46**, No. 1 (Sep), 19.
- [5] W. T. Welford; *Opt. & Quant. Electron.*, 1975, **7**, No. 2 (Mar), 143.
- [6] J. W. Goodman; *Opt. Commun.*, 1975, **14**, No. 3 (Jul), 342.
- [7] 程路, 张炳泉;《物理学报》, 1980, **29**, No. 12 (Dec), 1570.
- [8] 霍裕平, 杨国桢等;《物理学报》, 1975, **24**, No. 5 (Sep), 438.
- [9] 霍裕平, 杨国桢等;《物理学报》, 1976, **25**, No. 1 (Jan), 31.
- [10] 程路;《物理学报》, 1979, **28**, No. 4 (Jul), 470.

Speckles due to cascaded diffusers

CHENG LU

(Department of Physics, Nankai University, Tianjin)

(Received 20 March 1982)

Abstract

Speckle patterns due to a series of diffusers is treated basing on the model of approximation developed by the author. The formula of signal-to-noise ratio in the final receiving plane of cascaded diffusers is given.

1982 年美国光学学会年会

1982 年美国光学学会年会于 10 月 18 日至 22 日在美国阿里桑那州的图森 (Tucson) 举行。约有 2000 人出席会议, 报告文章约 600 篇(包括邀请报告、展讲报告和过期报告在内)。诺贝尔物理学奖金获得者 N. Bloembergen 和 A. L. Schawlow 出席了会议, 并主持了“激光和非线性光学发展史”的专题演讲。

这次会议的指导委员会由贝尔实验室、航空与宇航协会、罗彻斯特大学、阿里桑那大学、林肯实验室和 Times 光纤通讯公司的代表组成, 由阿里桑那大学光学科学中心的 H. A. Macleod 教授担任节目委员会主席。参加这次会议的代表除美国外, 还有世界各国的代表。约有 30 名中国代表(包括在美的访问学者)出席会议和宣读论文。

这次会议所宣读的论文几乎涉及到整个光学领域, 包括薄膜光学、光学设计、光学加工、干涉计量、光学仪器、光学材料、光学测量、辐射度量、探测器、全息术、计算全息、信息处理、图像处理、散斑、颜色、视觉、物理光学、原子和分子光谱、非线性光谱、非线性光学、光学双稳性、相位共轭光学、适应光学、集成光学、表面等离子体激元(plasmon)、表面和固体光学效应、环形激光器、高功率激光器、可调谐激光器、气体激光器、紫外与 X 射线激光器、光学共振和匹配技术、相干性和光子统计、大气光学、光学遥感、光纤通讯和单模光纤、微微秒光学、可调谐滤光器、光调制器以及医用光学等。

从这次会议发表的文章的内容和数量中可以看出, 目前美国光学发展有以下一些特点:

(1) 光信息处理和全息术方面的文章数量最多, 约有 97 篇, 其次是颜色和视觉方面的文章, 约有 66 篇。将这两类属于信息光学领域的文章结合在一起, 占文章总数的 1/4 强, 比三年前(1979 年)的年会上此两类文章的比重 1/5 要大, 在某种意义上反映了美国光学研究重点已从单纯构像转向光信息处理及人类信息功能的研究, 而且这种趋势逐年增强。

(2) 与非线性光学有关的文章有 64 篇, 占第三位。这说明该领域非常活跃。因为它不仅与人们利用强光研究物质结构有密切关系, 而且是激光应用技术的理论基础。目前非线性光学的研究对象已从物体的研究进入表面的研究, 如表面波、表面 plasmon、非线性薄膜波导、表面增强非线性效应、单分子层非线性光学以及非线性界面(线性-非线性介质界面)效应等。沈元壤教授关于“吸附单分子层的非线性光学研究”和 G. I. Stegeman 教授关于“薄膜波导中的非线性效应及表面 plasmon 的传播”等报告引起了与会者的重视。

光学双稳态的研究文章约有 20 篇, 占非线性光学论文总数的 1/3, 说明这个课题的研究已进入高潮。目前光学双稳性的研究重点已从静态转向动态, 由稳定性转向不稳定性。Chaos(混沌)效应引起人们很大

(下转第 275 页)